

索梁耦合振动对拉索阻尼器的影响机理*

梁 栋^{1,2}, 陈 培^{1,2}, 李岩峰^{1,2}

(1. 河北工业大学土木工程学院 天津, 300401) (2. 河北省土木工程技术研究中心 天津, 300401)

摘要 为了解斜拉桥索梁耦合振动对拉索阻尼器减振效果的影响,建立了由拉索、主梁和线性粘滞阻尼器组成的理论模型,采用无量纲和复模态分析方法详细研究了索梁耦合振动对拉索附加阻尼器减振效果的影响,并与通用设计曲线法得到的结果进行了对比。结果表明,索梁的同相位耦合振动会大幅降低拉索阻尼器的减振效果且耦合程度越高,拉索阻尼器的效果就越差。通过分析阻尼器活塞的绝对位移发现,阻尼器减振效果的降低主要是由于主梁与拉索同步振动、阻尼器活塞相对速度降低、出力减小造成的。

关键词 斜拉桥; 拉索; 振动控制; 索梁耦合振动; 无量纲分析; 机理分析

中图分类号 TU997; TH11

引 言

斜拉桥拉索的自身阻尼很小,极易在各种荷载作用产生振动。持续不断的振动可能会导致拉索疲劳损坏、其保护装置锈蚀失效等影响斜拉桥安全运营的严重问题^[1]。因此,拉索的振动控制是斜拉桥建造中需要解决的关键技术问题之一。

在实际工程中应用最为广泛的拉索减振措施是采用被动粘滞阻尼器安装在拉索端部来抑制拉索振动。正确评估拉索阻尼器的性能是有效降低拉索振动的关键。对于理想的张紧弦,文献^[2]采用 Galerkin 法建立的线性粘滞阻尼器通用设计曲线成为工程应用的经典方法。Krenk^[3]利用迭代法给出了计算线性粘滞阻尼器最低安装位置及其优化阻尼系数的解析公式。很多学者分别或综合研究了拉索的垂度、阻尼器刚度^[4]、拉索抗弯刚度^[5]和阻尼器支撑刚度^[6]等因素对设计线性粘滞阻尼器的影响。上述研究促进了斜拉索振动控制研究的发展。

随着斜拉桥跨度的增大,钢塔或钢梁的应用,斜拉桥的整体刚度急剧下降,振幅加大。对应的斜拉索长度增加,基频降低,斜拉桥的整体频率与拉索的频率已十分接近,极易产生索、梁(塔)的大幅耦合振动。举例说明(为方便讨论,令 κ_2 为主梁频率与拉索频率的比值),韩国的 Jindo 桥^[7](主跨为 344 m)其主梁一阶反对称竖向频率为 0.755 Hz, JC13 拉

索的一阶振动频率为 0.749 Hz,相应的 $\kappa_2 = 1.01$ 。我国的南京三桥^[8](主跨为 648 m),主梁的二阶对称竖向频率为 0.479 Hz, J13 拉索的一阶振动频率为 0.462 Hz,相应的 $\kappa_2 = 1.04$ 。我国苏通大桥^[9](主跨为 1 088 m),主梁的二阶对称竖向频率为 0.331 Hz, Z23 拉索的一阶振动频率为 0.312 Hz,相应的 $\kappa_2 = 1.06$ 。可见,不同跨径的斜拉桥在理论上都存在着数量不一的易发生索梁耦合振动的拉索。一些学者^[10-14]对斜拉桥的索梁耦合振动进行过研究。研究结果表明,当索与梁或塔的自振频率接近时,拉索会出现较大幅度的振动。同时,大量的实桥试验^[15-16]也表明,斜拉桥的阻尼特性与索梁耦合振动有着密切关系,索梁耦合振动将大幅降低斜拉桥的模式阻尼比。

针对考虑索梁耦合振动的拉索减振问题,梁栋、孙利民等通过室内试验^[17]和复模态分析方法^[18]得到了主梁振动将降低拉索阻尼器减振效果的初步结论。文献^[19-20]采用复模态分析方法讨论了桥面振动对线性粘滞阻尼器等拉索阻尼器减振效果的影响,得到了相似的结论。

