

仿足弓准零刚度隔振器特性分析与实验*

邓宏光^{1,2}, 陈新度¹, 王 晗¹, 张 帆²

(1. 广东工业大学机电工程学院 广州, 510006) (2. 广州大学机械与电气工程学院 广州, 510006)

摘要 为满足光学精密仪器更高的精度及动态特性要求,解决其安装空间逼仄与宽频域隔振的矛盾,提出了一种由屈曲梁与黏弹性材料并联构成的仿生准零刚度隔振装置,并建立了该仿生隔振装置的非线性动力学模型,结合谐波平衡法对其振动传递特性进行了分析。仿真与实验结果表明:当频率比大于15时,振动幅值传递率小于0.2,系统共振区振动幅值传递率低于0.75,隔振效果良好。该结论验证了仿足弓准零刚度隔振器的有效性,为光学精密仪器复杂隔振系统设计提供了参考。

关键词 足弓;仿生;隔振;准零刚度

中图分类号 0322;TB535;TH113.1

引 言

光学精密仪器愈加精密,其动力学环境随着载荷与任务的多样性拓展而愈加严苛。各种复杂的振动激励及其耦合作用是影响设备正常工作的主要因素,故对设备振动控制系统的要求越来越高^[1]。绝对式光栅尺读数头等精密光学仪器受限于安装平台结构,其安装空间逼仄。因此,如何在诸多约束条件下合理设计隔振系统,满足光学精密仪器的复杂动力学环境是亟待解决的问题。

人类通过借鉴生物肢体的合理结构解决工程问题已经取得了巨大成功^[2-3],在仿生隔振方面有很多相关成果^[4-5]。目前,对人足踝部的仿生设计主要为残障人士的裸足代偿^[6]和人形机器人的行走结构^[7]。长期进化后形成的人足踝弓形结构能有效隔离复杂地形条件下跑、跳等工况对上部肢体的振动和冲击。因此,研究人足踝结构特征与隔振机理,分析其复杂工况下的缓冲隔振特性,对光学精密设备的隔振提供启发和帮助。

准零刚度(quasi-zero stiffness,简称QZS)隔振器具有高静态刚度低动态刚度的特性^[8],在光学精密仪器隔振系统中有很好的应用。目前,QZS隔振器大多采用正负刚度并联结构^[9]实现准零刚度特性。在此基础上,学者们通过外加磁场^[10-11]或气动装置^[12]使QZS隔振器刚度可控,实现功能扩展。X形隔振器^[13]可实现QZS系统特性。上述QZS隔振

器结构复杂,部分还依赖外部励磁或气源设备,限制了其在微型和轻量化精密光学仪器中的应用。

笔者通过研究人足弓的隔振机理,设计了一种由屈曲梁与黏弹性材料并联构成的仿生准零刚度隔振装置,建立其非线性动力学模型。结合谐波平衡法(harmonic balance method,简称HBM)分析其振动传递特性,并通过数值仿真与实验,评估该系统的隔振效能。

1 人足弓隔振力学机理与动力学模型

人足踝由足踝部的骨、肉和肌腱构成,人足部解剖结构如图1所示^[14]。足纵弓结构中,连接跟骨和跖骨的跖腱膜等筋腱如图1(a)所示,是弓弦的核心组成部分。图1(b)为足纵弓骨骼-筋腱结构,足踝部各楔形骨组成较大刚度的拱形结构弓架,支撑着踝关节以上重力并保证人直立稳固。较柔韧的“弓弦”是足踝缓冲隔振功能的关键,并维持足纵弓稳定和保护足底肌肉群和肌腱^[15]。

人足踝部在不平整地面行走过程中,足底在压缩与松弛2种状态间变换。足底受压缩时,跖腱膜等纵向筋膜韧带受压屈曲,即足弓弓弦部受压屈曲,同时足弓弓弦与弓架间的肌肉软组织也受压缩。定义足踝所受身体重力方向为纵向,横向与该方向垂直。足底软组织受压时,分为横向变形阶段和纵向形变阶段。第1阶段为足底软组织向两侧突出,纵

* 国家自然科学基金资助项目(51705093);广东省重大科技计划资助项目(X190071UZ190)

