Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

DOI:10.16450/j. cnki. issn. 1004-6801. 2020. 03. 017

# 轴向预压缩双晶片动力学模型与特性分析。

陈 恒, 陈 超, 刘士祥, 程 罡

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京,210016)

**摘要** 基于欧拉梁的假设,将双晶片简化为3层压电层合梁,由 Hamilton 原理建立系统的动力学模型,得到描述 轴向预压缩压电双晶片的偏微分方程及特定边界条件,通过求解上述微分方程的边值问题得到双晶片在不同轴向 力下的输出特性的解析表达式。利用有限元软件对双晶片进行仿真,验证了理论分析的正确性,增加理论分析结 果的可信度。最后通过实验的方法研究双晶片的静、动力学特性,证明了施加轴向力可以降低双晶片的弯曲刚度 和固有频率,显著增加其机电耦合效率,提高力和位移输出能力。轴向力虽然会影响双晶片启动时的位移峰值,但 是对响应时间和带宽影响较小,大轴向力下双晶片仍具有带宽高与响应快的优势。

关键词 轴向预压缩; Hamilton 原理; 动力学模型; 压电双晶片; 机电耦合 中图分类号 TH113.1

# 引 言

压电双晶片具有结构简单、质量轻、带宽高等优 点,但由于压电陶瓷本身的激励应变小<sup>[1]</sup>,一般只有 几百个微应变,因此压电双晶片存在输出位移小的 缺点。传统上需要设计机械式的位移放大机构放大 双晶片的输出位移,但这却在一定程度上降低了双 晶片的输出力<sup>[2-4]</sup>。针对这一问题,Lesieutre等<sup>[5]</sup>提 出了后屈曲预压缩(post-buckled pre-compressed,缩 写为 PBP)的概念,通过理论分析及实验得出的结论 表明,对双晶片施加轴向预压力能够同时提高其力与 位移输出能力,显著提高双晶片的机电转换效率。理 论上当轴向预压力达到双晶片的一阶屈曲临界载荷 时,双晶片的机电耦合系数将达到 1<sup>[6]</sup>。基于这一原 理,国外的学者们将预压缩双晶片应用于多种飞行器 舵机的设计与应用中,并取得了一系列的成果<sup>[7-11]</sup>。

为了分析双晶片在轴向压力下的静、动态特性, Giannopoulos等<sup>[12-13]</sup>利用非线性力学的方法建立 双晶片的理论模型,并进行了双晶片在不同轴向力 下的静变形实验。Giannopoulos 由经典层合板理 论给出轴向受压双晶片的平衡方程,将双晶片的挠 度展开为傅里叶级数的形式(即假设挠度为各阶屈 曲模态的线性叠加),给出双晶片的总势能,利用最 小势能原理及拉格朗日乘子法求解出特定边界条件 下傅里叶级数中的各阶未知系数,从而得到双晶片 在轴向力及电压作用下的静挠度表达式,并通过实 验和 ANSYS 软件验证了分析模型的正确性。

基于 PBP 概念的压电双晶片作为飞行器舵机 的驱动部件,其性能对舵机性能有着至关重要的影 响。因此,有必要确切地描述双晶片在轴向预压力 下的静、动态性能。2005年, Ron Barrett团队将 PBP 作动器应用于自主式飞行器时,通过将压电产 生的效应等效为简支梁两端的弯矩建立了双晶片的 静力学模型,该模型得到了双晶片发生静变形的解 析表达式[9]。2007年,该团队又将双晶片应用于机 翼的飞行控制中,同时建立了双晶片的动力学模型。 该模型将双晶片化为单自由度系统,通过假设形状 函数,带入动能、势能和功的表达式,利用 Lagrange 原理得到压电双晶片的模态方程,然后通过系统的 等效刚度和质量来求得双晶片的一阶固有频率[11]。 这些方法虽然可以得到系统的静、动态特性,但却无 法用一个表达式来描述双晶片的所有模态,使双晶 片的各阶模态较为直观地显现出来。笔者通过推导 双晶片各层的应变能、动能、电势能和外部力的描述, 将力和电的作用纳入到统一的框架中,得到系统关于 中性层挠度的泛函表达式,再通过 Hamilton 原理得 到轴向预压缩条件下双晶片的动力学方程与特定的 边界条件。通过求解偏微分方程不仅得到系统的静 变形,同时得到了双晶片关于各阶频率和阵型的解析

