

基于 Duffing van-der-pol 系统几何特征的材料非线性特征量化*

柏 林, 李兆昕, 刘小峰

(重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆, 400044)

摘要 传统微弱信号检测方法在处理非线性 Lamb 波信号时存在精度不高且抗噪性能有限的问题, Duffing van-der-pol 系统作为非线性动力学系统十分适合检测由材料非线性特征引起的非线性 Lamb 波微弱变化。系统的几何特征——平均周期面积作为特征参数能对材料非线性导致的微弱二次谐波成分进行增强, 进而表征材料非线性特征。采用系统分岔图确定 Duffing van-der-pol 系统的策动力参数, 根据系统相轨迹确定系统状态并验证二次谐波的存在性。通过建立系统几何特征参数与二次谐波幅值的拟合线性关系, 二次谐波幅值可以被精确量化, 从而实现定量分析材料线性特征。通过实验对比传统的小波变换、卡尔曼滤波等降噪方法, 在较强的噪声干扰下, 基于 Duffing van-der-pol 系统几何特征的方法对二次谐波的量化依然可以保持较高精度, 具有潜在的应用价值。

关键词 Duffing van-der-pol 系统; 平均周期面积指数; 非线性 Lamb 波; 量化分析

中图分类号 TH142.1; TN911.7

引 言

在超声无损检测领域, 由于 Lamb 波在缺陷形成的非均匀介质环境中传播时, 其参数的变化能反映缺陷特征, 因此常用于检测板结构的裂纹和疲劳损伤。传统 Lamb 波技术只能检测裂纹尺寸大于波长的缺陷, 对早期的微小裂纹和疲劳损伤的敏感性不足^[1]。非线性 Lamb 波技术对早期损伤十分敏感, 缺陷引起的二次谐波信号中包含了大量的缺陷信息, 二次谐波的幅值、相位等可以反映出缺陷的尺寸、材料非线性等特征^[2-3]。但在实际运用中, 早期损伤引起的二次谐波信号十分微弱, 常被噪声所掩盖而造成漏检和失真, 因此提高对二次谐波的检测能力和精度至关重要。

鉴于混沌振子系统具有对微弱信号敏感且对噪声免疫的特性, 其在 Lamb 波检测技术中的应用已初见成效。张伟伟等^[4]采用 Duffing 系统结合二分法识别仿真导波的发生时刻, 但只局限于导波无法识别的缺陷。武静等^[5]利用 Duffing-Holmes 混沌系统以及 Lyapunov 指数检测缺陷反射波实现了缺陷识别, 虽然定义了损伤指数, 但无法定量分析二次谐波幅值和缺陷尺寸。Jiao 等^[6]采用非线性 Lamb 波的模式分析对金属板结构缺陷实现定量分析, 但无法对材料非线性

的量化。刘海波等^[7]提出了基于 Duffing 振子逆向相变的正弦信号检测方法, 但该方法在量化调制信号时仍然存在局限性且抗噪性能有限。

笔者应用 Duffing van-der-pol 混沌系统检测非线性 Lamb 波在铝板疲劳损伤中激发的二次谐波, 并计算材料非线性特征。Duffing van-der-pol 方程是 Duffing 方程与 van-der-pol 的优化组合, Duffing 是典型的非线性动力学方程, 而 van-der-pol 方程是自激励系统, 二者结合具有较好的多频响应^[8]。在实际检测环境下, 由于噪声干扰, 待测信号含有多频成分, 因此使用该系统检测不会造成缺陷信息丢失。材料非线性系数 β 可由 Lamb 波的基波幅值 A_1 和二次谐波幅值 A_2 来表示, 即 $\beta = A_2 / A_1^2$ ^[9]。同时, 笔者将混沌轨迹的几何特征——平均周期面积^[10]作为特征参数对二次谐波的幅值进行量化分析。由于计算 Lyapunov 指数过程中, 确定嵌入维数等参数时存在随机性, 相比之下平均周期面积是系统的几何特征, 具有复杂度低、抗噪及线性关系明显等优势, 可以提高二次谐波计算精度和效率。