为进一步探讨主梁振动对拉索减振阻尼器的影响及其机理,笔者利用无量纲的分析方法建立了由拉索、局部梁段和线性粘滞阻尼器组成的理论模型,结论具有一般性。研究结果表明,当发生索梁耦合振动时,拉索阻尼器的减振效果会大幅降低。这是由于主梁与拉索发生同步振动,阻尼器活塞的绝对

* 国家自然科学基金资助项目(50808063)

收稿日期:2012-08-14;修回日期:2012-10-10

行程变小而导致其相对速度降低而造成的。

1 理论模型及其运动方程

为体现研究问题的本质,同时也为简化理论分析,笔者选择图1所示的组合系统来研究索梁耦合振动对拉索附加阻尼器减振效果的影响。在此用刚度无穷大的部分梁段和弹簧组成的振动体系来模拟斜拉桥主梁振动为拉索及其附加阻尼器提供的边界条件。

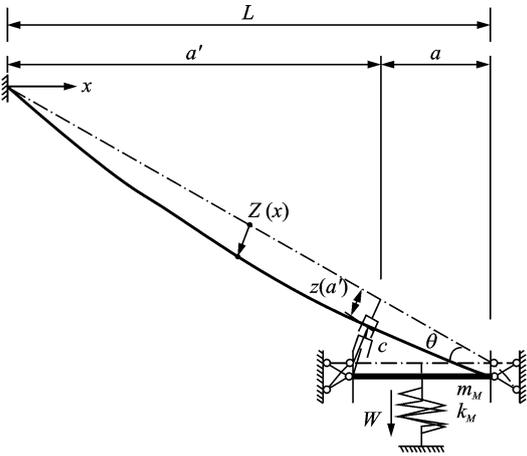


图1 索-梁-阻尼器耦合振动分析模型

Fig. 1 Theoretical model combined by cable, girder and damper

由于阻尼器和拉索下端之间的距离(图1中梁段长度)与拉索全长相比很小,可以假定梁段的左右两端没有相对竖向位移,只做上下竖向运动。拉索作为张紧弦,不考虑其垂度、抗弯刚度和内阻尼,只发生面内振动。拉索张力为 T ; 水平投影长度为 L ; 单位长度质量为 m_1 。 a 和 a' 为阻尼器安装点距拉索两端的水平距离; θ 为索、梁夹角; 阻尼器为线性粘滞阻尼器; 阻尼系数为 c ; 主梁的竖向位移为 W , 拉索的垂向位移为 Z 。图1系统的运动方程为

$$\begin{cases} T \frac{\partial^2 Z(x,t)}{\partial x^2} - m_1 \frac{\partial^2 Z(x,t)}{\partial t^2} = F_D \delta(x - a') \\ m_M \frac{d^2 W(t)}{dt^2} + k_M W(t) - F_{Dv} + T \cos^2 \theta \frac{\partial Z(L,t)}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中:第1个式子为拉索的运动方程;第2个式子为梁段竖向的运动方程; F_D 为阻尼力; F_{Dv} 为其竖向分量。

为了便于讨论梁段与拉索的关系,令 $\kappa_1 = \frac{m_M}{m_1 L}$,

$\kappa_2 = \frac{\omega_M}{\omega_c}$ 。其中: κ_1 为梁段与索的质量比; κ_2 为梁段

与索的频率比; m_M 为梁段的质量; m_1 为拉索的单位长度质量; ω_M 为梁段的振动频率; ω_c 为拉索的振动频率。为得到一般化的结论,对式(1)进行无量纲化处理,令 $x = \tilde{x}L, z = \tilde{z}L, \omega = \tilde{\omega}L, t\omega_c = \tilde{t}, \omega = \tilde{\omega}\omega_c, \alpha' = \frac{a'}{L}, \alpha = \frac{a}{L}$, 则该系统运动方程变换为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \tilde{Z}}{\partial \tilde{x}^2} - n^2 \pi^2 \frac{\partial^2 \tilde{Z}}{\partial \tilde{t}^2} = \frac{\tilde{F}_D}{T} \delta(\tilde{x} - \alpha') \\ \left[\frac{d^2 \tilde{W}}{d\tilde{t}^2} + \kappa_2^2 \tilde{W} - \frac{\tilde{F}_{Dv}}{n^2 \pi^2 \kappa_1 T} + \frac{1}{n^2 \pi^2 \kappa_1} \cos^2 \theta \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial \tilde{x}} \right]_{\tilde{x}=\alpha} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