收稿日期:2021-10-19;修回日期:2022-02-07

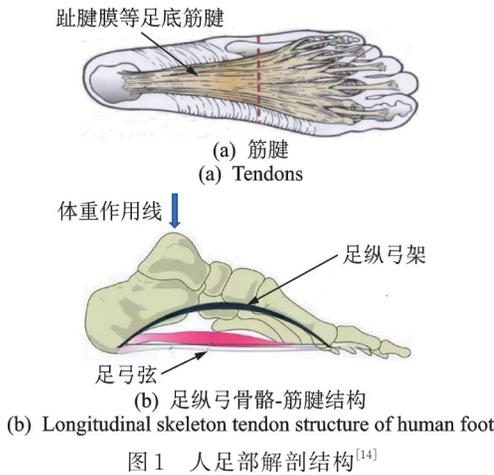


Fig.1 Anatomical structure of human foot

向刚度较小;第2阶段足底外观变化不大,纵向刚度随着软组织被压缩变形而急剧增大。

人足踝部各楔形骨组成的足弓弓架在承受正常载荷时,可视为不变形的刚体。因此,本仿生力学模型仅考虑足底肌腱的隔振功能,弓架可视为一刚性三角形构件。

踝足部的足弓韧带及筋膜其轴端受压屈曲的力学状态时可类比屈曲欧拉梁。欧拉梁接近屈曲失稳的临界状态时,具有零刚度特性。

人足纵弓与跟骨、距骨和舟骨间的受压缩肌肉群,其力学状态与受压缩工况下的黏弹性阻尼材料相似,既具有一定的弹性刚度,也具有阻尼特性。

图2为仿足弓隔振装置动力学模型。图2(a)为人足弓力学模型,该模型为二维三铰接点平面机构。其中:弓架为刚性三角形构件;A铰接点为足踝对上部肢体的支撑点;B,C两点为跖骨与跟骨对应的足弓弓架外缘位置; k_0 为弓弦(跖腱膜等韧带)的刚度; k_1, c_1 为弓弦与弓架间的肌肉软组织的刚度和阻尼。

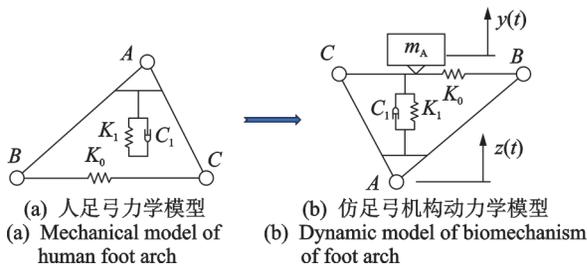


图2 仿足弓隔振装置动力学模型

Fig.2 Dynamic model of arch like vibration isolation device

实际设计仿生隔振系统时,须考虑载荷的结构特点与安装方式。可以选择类似人足踝负荷结构,置载荷在铰接点A,与安装平台在铰接点B,C间弓

弦某处联接,也可以倒置使用。笔者把质量为 m_A 的光学载荷放置在铰接点B,C间弓弦中点处,铰接点A则与安装平台相连。B,C两铰接点间弓弦为受轴向力屈曲梁,该屈曲梁为薄弹簧钢片,长为 l ,截面积为 A_B ,密度为 ρ ,质量为 m_B 。当施加在屈曲梁上的轴向力处于临界状态时,屈曲梁具有零刚度特性,则横向自由振动可由杜芬方程^[16]为

$$m_B \frac{d^2 \ddot{y}}{dt^2} + k_0 y + k_3 y^3 = 0 \quad (1)$$

其中： $m_B = \frac{\rho A_B l}{2}$; $k_0 = \left(1 + \frac{T_s l^2}{EI \pi^2}\right) \frac{EI \pi^4}{2l^3}$; $k_3 = \frac{\pi^4 EA_B}{8l^3}$ 。

以刚度 k_1 和阻尼 c_1 的黏弹性阻尼材料仿足底肌肉软组织的力学特性,置于弓弦与刚性弓架间。动力学模型如图2(b)所示,显然,作为弓弦的轴向受压屈曲梁与黏弹性材料并联构成了准零刚度系统。该动力学模型中,令基础振动激励为 $z(t)$,载荷处响应为 $y(t)$,质量 $m = m_A + m_B$,则有

$$m \ddot{y} + C_1 (\dot{y} - \dot{z}) + (k_0 + k_1)(y - z) + k_3 (y - z)^3 = 0 \quad (2)$$