1 Duffing van-der-pol 系统动力学特性

Duffing van-der-pol 方程不仅包括 Duffing 方程的三次非线性恢复力, 还有 van-der-pol 振子方程

维持自激振动的非线性项。Duffing van-der-pol 系统表示如下

$$\ddot{x} - \alpha x + \beta x^3 - \delta \dot{x}(x^2 - 1) = F \cos \theta t \quad (1)$$

其中： α 为线性系数； β 为非线性系数； δ 为阻尼系数； F 为系统内部策动力振幅； θ 为角频率； t 为时间； x 为自变量（无量纲）。

当 $\theta=1$ 以及 α, β, δ 确定且系统为临界混沌状态时，系统状态对周期信号十分敏感，即使信号很微弱也可以使系统由混沌转换为大尺度周期状态。为了使 Duffing van-der-pol 系统对任意频率具有普适性，需要对系统进行时间尺度线性变换。令 $t = \omega \tau$ ，并输入待测信号 $s(\tau) = A \cos(\omega \tau) + n(\tau)$ ，其中 $n(\tau)$ 为随机噪声，将原系统方程换元求导后，转化为关于待测信号时间 τ 的系统方程，即

$$\ddot{x} - \omega^2 \alpha x + \omega^2 \beta x^3 - \delta \omega \dot{x}(x^2 - 1) = \omega^2 (F \cos \omega \tau + s(\tau)) \quad (2)$$

其中： τ 为时间。

系统经过时间尺度变换后，在不改变系统参数和初始条件的情况下可以检测任意频率的谐波信号。

2 基于相轨迹的平均周期面积几何特征指数

由于 Duffing van-der-pol 系统不存在精确的解析解，因此策动力大小将影响数值解，使系统处于不同状态。在实验中发现，当系统处于大尺度周期状态时，策动力的微小变化也会直接反映在系统的输出响应中。如图 1 所示，在不同幅值的外加策动力激励下，系统解的幅值出现明显偏差。

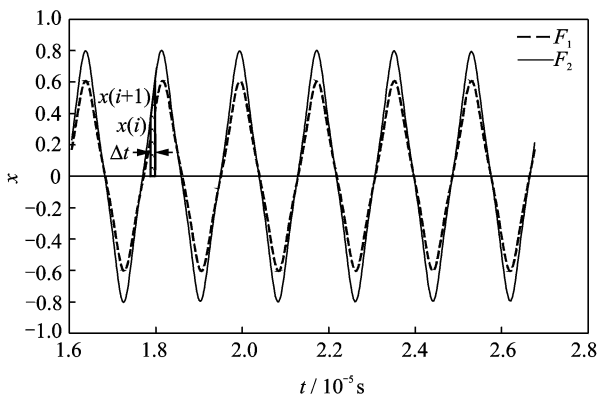


图 1 平均周期面积示意图

Fig. 1 Sketch map of average area exponent of periodic

文献[10]指出，策动力幅值变化与系统解的平均周期面积之间存在近似单调的线性关系，因此笔者将系统解的平均周期面积作为相轨迹的几何特征

参数。利用 4 阶 Runge-Kutta 法求解系统方程后，计算图 1 中曲边梯形单元面积如下

$$\Delta S = \frac{1}{2} (x_{i+1} + x_i) \Delta t \quad (3)$$

其中： x_i 为输出在 i 时刻的值； Δt 为系统解序列的时间间隔，即为梯形的高。

为使平均周期面积随系统解的变化更明显，对 ΔS 分类并取模

$$\Delta S = \begin{cases} \left| \frac{1}{2} (x_{i+1} + x_i) \right| \Delta t & (x_{i+1} x_i \geq 0) \\ \left| \frac{1}{2} (x_{i+1} - x_i) \right| \Delta t & (x_{i+1} x_i < 0) \end{cases} \quad (4)$$

在系统解中选取 k 个周期的时长，将 k 个周期的平均面积 \bar{S} （无量纲）作为系统的平均周期面积

$$\bar{S} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \Delta S \quad (5)$$