对于图1所示系统的线性运动方程,可将其自由振动的位移表示为

$$\begin{cases} \tilde{Z}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \tilde{z}(\tilde{x}) \exp(i\tilde{\omega}\tilde{t}) \\ \tilde{W}(\tilde{t}) = \tilde{w} \exp(i\tilde{\omega}\tilde{t}) \end{cases} \quad (3)$$

其中: $i = \sqrt{-1}$ 。

根据该位移模式,图1所示系统中的阻尼力及其竖向分量可表示为

$$\begin{cases} \tilde{F}_D = icL\omega_c \tilde{\omega} \left[\tilde{z}(\alpha) - \frac{\tilde{w}}{\cos\theta} \right] \exp(i\tilde{\omega}\tilde{t}) \\ \tilde{F}_{Dv} = icL\omega_c \tilde{\omega} \left[\tilde{z}(\alpha) \cos\theta - \tilde{w} \right] \exp(i\tilde{\omega}\tilde{t}) \end{cases} \quad (4)$$

把式(3)和式(4)代入式(2),得

$$\begin{cases} \tilde{z}'' + n^2 \pi^2 \tilde{\omega}^2 \tilde{z} = \frac{icL\omega_c \tilde{\omega} \left[\tilde{z}(\alpha) \cos\theta - \tilde{w} \right]}{T \cos\theta} \delta(\tilde{x} - \alpha') \\ \left(\frac{i\tilde{\omega}}{n \pi \kappa_1 \sqrt{Tm_1}} - \tilde{\omega}^2 + \kappa_2^2 \right) \tilde{w} - \frac{i\tilde{\omega} \tilde{z}(\alpha) \cos\theta}{n \pi \kappa_1 \sqrt{Tm_1}} + \frac{\cos^2 \theta}{n^2 \pi^2 \kappa_1} \tilde{z}'(1) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

由于阻尼力造成了阻尼器左右两端拉索振型的不连续性,同时考虑索运动方程的通解特性及边界条件后,拉索振型方程可表示为

$$\begin{cases} \tilde{Z}(\tilde{x}', \tilde{t}) = A \sin(\gamma \tilde{x}') \exp(i\tilde{\omega}\tilde{t}) & (0 \leq \tilde{x}' \leq \alpha') \\ \tilde{Z}(\tilde{x}, \tilde{t}) = [B \sin(\gamma \tilde{x}) + C \cos(\gamma \tilde{x})] \exp(i\tilde{\omega}\tilde{t}) & (\alpha' \leq \tilde{x} \leq \alpha) \end{cases} \quad (6)$$

其中: A, B 和 C 为相应振动的幅值; $\gamma = n\pi\tilde{\omega}$; $\alpha' + \alpha = 1$ 。

由拉索在阻尼器处的位移连续条件 $\tilde{Z}(\alpha'^+, \tilde{t}) = \tilde{Z}(\alpha'^-, \tilde{t})$, 可得

$$A \sin(\gamma \alpha') - B \sin(\gamma \alpha) - C \cos(\gamma \alpha) = 0 \quad (7)$$

在阻尼器处斜率的不连续性造成了该位置处的拉索剪力与阻尼力大小相等、方向相反。因此

$$\begin{aligned} & A \left[\cos(\gamma \alpha') + \frac{ic}{\sqrt{m_1 T} \cos\theta} \sin(\gamma \alpha') \right] + \\ & B \cos(\gamma \alpha) + C \left[-\sin(\gamma \alpha) - \frac{ic}{\sqrt{m_1 T} \cos^3 \theta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

由索、梁交点的位移连续条件 $\tilde{Z}(1, \tilde{t}) = \tilde{W}(\tilde{t}) \cos\theta$, 可知

$$C = \tilde{w} \cos\theta \quad (9)$$

图 1 中梁段所承受外力的竖向分力之和应等于零, 因此

$$A \frac{i\tilde{\omega} \sin(\gamma\alpha') \cos^2\theta}{n\pi\kappa_1 \sqrt{m_1 T}} + B\tilde{w} \frac{\cos^3\theta}{n\pi\kappa_1} + C\left(\tilde{\omega}^2 - \kappa_2^2 - \frac{i\tilde{\omega}}{n\pi\kappa_1 \sqrt{m_1 T}}\right) = 0 \quad (10)$$