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51575259) 收稿日期:2018-03-25;修回日期:2018-12-25

解表达式,并对系统的动力学特性进行了分析。

# 1 压电双晶片的机电耦合模型

#### 1.1 动力学方程的建立

舵机用双晶片模型如图1所示。双晶片一端固 定铰支,一端可沿轴向滑动,舵片与固定铰支端固 连,通过给双晶片施加电压带动舵片旋转。



图 1 预压缩双晶片的驱动原理

Fig. 1 Driving principle of axial pre-compressed piezoelectric bimorph

Hamilton 原理是以变分为基础的建模方法,常 用来建立连续质量分布和连续刚体分布系统(弹性 系统)的动力学模型。压电双晶片可以简化为一个 3 层的压电层合板,具有力和电场的耦合作用,对于 这样无限自由度的机电耦合系统应采用能量法较为 简便。因为双晶片的变形量较小,基于欧拉梁的假 设,忽略微元转动的基体动能<sup>[14]</sup>

$$T_{\rm s} = \frac{1}{2} \rho_{\rm s} A_{\rm s} \int_0^L \dot{w}^2 \,\mathrm{d}x \tag{1}$$

其中: $\rho_s$ 为基体密度; $A_s$ 为基体的横截面积;下标 s 表示基体;L为双晶片的长度;w为中性层的挠度 对时间的一阶导数。

同理,压电陶瓷层的动能为

$$T_{\rm p} = \frac{1}{2} \rho_{\rm p} A_{\rm p} \int_0^L \dot{w}^2 \,\mathrm{d}x \tag{2}$$

其中:下标 p 表示压电陶瓷。

基体的纯弯曲应变能为

$$U_{\rm s} = \frac{1}{2} E_{\rm s} I_{\rm s} \int_{0}^{L} w^{'2} \,\mathrm{d}x \tag{3}$$

其中: $E_s$ 为基体的弹性模量; $I_s$ 为基体的截面惯性 矩;w''为中性层挠度对坐标轴x的二阶导数。

压电陶瓷层的应变能为

$$U_{\rm p} = \frac{1}{2} \int_{V} \boldsymbol{\sigma}^{\rm T} \boldsymbol{s} \mathrm{d} \boldsymbol{v} \tag{4}$$

为了得到压电陶瓷片应变能关于双晶片中性层 挠度的表达式,可由压电方程得到压电层应力、应变 及外部电场强度的关系,并通过梁的几何方程得到 应变与梁的弯曲曲率之间的关系,而由小变形假设 可以将曲率近似为挠度对 *x* 轴的二阶导数,由此可 得以挠度为自变量的压电陶瓷层应变能泛函。已知 d 型压电本构方程为

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{E}} \boldsymbol{T} + \boldsymbol{d}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{E} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{dT} + \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{E} \tag{6}$$

其中:*s* 为应变向量;*S<sup>E</sup>* 为柔度矩阵;*d* 为压电常数 矩阵;*E* 为外加电场向量;*D* 为电位移向量;*T* 为应 力向量;*e<sup>T</sup>* 为介电常数矩阵。

由欧拉梁的基本假设,忽略剪切变形,双晶片外 部电场只有  $E_3 \neq 0$ 。因此有

$$\boldsymbol{d}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(7a)  
$$\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} s & s & s & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(7b)

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(7c)

由于在欧拉梁假设下的正应力仅  $\sigma_x \neq 0$ ,并由 式(5)、式(7)可得压电梁压电陶瓷层的应变向量

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & S_{31} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \sigma_x + \begin{bmatrix} d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} E_3$$
(8)

由式(8)得到压电陶瓷层 x 向正应变为

$$s_x = S_{11}\sigma_x + E_3 d_{31} \tag{9}$$

然后得到 x 向正应力为

$$\sigma_x = \frac{s_x - E_3 d_{31}}{S_{11}} = E_p \left( s_x - E_3 d_{31} \right) \qquad (10)$$