令 $q = y - z$,则式(2)为

$$m \ddot{q} + C_1 \dot{q} + (k_0 + k_1)q + k_3 q^3 = -m \ddot{z} \quad (3)$$

其中: q 为光学载荷安装于屈曲梁中点处位移; z 为平台的振动输入激励,作用在点A处。

实际工程应用中常用加速度传感器检测振动,如果为位移传感器,则可2次微分得到加速度值。不失一般性,假设基础振动激励为

$$\ddot{z} = -a \cos(\omega t + \theta)$$

其中: a 为加速度幅值。

将 a 代入式(3),整理得到

$$\ddot{q} + 2\zeta \omega_n \dot{q} + \omega_n^2 q + \left(\frac{k_3}{m}\right) q^3 = -a \cos(\omega t + \theta) \quad (4)$$

其中: $\omega_n = \sqrt{\frac{(k_0 + k_1)}{m}}$; $\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{m(k_0 + k_1)}}$ 。

定义非线性刚度系数 ϵ 与基础激励系数 B_V 分别为:

$$\epsilon = \frac{k_3}{k_1 + k_p}, B_V = \frac{m}{k_1 + k_p} a, \text{ 则式(4)可整理为}$$

$$\ddot{q} + 2\zeta \omega_n \dot{q} + \omega_n^2 (q + \epsilon q^3) = -B_V \omega_n^2 \cos(\omega t + \theta) \quad (5)$$

由谐波平衡法得到系统幅频特性 Q/B_V 为

$$\frac{Q}{B_V} = \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + \frac{3}{4} \epsilon Q^2\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6)$$

相频特性为

$$\theta = \arctan \frac{2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) Q}{\left(-\frac{\omega^2}{\omega_n^2} + 1 + \frac{3}{4}\epsilon Q^2\right) Q} \quad (7)$$

2 仿真分析

对于具体的隔振应用场合,足弓仿生隔振系统的外部条件是相对明确的。因此,根据给定的应用工况设定相关参数进行仿真,在实际试验前对该足弓仿生隔振系统进行模拟,研究各参数对隔振效果的影响。

笔者以绝对式光栅尺读数头的隔振应用为背景,在 Matlab 中建立了动力学模型。本系统隔振动态仿真算例中,以实验样机的弓臂中点处为基础激励输入点,在弓弦中间位置设置为负载连接点,仿足弓 QZS 隔振装置参数如表 1 所示。

表 1 仿足弓 QZS 隔振装置参数

参数	数值	单位	意义
m_A	530	g	载荷质量(含载荷连接件)
E	2.1×10^{11}	Pa	弓弦弹簧钢板的弹性模量
I	0.004 2	mm^4	弓弦弹簧钢板的惯性矩
k_t	4 600	N/m	弓弦内侧黏弹性材料刚度
h	15	mm	弓弦弹簧钢板的宽度
l_z	0.15	mm	弓弦弹簧钢板的厚度
l	90	mm	弓弦弹簧钢板的长度

为分析阻尼比 ζ 和非线性系数 ϵ 对该系统隔振性能的影响,分别考察不同 ζ 和 ϵ 取值时的系统振动传递率 T_d 。阻尼比 ζ 对隔振性能的影响如图 3 所示,展示了当 ζ 在 0.15~0.65 范围时,系统的振动传递率 T_d 曲线。由图 3 可知:

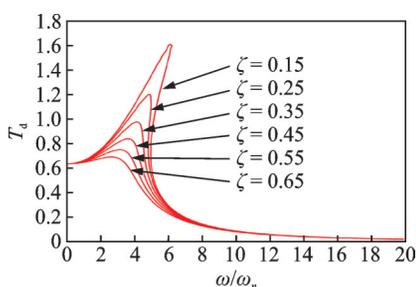


图 3 阻尼比 ζ 对隔振性能的影响

Fig.3 Transmissibility for various damping ratio ζ

1) 非线性特征明显。 ζ 取系列值,对应的传递率 T_d 曲线族与线性系统受迫振动时的响应曲线族类似,但支撑曲线族的骨架弯曲且朝向频率增大方向,且共振点不在 ω_n 处。 $\zeta < 0.2$ 时, T_d 曲线非单值,即同一个频率点可能对应多个响应输出,其激振响应应具有跳跃现象。