其中： k 为周期个数。

\bar{S} 的大小与策动力 F 和 Δt 有关， Δt 不仅作为求解 \bar{S} 的步长，同时也是使用 Runge-Kutta 法求解系统的计算步长。 Δt 越小，系统解相轨迹越光滑。笔者将 Δt 设定为采样周期的 1/100，并在 50 个周期内计算 \bar{S} ，因此平均周期面积 \bar{S} 的误差受到 Δt 变化的影响可以忽略不计，将其作为系统解的几何特征来量化二次谐波。

3 基于平均周期面积的二次谐波幅值估计

若系统的待测频率为 ω ，对于外加待测信号 $s(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + n(t)$ ，系统由临界混沌进入大周期状态，其几何特征 \bar{S} 与幅值 A 也将呈现出线性关系。得益于混沌系统对噪声免疫性，系统状态主要受到 $A \cos(\omega t + \varphi) + n(t)$ 影响， \bar{S} 几乎不受噪声 $n(t)$ 的影响。为进一步分析系统解的平均周期面积 \bar{S} 与二次谐波幅值 A_2 之间的关系，笔者提出将系统周期策动力 F 作为参考值，利用线性拟合建立 F 与 \bar{S} 之间的线性关系式

$$\bar{S} = k_1 F + b_1 \quad (6)$$

将待测信号幅值 F 在一定范围内乘以放缩系数 ϵ ，以求特征 \bar{S} 与 ϵ 的线性关系

$$\bar{S} = k_2 \epsilon + b_2 \quad (7)$$

当 ϵ 的变化范围为 $[\epsilon_1, \epsilon_2]$ ，此时根据策动力 F 与 \bar{S} 的线性关系，存在如式(8)所示关系

$$\bar{S}_2 - \bar{S}_1 = k_2 (\epsilon_2 - \epsilon_1) = k_1 \Delta F \quad (8)$$

其中： \bar{S}_1 和 \bar{S}_2 分别为 ϵ_1 和 ϵ_2 对应的平均周期面积； ΔF 为 $\bar{S}_2 - \bar{S}_1$ 引起的策动力变化。

\bar{S} 变化是由于二次谐波的幅值 A_2 变化引起的，

因此由式(8)可以进一步得到 ΔF 与 A_2 的关系

$$A_2 = \frac{\Delta F}{(\epsilon_2 - \epsilon_1)} = \frac{k_2}{k_1} \quad (9)$$

为保证该线性关系模型有效且拟合误差尽可能小, $[\epsilon_1, \epsilon_2]$ 的区间尽量利用在 \bar{S} 变化的最大线性区间; 否则 \bar{S} 的计算会受到随机误差或偏离模型的影响。

二次谐波幅值定量分析具体步骤如下:

1) 根据 Lamb 波的激发频率及采样频率设置 Duffing van-der-pol 系统的检测频率 ω 和系统求解时步长 Δt , 并进行时间尺度线性变换;

2) 改变系统策动力并绘制系统分岔图, 根据分岔图确定系统临界混沌状态的策动力 F ;

3) 截取实测 Lamb 波波包, 由于信号时长极短且波包边缘存在扰动, 对波包汉宁加窗后周期延拓;

4) 由于二次谐波相比基波信号幅值相差几个数量级, 因此使用高通滤波器滤除基波信号;

5) 为消除输入信号与系统之间的相位差, 将 $t_0 \in [0, 2\pi/\omega]$ 作为系统延时, $s(t-t_0)$ 作为系统输入, 求解后计算 \bar{S} , 绘制 \bar{S} 与 t_0 拟合曲线, 选取 \bar{S} 最大值对应 t_0 作为待测信号的延时;

6) 对延时后的信号乘以 $\epsilon \in [2, 4, 6, \dots, 240]$ 的比例系数, 并使用 Runge-Kutta 法求解系统方程, 相轨迹若进入大周期则二次谐波存在;

7) 根据式(3~5)计算系统解 $x(t)$ 的平均周期面积 \bar{S} , 利用最小二乘法拟合 \bar{S} 和 ϵ 的关系;

8) 改变策动力 F_d , 使系统保持大周期状态, 并保证 \bar{S} 在 $F > F_d$ 某一范围内有较好的线性关系, 调整系统的周期策动力 F , 获得 F 与 \bar{S} 的线性关系;