联立式(7)~(10), 写成矩阵形式可得

$$\mathbf{M}\mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (11)$$

其中: $\mathbf{M} =$

$$\begin{bmatrix} \sin(\gamma\alpha') & -\sin(\gamma\alpha) & -\cos(\gamma\alpha) \\ \cos(\gamma\alpha') + \frac{i\eta}{\cos\theta} \sin(\gamma\alpha') & \cos(\gamma\alpha) & -\sin(\gamma\alpha) - \frac{i\eta}{\cos^3\theta} \\ \frac{i\eta\tilde{\omega}}{n\pi\kappa_1} \sin(\gamma\alpha') \cos^2\theta & \frac{\tilde{\omega}}{n\pi\kappa_1} \cos^3\theta & \tilde{\omega}^2 - \kappa_2^2 - \frac{i\eta\tilde{\omega}}{n\pi\kappa_1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D} = \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix}; \eta = \frac{c}{\sqrt{m_1 T}} \text{ 为无量纲的阻尼系数。}$$

令 \mathbf{M} 的行列式为零, 得到未知数为 $\tilde{\omega}_n$ 的复频率方程为

$$|\mathbf{M}| = 0 \quad (12)$$

其中: $\tilde{\omega}_n$ 为图 1 所示模型的第 n 阶复固有频率与第 n 阶拉索自振频率的比值; $\tilde{\omega}_n^0$ 为相应的无阻尼频率; ξ_n 为由附加阻尼器获得的该阶模态阻尼比, 满足 $\tilde{\omega}_n = \tilde{\omega}_n^0 (\sqrt{1 - \xi_n^2} + i\xi_n)$ 。

2 索梁耦合振动对拉索阻尼器减振效果的影响

为对比分析, 首先讨论图 1 所示模型中梁段固定(不考虑索梁耦合振动)的情况, 然后讨论索梁耦合振动对拉索阻尼器减振效果的影响。由于绝大部分的拉索振动能量集中于前几阶振动模态, 同时由式可知拉索的模态阻尼比与相应频率是不相关的, 因此在本研究中分别选择拉索的前 3 阶振动模态来讨论索梁耦合振动对拉索阻尼器减振效果的影响。

2.1 不考虑索梁耦合振动时的阻尼器减振结果

根据工程上常用的拉索减振设计, 在此令阻尼器优化设计目标为拉索模态阻尼比 $\xi_{\text{opt}} = 0.006\ 366$, 相应的对数衰减率为 0.04。利用无量纲化的处理方法,

令拉索长度 $L=1$, 则阻尼器的最低安装位置^[4]为

$$\alpha_{\min} = 2L\xi_{\text{opt}} = 2 \times 1 \times 0.006\ 366 = 0.012\ 73 \quad (13)$$

针对拉索第 n 阶振动模态设计阻尼器时的无量纲优化阻尼系数^[3]为

$$\eta_{\text{opt}, n} = \frac{1}{n\pi\alpha_{\min}} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (14)$$

拉索前 3 阶振动模态的无量纲优化阻尼系数分别为

$$\begin{cases} \eta_{\text{opt}, 1} = 25 \\ \eta_{\text{opt}, 2} = 12.5 \\ \eta_{\text{opt}, 3} = 8.33 \end{cases} \quad (15)$$

2.2 考虑索梁耦合振动时的阻尼器减振结果

利用静力平衡的原则确定图 1 所示系统中的梁段质量, 即 $m_M = \frac{T \sin\theta}{g}$, 其中 g 为重力加速度, 据此

有 $\kappa_1 = \frac{m_M}{(m_1 L)} = \frac{T \sin\theta}{(m_1 g L)}$ 。根据实桥的统计数据, 当 κ_1 的取值范围为 4~55, κ_2 的取值范围为 0~4

时, 可覆盖目前绝大多数斜拉桥的情况。例如: 与 Jindo 桥(主跨为 344 m)最长拉索对应的 $\kappa_1 = 9.3$, 与其主跨最短索对应的 $\kappa_1 = 44.4$; 南京三桥(主跨为 648 m), 与最长拉索对应的 $\kappa_1 = 6.9$, 与其最短索对应的 $\kappa_1 = 53.4$; 苏通大桥与最长拉索对应的 $\kappa_1 = 4.3$, 与其最短索对应的 $\kappa_1 = 41.1$ 。对于 κ_2 , 如果考虑前 3 阶拉索振动频率和前 3 阶主梁竖向振动频率, 则 Jindo 桥的 κ_2 范围为 0.278~1.917; 南京三桥的 κ_2 为 0.278~1.917; 苏通大桥的 κ_2 为 0.242~1.373。