2) 当 $\omega/\omega_n > 7$ 时,系统响应的衰减程度很好,此时传递率 $T_d < 0.2$,且随着 ω/ω_n 增大而趋于 0。根据表 1 得到 $\omega_n = 0.3\ 661\ \text{Hz}$ 。因此,当 $\omega > 2.56\ \text{Hz}$ 时, $T_d < 0.2$; 当 $\omega > 4.5\ \text{Hz}$ 时, $T_d < 0.1$,低频隔振效果明显。

3) 共振峰高度及非线性特性与 ζ 取值大小有关。当 ζ 取值为 0.1 时,系统传递率曲线存在共振区,峰值 $T_d = 1.6$,即共振区内存在输入振动激励被放大的情况。当共振区范围对应频率比 ω/ω_n 取值区间为 2~6.2 时,共振峰明显向右弯曲。阻尼比 ζ 取值为 0.2 时,系统传递率曲线也存在共振区,但峰值 T_d 已降低到接近 1.1,共振区范围对应 ω/ω_n 的取值区间为 2~5,共振峰向右弯曲,表明系统在此频率区间 ζ 取较小值时容易出现不稳定现象。

4) 随着系统阻尼比增加,传递率曲线共振峰明显减小,共振峰向右弯曲越不明显。当 $\zeta = 0.3$ 时,共振峰值对应隔振传递率 $T_d < 1$,对应的 ω/ω_n 取值区间为 2~5。这表明增大阻尼比可使系统在共振区内也能取得一定的隔振效果,系统不稳定现象显著降低。

5) 阻尼比增大到 0.5 以上时,可以看到共振峰上凸,但不明显,共振峰值对应隔振传递率 $T_d = 0.63$,表明系统隔振效果明显,无明显共振区,系统不稳定现象基本消除。

为讨论系统的非线性与隔振传递率的关系,设系统阻尼比为 0.18。图 4 为非线性系数 ϵ 对隔振性能的影响。可见, ϵ 取值越大,系统非线性特征越明显,其共振峰越向右弯曲,即系统在共振区的不稳定性与 ϵ 值正相关。

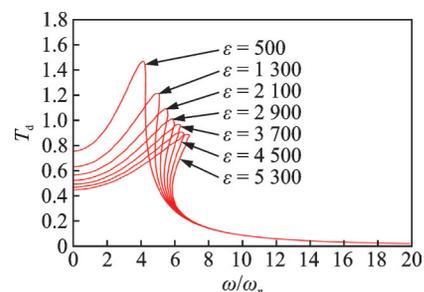


图 4 非线性系数 ϵ 对隔振性能的影响

Fig.4 Transmissibility for various nonlinear coefficient ϵ

根据仿真分析,该仿足弓隔振装置具有以下动力学特性。

1) 非线性特征系数对振动传递率的影响:非线性特征系数越小,其幅频特性越接近线性隔振系统,共振区峰值明显,共振峰不向一侧弯曲;非线性特征系数增大,共振峰明显向一侧倾斜,共振区内会出现同一频率的多个响应点。

2) 在相同参数下,非线性特征系数 $\epsilon=500$ 时,在 $\omega/\omega_n=4$ 处,系统共振区峰值传递率为 $T_d=1.47$; $\epsilon=2\ 900$ 时,在 $\omega/\omega_n=6$ 处, $T_d=1.03$ 。可见,随着非线性特征系数的增大,共振峰出现的频率明显偏离系统固有频率;系统的峰值振动传递率随着非线性特征系数的增大而减少,可明显降低共振区的振动传递率,当 $\epsilon>3\ 000$ 以后,系统在 $\omega>0$ 振动传递率均小于1。

3) 当 $\omega/\omega_n>7.5$ 时,非线性特征系数对振动传递率的影响不明显,此时该隔振器均可实现 $T_d<0.2$,隔振效果明显。

3 实验设计与结果分析

3.1 实验方案与台架设计

本振动实验台架由3部分组成,分别为:准零刚度仿足弓隔振单元+导轨滑台支撑座、振动激励部分、振动信号采集与后处理系统。图5为仿足弓QZS隔振实验装置。

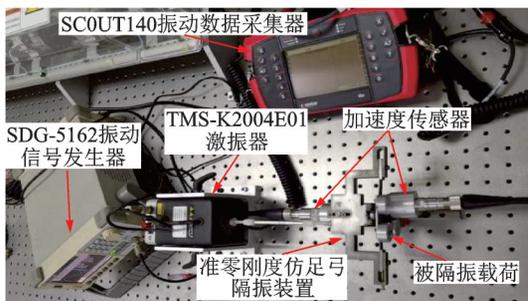


图5 仿足弓QZS隔振实验装置

Fig.5 Arch-like bio-inspired QZS vibration isolator experimental device

准零刚度仿足弓隔振单元通过支架安装于导轨滑台上,负载支撑工装把实验负载 m_A 固定在屈曲梁中点。振动激励部分由SDG-5162信号发生器和TMS-K2004E01激振器组成。该激振器集成了功率放大器,可以直接把SDG-5162信号发生器通过