其中: *E*<sub>p</sub> 为压电陶瓷在 1 方向的弹性模量,大小为 柔度 *S*<sub>11</sub> 系数的倒数。

每片压电陶瓷的弯曲应变能为

$$U_{\rm p} = \frac{1}{2} b \int_0^L \left( \int_{\frac{h_s}{2}}^{\frac{n_s}{2} + h_p} \sigma_x s_x \, \mathrm{d}z \right) \, \mathrm{d}x \tag{11}$$

其中:h 为厚度;b 为双晶片的宽度。

将式(10)代入式(11)可得

$$U_{p} = \frac{1}{2} b \int_{0}^{L} \left( \int_{\frac{h_{s}}{2}}^{\frac{n_{s}}{2} + h_{p}} E_{p} s_{x} \left( s_{x} - E_{3} d_{31} \right) dz \right) dx \quad (12)$$
  
已知婆查曲的小变形几何方程为

 $s_x = -z\omega'' \tag{13}$ 

将式(13)代入式(12),得到关于中性层挠度的 压电陶瓷层应变能表达式为

$$U_{\rm p} = \frac{E_{\rm p}I_{\rm p}}{2} \int_{0}^{L} w^{\tilde{'}_{2}} dx + \frac{bE_{\rm 3}d_{\rm 31}E_{\rm p}h_{\rm p}(h_{\rm s}+h_{\rm p})}{4} \int_{0}^{L} w'' dx$$
(14)

由式(14)及式(3)可以得到压电陶瓷层的截面 惯性矩为

$$I_{\rm p} = \int_{\frac{h_s}{2}}^{\frac{h_s}{2} + h_p} b z^2 \, \mathrm{d}z \tag{15}$$

为了得到压电陶瓷层关于挠度的电势能泛函

$$W_E = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{E}^{\mathrm{T}} D \mathrm{d} v \qquad (16)$$

由式(6)、式(7)、式(10)和式(13)可得

$$E^{T}D = E_{3}d_{31}E_{p}(-zw'' - E_{3}d_{31}) + E_{3}^{2}\varepsilon_{33}$$
 (17)  
积分后可得

$$W_{E} = \frac{-bE_{P}E_{3}d_{31}h_{P}(h_{s}+h_{P})}{4} \int_{0}^{L} w'' dx - \frac{bLh_{P}E_{P}E_{3}^{2}d_{31}^{2}}{2} + \frac{bLh_{P}E_{3}^{2}\varepsilon_{33}}{2}$$
(18)

其中: E<sub>3</sub> 为 z 向电场强度。

*E*<sub>3</sub> 与压电陶瓷层的外加电压伏值 *V* 之间的关系为

$$E_3 = V/h_{\rm p} \tag{19}$$

F 为轴向压力,假设其方向沿 x 轴负方向,小变 形假设下近似为

$$W_F = F \int_0^L \frac{w^2}{2} \mathrm{d}x \tag{20}$$

整个双晶片的动能、势能以及外部作用为

$$\begin{cases} T_{\rm bi} = T_{\rm s} + 2T_{\rm p} \\ U_{\rm bi} = U_{\rm s} + 2U_{\rm p} \\ W = W_F + 2W_E \end{cases}$$
(21)

其中:下标 bi 表示压电双晶片。

由哈密顿原理,通过求泛函的驻值

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_{\rm bi} - U_{\rm bi} + W) \, \mathrm{d}t = 0 \tag{22}$$

得到关于中性层挠度的偏微分方程。可以看出,双 晶片的动力学方程与普通均质梁具有同样的形式, 逆压电效应没有体现在方程中而是在边界条件里

$$\rho A\ddot{w} + EIw^{(4)} + Fw'' = 0 \tag{23}$$

可得到简支边界条件为

$$\begin{cases} w'' = \frac{-M_e}{EI} & (x = L, w = 0) \\ w'' = \frac{-M_e}{EI} & (x = 0, w = 0) \end{cases}$$
(24)

### 1.2 双晶片驱动器的动力学特性

通过分离变量法可将前面描述驱动器的力学偏微分方程分解为两个常微分方程,由具体的边界条件 得到关于频率的线性方程组。令该方程组的系数矩 阵行列式为零,可解出驱动器在特定边界条件下的固 有频率,并通过求解方程组对应的齐次方程得到系统 的固有振型。假设外加电场为简谐激励形式,从上述 偏微分方程可求解得到驱动器的稳态响应<sup>[15]</sup>。利用 该方法得到双晶片简支条件下的固有频率与固有振 型的解析表达式如下。