把 $\eta_{\text{opt}, n}$, $n, \kappa_1, \kappa_2, \alpha, \alpha'$ 和 θ 代入式, 得到图 2 所示的拉索模态阻尼比 ξ 与 κ_1, κ_2 的关系, 其中: $\eta_{\text{opt}, n}$ 为式中的优化阻尼系数; n 为拉索振动模态数; α 为式中的 α_{\min} ; $\alpha' = 1 - \alpha_{\min}$; $\theta = 0.39$ 。由图 2 可知, 主梁与拉索的振动频率比对拉索模态阻尼比有显著的影响。当 $\kappa_2 < 0.95$ 时, 拉索模态阻尼比略高于不考虑索梁耦合振动时的结果; 但当 κ_2 在 1.0 附近时, 拉索模态阻尼比急剧降低, 阻尼器近乎完全丧失了应有的减振作用; 随着 κ_2 从 1.0 处逐渐增大, 阻尼器的减振效果又开始恢复。由图 2 可以看出, 索梁耦合振动对拉索减振的负面影响在 κ_2 轴上的作用范围随着拉索模态的增加而变窄。图 2 表明, 索梁耦合振动对拉索模态阻尼比的影响程度随着 κ_1 的增加而减轻。

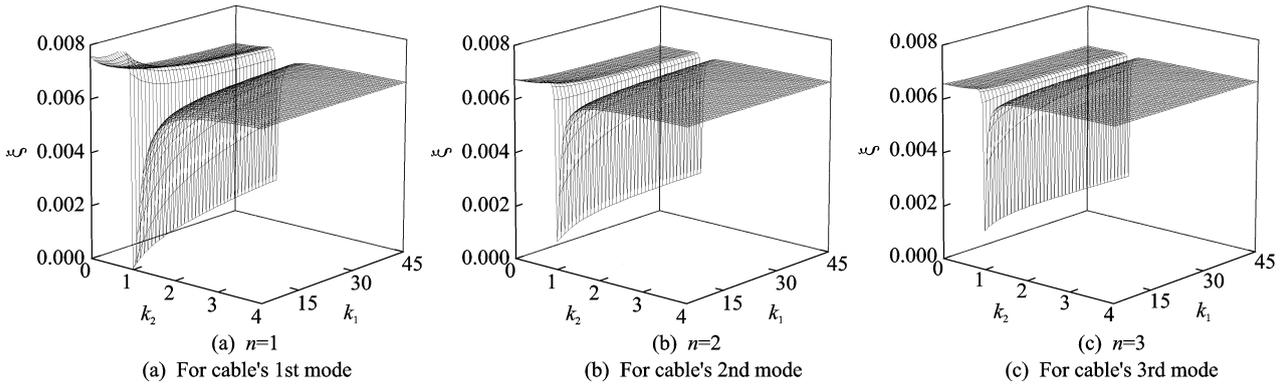


图2 拉索模态阻尼比与频率比(κ_2)和质量比(κ_1)的关系

Fig. 2 The relation between cable modal damping ratio and κ_1, κ_2

3 索梁耦合振动对拉索阻尼器减振效果影响的机理分析

当 κ_2 在 1.0 附近时, 阻尼器的减振效果远小于按现行常规设计方法得到的结果。以 Jindo 桥的 J10 和 J13 两根拉索为例, 讨论索梁耦合振动对拉索阻尼器减振效果影响的产生原因和机理。由于采用了无量纲的分析方法, 拉索长度均为 1 且分析结果也适用于其他拉索。在此讨论两种阻尼器安装位置: a. 当主梁固定时, 设拉索一阶振动的阻尼器优化设计目标 $\xi_{opt1} = 0.006\ 366$ (对数衰减率为 0.04), 相应的最低安装位置 $\alpha_{min1} = 0.012\ 73$, 优化阻尼系数 $\eta_{opt1,1} = 25$; b. 当主梁固定时, 设拉索一阶振动的阻尼器优化设计目标为 $\xi_{opt2} = 0.009\ 549$ (对数衰减率