9) 由步骤 7 和步骤 8 得到的拟合关系, 并根据式(9)计算得到 A_2 , 即可表示二次谐波的幅值。

4 实验分析

4.1 实验装置

如图 2 所示, 激发装置产生的 Lamb 波在非线性金属材料中传播一定距离后被接收, Ritec SNAP 系统 RAM-5000 生成中心频率为 0.28 MHz 的非线性 Lamb 激励信号。实验材料为 1.5 mm \times 630 mm \times 2 500 mm 的铝板, 无约束平行放置在海绵块上。换能器发生的脉冲群被放大后进入楔形树脂玻璃块, 纵波通过楔形块边缘折射后传递至铝板, 形成 S0 模态 Lamb 波。S1 和 A1 模态能激发二次谐波累积^[11], 根据近几年研究成果, S0 模态也可形成二次谐波累加效应^[12]。传递 700 mm 后由 PZT 传感器接收, 并由 RAM-5000 采集输出至计算机,

通过分析输出信号的频率成分, 得到基波和二次谐波的幅值, 并量化分析材料的非线性特征。

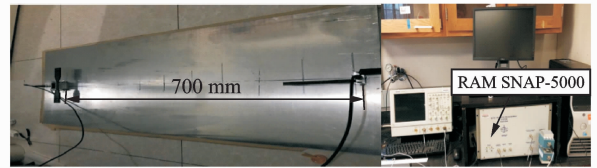


图 2 Lamb 波实验测试平台

Fig. 2 Experimental testing platform of Lamb wave

4.2 Duffing van-der-pol 系统参数设置

Duffing van-der-pol 系统根据检测频率的不同, 设定对应的系统参数和初始条件, 检测频率为 $f=0.56$ MHz, 参照文献[13]设置式(2)中的参数为: $\alpha=1, \beta=5, \delta=0.4, x(0)=0, \dot{x}(0)=0$ 。在无输入的情况下, 调整系统自激励项的策动力 F 的值, 得到系统的分岔图如图 3 所示。设置横轴表示策动力 F , 变化步长 $h=0.0025$, 纵轴为庞加莱截面各点的值。在 $F_d=0.2539$ 时, 系统达到由混沌向大周期状态跳转的临界混沌状态。

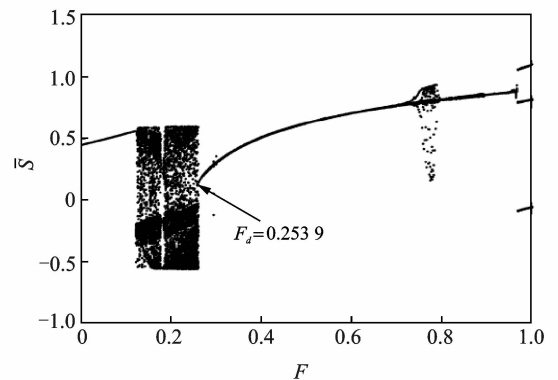


图 3 Duffing van-der-pol 系统分岔图

Fig. 3 Bifurcation diagram of the Duffing van-der-pol system

此时, 输入微弱信号可引起系统由临界混沌转变为大周期状态, 因此该系统对微弱信号具有较好的敏感性, 可作为二次谐波定性分析时系统参数 F 。

4.3 实测信号处理及二次谐波定性分析

截取实测信号中 Lamb 波波包作为分析对象, 二次谐波的幅值相比激励信号十分微弱, 相差约 80 倍。所以在测量过程中, 若存在微弱的噪声干扰, 二次谐波就会失真, 并影响到材料非线性特征分析的准确性。为了模拟受到噪声干扰的情况, 在原信号中加入标准差为 4×10^{-4} V 的白噪声, 如图 4 所示。观察频谱可知, 原始信号的二次谐波幅值 $A_2 =$

3.278×10^{-5} V, 加入噪声后为 4.554×10^{-5} V。二次谐波已经被噪声淹没, 原本在 0.56 MHz 处的峰值发生漂移, 幅值失真严重。