固有频率为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{(n\pi)^2 \left[ EI(n\pi)^2 - FL^2 \right]}{\rho AL^4}} \quad (n = 1, 2, \cdots)$$
(25)

固有振型为

$$\varphi_n = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (n = 1, 2, \cdots)$$
 (26)

为了得到双晶片在简谐激励下的响应,令外加 电压为

$$V = v \sin(\omega t) \tag{27}$$

$$w = \varphi(x)\sin(\omega t) \tag{28}$$

$$\varphi(x) = \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{b} \tag{29}$$

其中

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} e^{r_{1}x} & e^{-r_{1}x} & \cos(r_{2}x) & \sin(r_{2}x) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \quad (30)$$
$$\boldsymbol{b} = bd_{31}E_{\mathrm{p}}v(h_{\mathrm{s}} + h_{\mathrm{p}}) \begin{bmatrix} \frac{-1}{EI(r_{1}^{2} + r_{2}^{2})(1 + e^{r_{1}L})} \\ \frac{-e^{r_{1}L}}{EI(r_{1}^{2} + r_{2}^{2})(1 + e^{r_{1}L})} \\ \frac{1}{EI(r_{1}^{2} + r_{2}^{2})} \\ \frac{1 - \cos(r_{2}L)}{EI\sin(r_{2}L)(r_{1}^{2} + r_{2}^{2})} \end{bmatrix}$$
(31)

$$r_1 = \sqrt{\frac{-F + \sqrt{F^2 + 4EI\omega^2\rho A}}{2EI}} \tag{32}$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{F + \sqrt{F^2 + 4EI\omega^2\rho A}}{2EI}} \tag{33}$$

## 1.3 双晶片驱动器的静态特性

为了得到驱动器的静态特性,只需将动力学方 程中的加速度项为零,即可得到描述该机电耦合系 统静态特性的微分方程,然后可求解得到双晶片在 不同电压、轴向预压力下的静态输出特性。

由式(23)得到静态挠度方程为

$$EIw^{(4)} + Fw'' = 0$$
 (34)

其通解为

$$\begin{cases} w_s = A \sin \lambda x + B \cos \lambda x + C x + D \\ \lambda = \sqrt{F/EI} \end{cases}$$
(35)

由式(24)、式(34)得

$$\begin{bmatrix} -\lambda^{2}\sin(\lambda L) & -\lambda^{2}\cos(\lambda L) & 0 & 0\\ \sin(\lambda L) & \cos(\lambda L) & L & 1\\ 0 & -\lambda^{2} & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A\\ B\\ C\\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_{e}\\ EI\\ 0\\ -M_{e}\\ EI\\ 0 \end{bmatrix}$$
(36)

通过求解上述矩阵方程可得到边界条件式(24) 下驱动器的静变形为

$$w_{\rm s} = \frac{M[1 - \cos(\lambda L)]}{F\sin(\lambda L)}\sin(\lambda x) + \frac{M[\cos(\lambda x) - 1]}{F}$$
(37)

简支条件下双晶片输出轴转角,即 *x*=0 处转 角为

$$\theta_{x=0} = w'_{x=0} = \frac{M\lambda \left[1 - \cos(\lambda L)\right]}{F\sin(\lambda L)} \qquad (38)$$

简支的双晶片滑动端 x 向位移为

$$\Delta L \approx \int_{0}^{L} \frac{w_{s}^{\prime 2}}{2} \mathrm{d}x = \frac{LM^{2}\lambda^{2} - M^{2}\lambda\sin(\lambda L)}{4F^{2}\cos^{2}\left(\frac{\lambda L}{2}\right)}$$
(39)