BNC接口输入的激励信号转换成对应频率的振动位移输出。激振器通过螺杆与准零刚度仿足弓隔振单元连接。

图6为仿足弓准零刚度隔振单元实验示意图。在该隔振单元与激振器螺杆连接一侧设一振动输入测点,在被隔振载荷侧设一振动输出测点,两测点均由加速度传感器采集振幅信号至数据采集器SCOUT140,并上传至计算机进行振动数据分析。

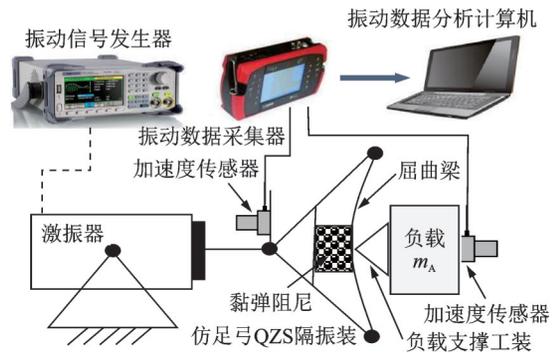


图6 仿足弓准零刚度隔振单元实验示意图

Fig.6 Schematic diagram of experiment for Arch-like bio-inspired QZS isolator

3.2 关键频率点振动实验

由于TMS-K2004E01型激振器并非恒力或恒位移输出,其在低频段时的位移和加速度输出较大,越往高频,该激振器的位移输出越小。基于此,笔者对此仿足弓准零刚度隔振器的仿真分析,选取0~120 Hz范围内的38个关键频率点,在每个频率点选择稳态简谐激励作为系统输入;输入和输出的振动传感器安装点分别设在刚性弓臂和荷载处。振动传感器用磁座固定在安装点,为压电式加速度传感器,灵敏度为100 mV/g。设振动数据采集器采样方式为稳态采集,采样线数为1 200,采样频率为1 kHz;分别采集38个频率点的振动输入和响应输出信号。

仿足弓隔振装置实验输入输出振幅有效值如图7所示。图7(a)为各频率点输入输出有效值,利用最小二乘法对实验结果散点图作拟合处理,如图7(b)所示。由图7可见,在0~100 Hz频率段,输入端的振动有效值总是高于输出端的振动有效值。由于该频段范围包含了隔振系统的固有频率,因此该隔振器在全频域均能有效隔振。图7中,输入端的振动有效值曲线是由于激振器的特性所致,相应地输出端的振动有效值也对应随之起伏。

令振动传递率 T_d 为对应频率点的输出端与输

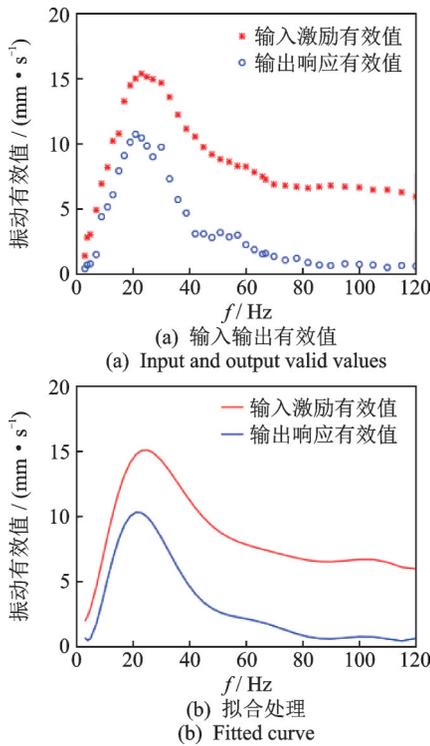


图 7 仿足弓隔振装置实验输入输出振幅有效值
Fig.7 Input and output amplitude valid values of arch like vibration isolation device