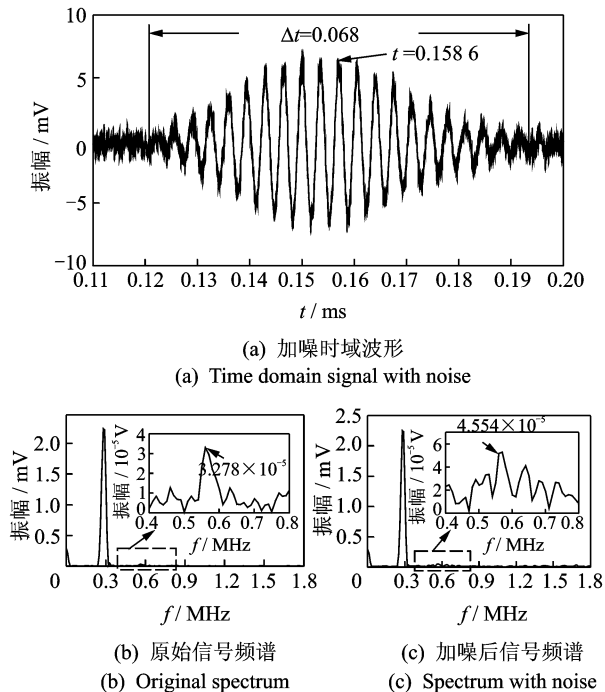


图4 加噪后时域波形及其频谱

Fig. 4 Time domain signal and frequency spectrum

观察图4波形, 波包为瞬态信号且两侧存在扰动, 因此将Lamb波波包加汉宁窗并延拓8个周期, 截窗中心点 $t = 1.586 \times 10^{-4}$ s, 宽度为 $\Delta t = 6.8 \times 10^{-5}$ 。为了排除基波的干扰, 将信号输入截止频率为0.4 MHz的高通滤波器, 再将滤波后的信号输入Duffing van-der-pol系统, 使用4~5阶Runge-Kutta法求解。根据时间序列 t 、系统解 $x(t)$ 及其微分 $\dot{x}(t)$ 绘制相轨迹, 输入信号前后系统的相轨迹如图5所示。输入待测信号后, 系统状态由临界混沌状态变为稳定的大尺度周期状态, 因此可以证明待测信号中含有频率为0.56 MHz的二次谐波。

在100个周期的时长内求解系统, 为了判断系统何时进入大周期状态, 选取 $X(t)$ 序列每个周期的极大值组成一个序列, 如图6所示。从第40个周期以后, 每个周期的极大值趋于稳定并保持大于0.78, 因此将 $X = 0.78$ 设定为判别进入稳定大周期的阈值。为了避开混沌状态向大周期的转换点, 在此基础上再向后延长3个周期, 从第43个周期开始向后截取50个周期相轨迹计算平均周期面积。