由式(25)令 $\omega_1 = 0$ ,得到简支双晶片的一阶屈 曲临界载荷为

$$F_{\sigma} = EI \frac{\pi^2}{L^2} \tag{40}$$

# 2 双晶片的有限元分析

通过以上分析建立了描述轴向预压缩双晶片的 动力学方程,从其动力学方程及边界条件中得到静 挠度、输出转角、固有频率及固有振型等的解析解。

作为比较,利用 ANSYS 软件对双晶片进行有限元分析,双晶片的几何尺寸及材料属性由表 1 给出。压电陶瓷的刚度系数矩阵(单位为 GPa)如下

	[121.0	75.4	75.2	0	0	0 ]	
	75.4	121.0	75.2	0	0	0	
<b>C</b> –	75.2	75.2	111.0	0	0	0	
C =	0	0	0	21.1	0	0	
	0	0	0	0	21.1	0	
	0	0	0	0	0	22.6	
						(11	)

□ 太 Ⅰ 以 前 「 的 儿 何 豕 敛 与 材 科 禹 ○
---------------------------------

Tab. 1 (	Geometric	parameters	and	material	properties	of	bimorph
----------	-----------	------------	-----	----------	------------	----	---------

参数	压电陶瓷层	基体层
材料	PZT-5	6 063
相对介电系数 ε <sub>33</sub> /ε <sub>0</sub>	4 400	_
压电应变系数 d <sub>31</sub> / (pC・N <sup>-1</sup> )	-320	—
弹性模量 E/GPa	61.5	71
宽度 <i>b</i> /mm	20	20
厚度 h/mm	0.23	0.24
长度 L/mm	60	60
密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 750	2 700

## 2.1 驱动器的静态特性

根据表1中的数据,分别对双晶片施加不同的

电压和 0.05 倍~0.85 倍屈曲临界载荷的轴向力, 并利用上节中的理论分析得到相应的结果。同时利 用 ANSYS 软件进行静力学分析,压电陶瓷层选用 solid226 单元类型,基体选用 solid186 单元,在分析 设置中打开大变形选项。设压电陶瓷的压电应力系 数  $e_{33} = e_{15} = 0$ ,已知  $d_{31}$ 可从陶瓷层的刚度系数矩阵 求出对应的  $e_{31} = -30.217$  2 C/m<sup>2</sup>。

从模型计算得到双晶片的一阶屈曲临界载荷  $F_{\sigma} = 96.97N$ 。对于简支双晶片一般把固定铰支端 作为输出轴,通过输出轴的转动驱动舵面偏转。由 于 ANSYS 不能直接计算出双晶片的固定铰支端转 角,可从 ANSYS 计算结果中提取距离固定端 1mm 处的 挠度 w,则 双晶片的输出转角近似为 $\theta$ = arctan(1 000w)。式(37)、式(38)得到的结果与 ANSYS 计算结果如图 2、图 3 所示,横坐标为按屈 曲临界载荷归一化的轴向力,纵坐标为双晶片的最 大挠度与最大转角。



图 2 不同电压下轴向力与双晶片最大挠度的关系

Fig. 2 Relationship between the deflection and the axial force at different voltages



图 3 不同电压下轴向力与双晶片输出转角的关系

Fig. 3 Relationship between the output angle and the axial force at different voltages

从图 2、图 3 中的结果可以看出,ANSYS 计算 结果模型与解析解计算结果趋势上基本一致。小轴 向力下两者相差很小,由于本研究的理论模型采用 了小变形假设,随着轴向力的增大计算误差会越来 越大,但趋势是一致的。另外,理论模型中近似地认 为沿压电陶瓷厚度方向电场强度均匀分布也会引起 一定的误差。增大轴向力对双晶片的输出位移有明 显的放大作用。为了给预压力施加部分的结构设计 提供理论依据,图4给出简支双晶片滑动端 *x* 向位 移的计算结果。



Fig. 4 Axial stiffness characteristics of the Bimorph

从图 4 可以看出,简支双晶片的轴向刚度在0~ 0.4 倍的屈曲临界载荷下基本呈线性,在大轴向力 下呈明显的非线性,随着轴向力的增大,双晶片刚度 渐软,理论上当轴向力达到屈曲临界载荷时双晶片 的轴向刚度将为零。

从上面的仿真结果可以看出,轴向力对双晶片 的静态位移输出能力有明显的放大作用,较大轴向 力下双晶片的轴向刚度呈现明显的非线性。通过与 ANSYS 计算结果的比较也证实了本研究的理论分 析结果在较小轴向力下是基本正确的,大轴向力下 (接近屈曲临界载荷)理论计算结果与 ANSYS 仿真 结果趋势上基本一致。