入端的振动有效值之比。仿足弓隔振器振动传递率如图 8 所示。可见,在 0~120 Hz 频率范围内,振动传递率 T_d 均小于 1,隔振效果良好。当 $\omega < 8$ Hz 时, $T_d < 0.32$;当 $\omega > 30$ Hz 时, T_d 曲线掉头下降;当 $\omega > 73$ Hz 时, $T_d < 0.2$ 。即使在靠近隔振器的共振区 8~30 Hz 区域,系统的 T_d 值也不超过 0.75。实验表明,该仿足弓准零刚度隔振系统可以在共振区实现有效隔振。

本仿足弓 QZS 隔振系统的固有频率为 4.81 Hz,图 9 为实验与仿真振动传递率对比。可见,实验结果与仿真结果在对应频率范围的变化趋势上一致度较好。当 $\omega > 73$ Hz 时,实验与仿真 T_d 值均小于 0.2,该频率范围内系统隔振效果很好。在 $\omega < 14.5$ Hz 的低频区间,实测与仿真的 T_d 值均为上升趋势,实验 T_d 值更理想,仅为仿真 T_d 值的 50%。当 $14.5 \text{ Hz} < \omega < 24 \text{ Hz}$ 时,实验与仿真 T_d 值均处于系统振动响应的峰值区间,均为下降趋势,但实验 T_d 值下降较平缓,仿真 T_d 值下降速度较快,且有非线性特征。该区间内实验 T_d 值在 0.68~0.73 之间,略低于仿真 T_d 值。当 $\omega < 22$ Hz 时,实验数据比仿真数据略偏低;当 $\omega > 22$ Hz 时,实验数据比仿真数据略偏高,这是由于:①隔振装置与负载均安装在滚珠滑轨上,滚珠滑轨系统的摩擦和安装游隙等均会产生

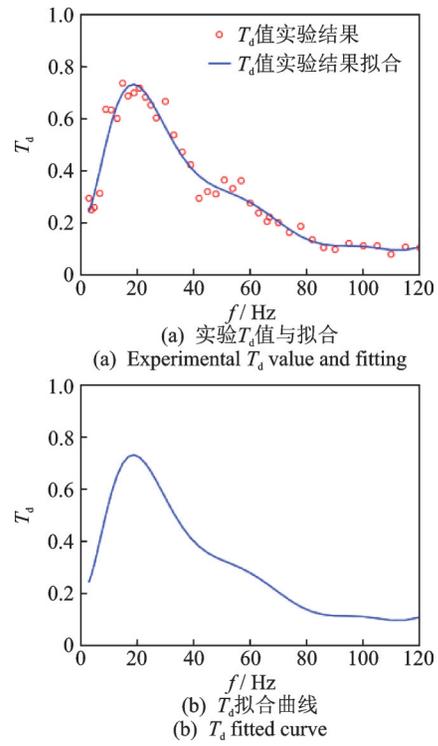


图 8 仿足弓隔振器振动传递率
Fig 8 Exp transmissibility of Arch-like bio-inspired QZS isolator

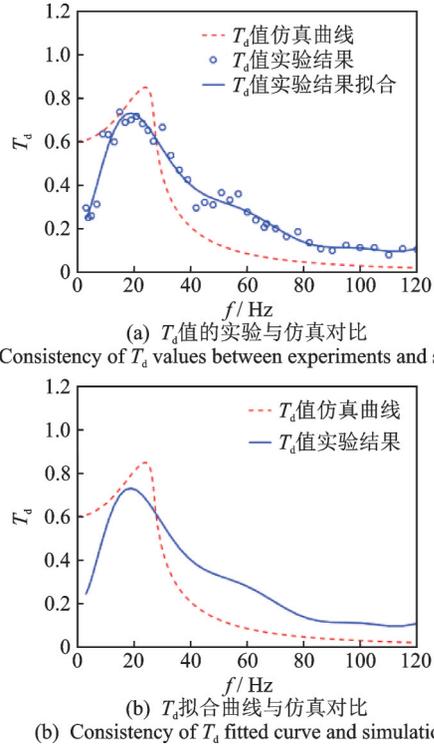


图 9 实验与仿真振动传递率对比
Fig.9 Comparison of transmissibility for experiment vs. simulation