4.4 基于平均周期面积非线性指数分析

在系统进入稳定大尺度周期状态后, 平均周期面积 \bar{S} 才随着 F 的变化而趋于稳定递增变化, \bar{S} 与

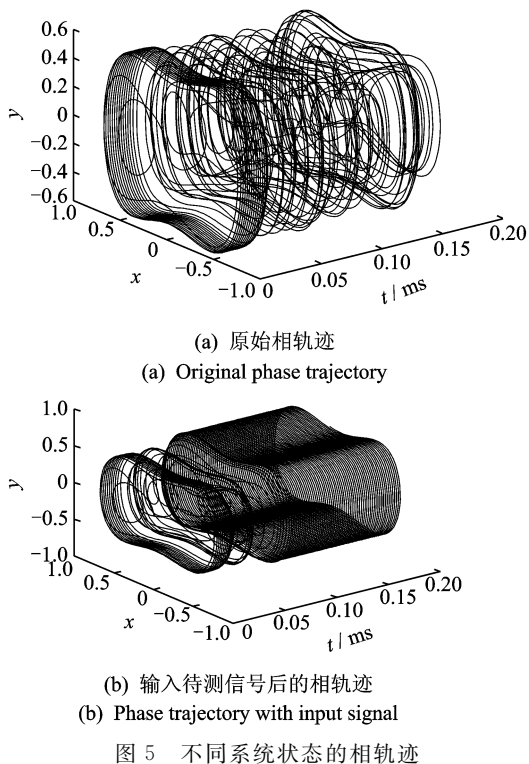


图5 不同系统状态的相轨迹

Fig. 5 Phase trajectory of system in different state

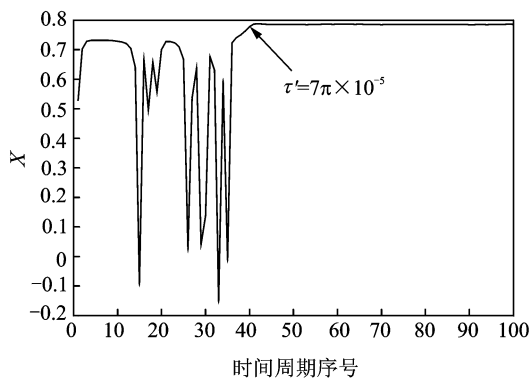


图6 $X(t)$ 在每个周期的极大值

Fig. 6 Maximum in every period of $X(t)$

F 的散点图如图7所示。为了寻找系统 \bar{S} 与 F 的稳定线性关系, 通过1阶线性拟合寻找 \bar{S} 与 F 的最佳线性关系区间。

从图7局部放大图中可以发现, 当策动力 $F \in [0.288, 0.291]$ 时, \bar{S} 趋于稳定递增, 线性关系十分明显, 且系统处于大周期状态, 因此 \bar{S} 可以作为衡量系统等效策动力 F 的变化参数, $F \in [0.288, 0.291]$ 的拟合关系式为

$$\bar{S} = 2.729 \times 10^{-7} F + 7.094 \times 10^{-7} \quad (10)$$

为了使待测信号与系统具有相同的初始相位, 进而待测信号对平均周期面积 \bar{S} 的影响与改变策动力等效, 因而对待测信号再延时 $\tau = [0, 0.02\pi/\omega, 0.04\pi/\omega, \dots, 2\pi/\omega]$, 其中 $\omega = 0.56$ MHz 为待

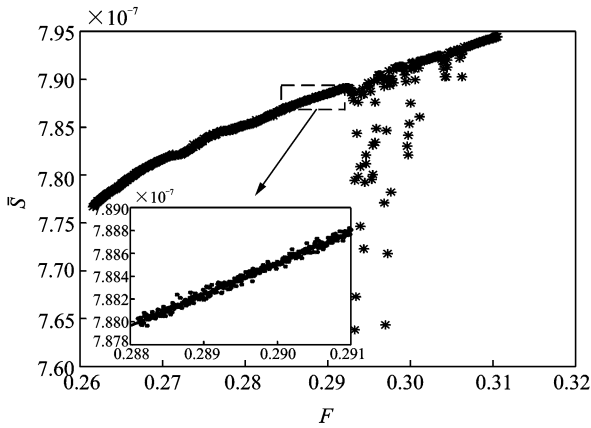


图 7 系统策动力 F 与 \bar{S} 拟合关系

Fig. 7 The relationship between F and \bar{S}

测角频率。在 1 个周期内,用 5 次多项式对平均周期面积 \bar{S} 与延时 τ 的关系进行拟合,如图 8 所示。由图 8 可知,在 1 个周期内, \bar{S} 呈现出近似正弦曲线关系,选取拟合曲线 \bar{S} 最大值对应的延时 $\tau_0 = 0.15 \times 2\pi/\omega$ 为最佳延时。

将待测信号延时 $\tau_0 = 2.6786 \times 10^{-7}$ 输入系统后, \bar{S} 与比例系数 $\epsilon \in [2, 4, 6, \dots, 240]$ 的拟合关系

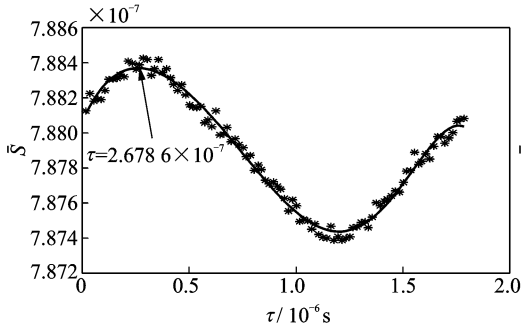


图 8 \bar{S} 与延时 τ 拟合关系

Fig. 8 The relationship between \bar{S} and τ

表 1 不同算法计算二次谐波幅值对比

Tab. 1 Comparisons of second harmonic calculated by different methods

算法	二次谐波幅值 / 10^{-5} V	二次谐波幅值误差 / %	非线性系数 β	非线性系数误差 / %
原始信号	3.278	—	6.597	—
加噪信号	4.554	38.93	9.303	41.01
小波降噪	3.855	17.60	7.924	20.11
卡尔曼滤波	4.919	50.06	9.587	45.31
混沌几何特征法	3.226	1.59	6.575	0.33