#### 2.2 驱动器的动力学特性

通过模型的理论分析给出了在轴向力及电压的 作用下双晶片的结构动力学特性表达式,得到了简 支边界条件下双晶片的固有频率、固有振型及幅频 特性的解析表达式。通过式(25)计算出双晶片的固 有频率,并与 ANSYS 预应力模态分析结果放在一 起进行比较,在 ANSYS 软件静力学分析设置中打 开大变形选项,结果如图 5 所示。

在式(29)~(33)中,令 x = L/2,计算出双晶片 的稳态响应与 ANSYS 预应力下谐响应计算结果如 图 6 所示。在 ANSYS 中进行有预应力的谐响应分 析,首先,进行静力学分析计算结构的预应力,添加 铰支边界条件,在滑动铰支端对双晶片施加轴向力, 分析设置中打开大变形选项;其次,将静力学分析的 结果导入模态分析,通过模态叠加法进行谐响应分 析。谐响应分析中,在双晶片两端施加等效弯矩(相



Fig. 5 Relationship between 1<sup>st</sup> bending frequency and the axial force at different voltages



图 6 简支双晶片 1V 电压下的幅频特性



当于施加 1V 电压引起的弯矩),计算得到简支双晶 片在不同轴向力作用下的幅频特性曲线。

## 3 可调轴向预紧力的双晶片实验研究

#### 3.1 双晶片的静态实验

为了测试舵机用双晶片的静态特性,设计并 制作出实验装置如图 7 所示。双晶片左侧嵌入到 固定铰支端即输出轴上,右侧嵌入到滑动铰支端, 滑动端与底座上的导轨相连,通过砝码给双晶片 施加轴向力,利用激光位移传感器测量双晶片中 点挠度。通过给双晶片施加直流电来测试双晶片 的静态挠度,实验结果与解析解计算结果如图 8 所示。从图中可以看出,轴向力在一定程度上能 够放大双晶片的输出位移,而且双晶片的挠度对 电压有较好的线性度。

#### 3.2 双晶片的瞬态实验

双晶片的瞬态特性主要指其启动与关断时表现的特性。笔者用双晶片的阶跃响应实验来测试其瞬态特性。给双晶片施加低频(0.2Hz)的方波信号(向上偏置100%),利用激光位移传感器测量其阶



图 7 轴向预压缩简支双晶片实验装置

Fig. 7 Experimental device for axial pre-compressed piezoelectric bimorph





跃响应,得到双晶片在启动与关停时响应的时间历程。双晶片应用于舵机要有一定的带宽,否则无法 及时响应飞控系统给出的控制信号。因此,进行双 晶片的瞬态特性实验具有重要的理论与现实意义。

采用之前给出的双晶片与图 7 中的实验装置测 量简支双晶片的瞬态响应。图 9 给出双晶片轴向力 为零、电压幅值为 10V 时的阶跃响应,横坐标为时 间,纵坐标为激光位移传感器测量得到的位移(绝对 值),采样频率为 20kHz,激励电压为 0.2Hz,占空比 为 50%。从图中可以看出,双晶片的响应时间非常 快(毫秒级),而双晶片在启停时会出现较大的位移 峰值。

作为比较,其他条件相同,测出双晶片在轴向力 10N时的阶跃响应,测量结果如图 10 所示。从实验 结果中可以看出,双晶片在大轴向力下仍然有着毫 秒级的响应时间,且双晶片在启动时的位移峰值消 失。有 10N 轴向力的情况比无轴向力的情况振幅



图 9 无轴向力下简支双晶片的阶跃响应 Fig. 9 Step response of bimorph without axial force





放大了20%左右。

## 4 结束语

笔者基于 Hamilton 原理,由欧拉梁的假设(另 外假设压电陶瓷电场沿厚度均匀分布)建立轴向受 压双晶片的动力学模型,给出双晶片的动力学方程 (可简化为静力学方程)与边界条件。得出轴向预压 缩双晶片在简支边界条件下的静态特性(不同轴向 力不同电压下的最大挠度)、幅频特性、固有频率、固 有振型及屈曲临界载荷的解析解表达式。利用 ANSYS软件建立双晶片的简化模型,进行静力学、 模态与谐响应分析,将理论计算结果与 ANSYS 仿 真结果进行比较,验证理论分析的正确性,增加理论 分析结果的可信度。搭建双晶片实验平台,进行不 同轴向力下双晶片的静变形实验与瞬态实验。分析 理论计算与实验结果,发现增大轴向力能够明显地 放大双晶片的静变形,同时降低双晶片的一阶弯振 频率,在大轴向力下双晶片仍然有很高的带宽,响应 时间仍然为毫秒级,与传统的电磁伺服系统相比优 势明显,具有广阔的应用前景。