附加的振动响应;②实验过程中,传感器与振动信号测试环节存在一定的信号本底噪声源。

4 结 论

1) 提出了一种由屈曲梁与黏弹性材料并联构成的仿生准零刚度隔振装置,并建立了该仿生隔振装置的非线性动力学模型,分析其幅频特性与相频特性,为仿真分析奠定基础。

2) 选取阻尼比 ζ 和非线性系数 ϵ 进行数值仿真,讨论了 ζ 和 ϵ 对系统振动传递率的影响,为实验选取合理参数提供参考。

3) 仿足弓QZS隔振系统样机的实验测试结果与仿真分析结果接近,说明了该系统的动力学建模准确有效。

参 考 文 献

- [1] LIU Y J, LI T, SUN L N. Design of a control system for a macro-micro dual-drive high acceleration high precision positioning stage for IC packaging[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2009, 52(7): 1858-1865.
- [2] 胡笑奇, 张建辉, 黄毅, 等. 一种仿生型无阀压电泵[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(S1): 132-135.
HU Xiaoqi, ZHANG Jianhui, HUANG Yi, et al. Bionic valveless piezoelectric pump [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(S1): 132-135. (in Chinese)
- [3] 任露泉, 田喜梅, 李建桥. 国际仿生工程研究动向与发展[J]. 国际学术动态, 2011(2): 38-42.
REN Luquan, TIAN Ximei, LI Jianqiao. Research trends and development of international bionic engineering[J]. International Academic Developments, 2011(2): 38-42. (in Chinese)
- [4] JIANG G Q, JING X J, GUO Y Q. A novel bio-inspired multi-joint anti-vibration structure and its nonlinear HSLDS properties [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 138: 106552.
- [5] 张春良, 梅德庆, 陈子辰. 微制造平台隔振系统仿生设计[J]. 中国机械工程, 2006, 17(21): 2278-2281.
ZHANG Chunliang, MEI Deqing, CHEN Zichen. Bionic design of vibration isolation system of micro-manufacturing platform [J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(21): 2278-2281. (in Chinese)
- [6] AU S K, WEBER J, HERR H. Powered ankle-foot prosthesis improves walking metabolic economy [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2009, 25(1): 51-66.
- [7] 沈强, 王人成, 刘启栋. 仿生智能踝足假脚的研究进展[C]//第七届全国康复医学工程与康复工程学术研讨会论文集. 北京: 中国康复医学会, 中国残疾人康复协会, 清华大学, 2010: 52-55.
- [8] ZHOU J X, WANG X L, XU D L, et al. Nonlinear dynamic characteristics of a quasi-zero stiffness vibration isolator with cam-roller-spring mechanisms [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 346: 53-69.
- [9] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(3/5): 678-689.
- [10] OYELADE A O, WANG Z W, HU G K. Dynamics of 1D mass-spring system with a negative stiffness spring realized by magnets: theoretical and experimental study [J]. Theoretical and Applied Mechanics Letters, 2017, 7(1): 17-21.
- [11] YAN B, MA H Y, ZHAO C X, et al. A vari-stiffness nonlinear isolator with magnetic effects: theoretical modeling and experimental verification [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 148: 745-755.
- [12] 徐道临, 赵智, 周加喜. 气动可调式准零刚度隔振器设计及特性分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2013, 40(6): 47-52.
XU Daolin, ZHAO Zhi, ZHOU Jiayi. Design and analysis of an adjustable pneumatic vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2013, 40(6): 47-52. (in Chinese)
- [13] YAN G, WANG S, ZOU H X, et al. Bio-inspired polygonal skeleton structure for vibration isolation: design, modelling, and experiment [J]. Science China Technological Sciences, 2020, 63(12): 2617-2630.
- [14] COUGHLIN M J, SALTZMAN C L, ANDERSON R B. 曼氏足踝外科学[M]. 唐康来, 徐林, 译. 北京: 人民卫生出版社, 2015: 25-27.
- [15] 陶凯. 人体足踝系统建模与相关力学问题研究-“中国力学虚拟人”项目之足踝部分[D]. 上海: 上海交通大学, 2010.
- [16] KOVACIC I, BRENNAN M J. The duffing equation: nonlinear oscillators and their behaviour [M]. Chichester: Wiley, 2011: 145-148.



第一作者简介: 邓宏光, 男, 1976年3月生, 博士、副教授。主要研究方向为振动分析与故障诊断、微纳智能制造等。
E-mail: 1395267077@qq.com