如图 9 所示。可以看出, \bar{S} 的变化范围与图 7 中的最大线性区间相匹配,验证了所选比例系数区间的合理性。由于比例系数 ϵ 不断增大,噪声也被放大, \bar{S} 的稳定性会有所波动,但与 ϵ 仍存在较好的线性关系,可以满足拟合精度。使用 R-square 指数衡量拟合效果,在无噪声条件下 R-square 指数为 0.996 3,而加入噪声条件下为 0.963 4,由此可见拟合线性关系依然具有较高的拟合精度,可有效地描述比例系数 ϵ 与 \bar{S} 的线性关系,并有效补偿了噪声带来的波动。

\bar{S} 的变化 $\bar{S}_2 - \bar{S}_1$ 为 2.0953×10^{-9} ,带入式(8)计算在加入噪声情况下的二次谐波幅值,再根据 $\beta = A_2 / A_1^2$ 得到材料的非线性系数。同时,分别采用小波软阈值法和卡尔曼滤波两种降噪方法进行对比分析,二次谐波幅值及误差如表 1 所示。可以看出,采用传统的降噪方法将引起二次谐波的失真,对后续计算材料非线性系数造成极大的影响。得益于在计算拟合关系时拟合线消除了噪声波动带来的影响,笔者提出的方法极大地提高了二次谐波的计算精度。由此可知,基于平均周期面积指数 \bar{S} 的材料非线性分析,可以免疫一定的噪声干扰,并对材料的非线性做定量分析。

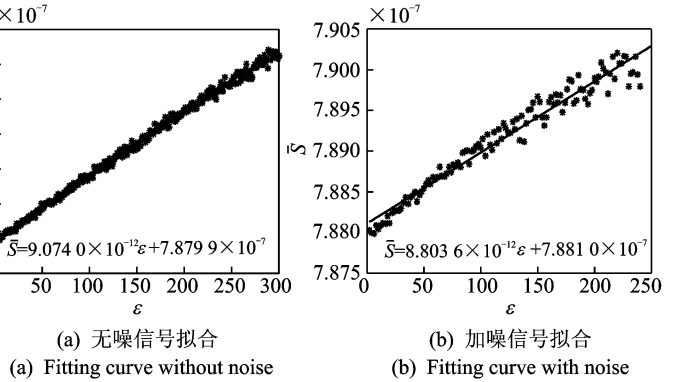


图 9 \bar{S} 与比例系数 ϵ 的拟合关系

Fig. 9 The fitting curve in different conditions

5 结束语

利用 Duffing van-der-pol 混沌系统对微弱信号的敏感性以及对噪声信号的免疫性,提出用系统的几何特征——平均周期面积 \bar{S} 指数来间接衡量由材料非线性引起的二次谐波成分,并通过量化二次谐波幅值计算材料非线性特征参数 β 。根据实验结果,该方法有效提高了非线性 Lamb 在噪声环境下的检测能力,即使受强噪声干扰,依然能精准地表达二次谐波幅值。同时,平均周期面积指数具有良好的适用性,该特征既可以用来估计相位又可以估计

幅值,相比传统的非线性特征检测方法表现出更强的鲁棒性与实用性。该方法通过引入混沌检测系统对二次谐波信号进行直接分析,有效避免了如小波降噪、卡尔曼滤波等在滤波降噪过程中对原始信号造成的二次破坏。