#### 参考文献

[1] 朱华,刘卫东,赵淳生.变体飞行器及其变形驱动技术

[J]. 机械制造与自动化, 2010, 39(2):8-14.

ZHU Hua, LIU Weidong, ZHAO Chunsheng. Morphing aircraft and its morph-driving techniques [J]. Machine Building Automation, 2010, 39(2):8-14. (in Chinese)

- [2] HALL S R, PRECHTL E F. Development of a piezoelectric servoflap for helicopter rotor control [J].
   Smart Materials & Structures, 1996(5):26-34.
- [3] BARRETT R. Active aeroelastic tailoring of an adaptive elexspar stabilator[J]. Smart Materials & Structures, 1996, 5(6):723-730.
- [4] WOOD R J, AVADHANULA S, STELTZ E, et al. Design, fabrication and initial results of a 2g autonomous glider[C]// Processing 31<sup>st</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2005). Piscataway, USA: IEEE, 2005: 1870-1877.
- [5] LESIEUTRE G A, DAVIS C L. Can a coupling coefficient of a piezoelectric device be higher than those of its active material [J]. Journal of Intelligent Material Systems & Structures, 1997, 8(10):859-867.
- [6] VOS R, BARRETT R, DE BREUKER R, et al. Post-buckled precompressed elements: a new class of control actuators for morphing wing UAVs[J]. Smart Materials & Structures, 2007, 16(3):919-926.
- [7] VOS R, BARRETT R. Post-buckled precompressed (PBP) piezoelectric actuators for UAV flight control
   [C] // The 13<sup>th</sup> Annual International Symposium on Smart Structures and Materials. San Deiego, CA: SPIE,2006: 1060-1068.
- [8] BARRETT R, MCMURTRY R, VOS R, et al. Postbuckled precompressed piezoelectric flight control actuator design, development and demonstration [J]. Smart Materials & Structures, 2006, 15(5): 1323-1331.

- [9] VOS R, BREUKER R D. Morphing wing flight control via post-buckled pre-compressed piezoelectric actuators[J]. Journal of Aircraft, 2007, 44(4): 1060-1068.
- [10] BARRETT R, VOS R, BREUKER R D. Post-buckled precompressed (PBP) subsonic micro flight control actuators and surfaces[J]. Smart Materials & Structures, 2007, 17(5):1835-1841.
- [11] BARRETT R, VOS R. Design, development, and testing of a transonic missile fin employing PBP/DEAS actuators[J]. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2008, 6930: 693011.
- [12] GIANNOPOULOS G, MONREAL J, VANTOMME
   J. Snap-through buckling behavior of piezoelectric bimorph beams (I): analytical and numerical modeling
   [J]. Smart Materials & Structures, 2007, 16(16): 1148-1157.
- [13] GIANNOPOULOS G, MONREAL J, VANTOMME J. Snap-through buckling behavior of piezoelectric bimorph beams(II): experimental verification[J]. Smart Materials & Structures, 2007, 16(16):1158-1163.
- [14] WU Y, DONG J, LI X, et al. Non-linear piezoelectric actuator with a preloaded cantilever beam [J]. Micromachines, 2015, 6(8):1066-1081.
- [15] CHEN H, Wang J S. Dynamic modeling and characteristic analysis of piezoelectric rudder actuator [J]. Review of Scientific Instruments, 2019, 90: 016102.



**第一作者简介:**陈恒,男,1989 年 9 月 生,博士生。主要研究方向为压电梁动 力学特性研究及应用。曾发表《Test on an optimized cylindrical non-contact piezoelectric actuator》(《Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics》2017, Vol. 34, No. 1)等 论文。

E-mail:hengvincent@foxmail.com