参 考 文 献

- [1] Hafezi M H, Alebrahim R, Kundu T. Peri-ultrasound for modeling linear and nonlinear ultrasonic response [J]. *Ultrasonics*, 2017, 80:47-57.
- [2] Christian B, Jin-Yeon K, Qu Jianmin, et al. Nonlinear Lamb waves for the detection of material nonlinearity [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, 22(3):638-646.
- [3] Yelve N P, Mitra M, Mujumdar P M. Detection of delamination in composite laminates using Lamb wave based nonlinear method [J]. *Composite Structures*, 2017, 159:257-266.
- [4] 张伟伟, 马宏伟. 利用混沌振子系统识别超声导波信号的仿真研究[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(19):15-20.
Zhang Weiwei, Ma Hongwei. Simulations of ultrasonic guided wave identification using a chaotic oscillator [J]. *Journal of Vibration & Shock*, 2012, 31(19):15-20. (in Chinese)
- [5] 武静, 张伟伟, 聂振华, 等. 基于 Lyapunov 指数的管道超声导波小缺陷定位实验研究[J]. *振动与冲击*, 2016, 35(1):40-45.
Wu Jing, Zhang Weiwei, Nie Zhenhua, et al. Tests for detecting crack locations in a pipe with ultrasonic guided wave based on Lyapunov exponent [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(1):40-45. (in Chinese)
- [6] Jiao Jingpin, Meng Xiangji, He Cunfu, et al. Nonlinear Lamb wave-mixing technique for micro-crack detection in plates [J]. *Ndt & E International*, 2017, 85:63-71.
- [7] 刘海波, 吴德伟, 戴传金, 等. 基于 Duffing 振子的弱正弦信号检测方法研究[J]. *电子学报*, 2013, 41(1):8-12.
Liu Haiibo, Wu Dewei, Dai Chuanjin, et al. A new weak sinusoidal signal detection method based on Duffing oscillators [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(1):8-12. (in Chinese)
- [8] 赵志宏, 张明, 杨绍普, 等. 多频激励 Duffing-van der Pol 系统振动状态研究[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(19):76-79.
- Zhao Zhihong, Zhang Ming, Yang Shaopu, et al. A Duffing-van der Pol system's vibration behavior under multi-frequency excitation [J]. *Journal of Vibration & Shock*, 2013, 32(19):76-79. (in Chinese)
- [9] Liu Xiaofeng, Bo Lin, Liu Y, et al. Detection of micro-cracks using nonlinear lamb waves based on the Duffing-Holmes system [J]. *Journal of Sound Vibration*, 2017, 405:175-186.
- [10] 李月, 徐凯, 杨宝俊, 等. 混沌振子系统周期解几何特征量分析与微弱周期信号的定量检测[J]. *物理学报*, 2008, 57(6):3353-3358.
Li Yue, Xu Kai, Yang Baojun, et al. Analysis of the geometric characteristic quantity of the periodic solutions of the chaotic oscillator system and the quantitative detection of weak periodic signal [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(6):3353-3358. (in Chinese)
- [11] Deng Mingxi, Xiang Yanxun, Liu Liangbing. Time-domain analysis and experimental examination of cumulative second-harmonic generation by primary Lamb wave propagation [J]. *Journal of Applied Physics*, 2011, 109(11):1829-1836.
- [12] Wan X, Tse P W, Xu G H, et al. Analytical and numerical studies of approximate phase velocity matching based nonlinear S0 mode Lamb waves for the detection of evenly distributed microstructural changes [J]. *Smart Materials & Structures*, 2016, 25(4):045023.
- [13] 舒娜, 张晓星, 孙才新, 等. 采用 Van-der 混沌振子抑制局部放电信号中周期性窄带干扰[J]. *高电压技术*, 2012, 38(1):89-94.
Shu Na, Zhang Xiaoxing, Sun Caixin, et al. Van-der chaotic oscillator to suppressing the periodic narrow-band interference from partial discharge pulse signal [J]. *High Voltage Engineering*, 2012, 38(1):89-94. (in Chinese)



第一作者简介: 柏林,男,1972年11月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为信号处理与设备故障状态监控、机电装备故障预测及健康管理等。曾发表《Fault diagnosis of rolling element bearing using more robust spectral kurtosis and intrinsic time-scale decomposition》(《Journal of Vibration and Control》2016, Vol. 12, No. 22)等论文。
E-mail: bolin0001@aliyun.com