为 0.06), 其最低的安装位置 $\alpha_{min2} = 0.019\ 10$, 相应的优化阻尼系数 $\xi_{opt1,1} = 16.7$ 。

表 1 给出了针对两种不同阻尼安装位置时, 索梁耦合振动对 Jindo 桥 J10 和 J13 拉索模态阻尼比的影响。由式可知, 针对最低安装位置 α_{min1} , JC13 拉索的模态阻尼比为 0.000 2, 远小于不考虑索梁耦合振动时的结果 ξ_{opt1} ; JC10 拉索的模态阻尼比为 0.007 3, 略大于不考虑索梁耦合振动时的计算结果。针对最低安装位置 α_{min2} , JC13 拉索的模态阻尼比为 0.000 8, 远小于不考虑索梁耦合振动时的结果 ξ_{opt2} ; JC10 拉索的模态阻尼比为 0.010 2, 略大于不考虑索梁耦合振动时的计算结果。

图 3 给出了针对最低安装位置 α_{min1} 的 JC13 和 JC10 所附加阻尼器的两端位移及其差值(阻尼器活

表 1 索梁耦合振动对拉索模态阻尼比的影响

Tab. 1 The effects of coupling vibration on damper's performance

拉索编号	θ	κ_1	κ_2	ξ_1	ξ_{opt1}	ξ_2	ξ_{opt2}
JC13	0.435	13.7	1.008	0.000 2	0.006 366	0.000 8	0.009 549
JC10	0.648	18.6	0.572	0.007 3	0.006 366	0.010 2	0.009 549

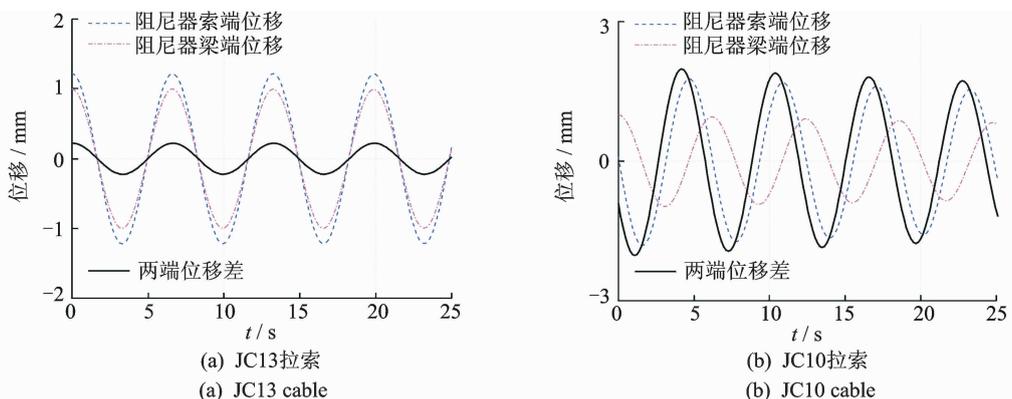


图3 阻尼器的自由振动

Fig. 3 Damper's free vibration

塞的绝对位移)自由振动曲线。其中,阻尼器在拉索端的位移为 $\tilde{z}(\alpha, \tilde{t}) = \text{Re}[\tilde{z}(\tilde{x}) \exp(i\omega\tilde{t})]$; 在梁端的位移为 $\tilde{w}(\tilde{t}) = \text{Re}[\tilde{w} \exp(i\omega\tilde{t})]$ 。针对最低安装位置 $\alpha_{\min 2}$ 的相应曲线与图 3 相似,为简化论文在此不再给出。图 3(a)表明,相对于阻尼器拉索端的振动位移,当发生索梁耦合振动时,JC13 拉索附加阻尼器活塞的绝对位移大幅减小;阻尼器活塞的相对运动速度及其出力幅值也必然会相应地急剧下降,这是造成 JC13 拉索模态阻尼比大幅下降的主要原因。与之相对,JC10 拉索附加阻尼器活塞的绝对位移较拉索端的振动位移有所加大(如图 3(b)所示);阻尼器活塞的相对运动速度及其出力幅值随之变大,因此 JC10 拉索的模态阻尼比也略有增加。

4 结 论

1) 当斜拉桥主梁竖向振动频率与拉索频率相近时,索梁耦合振动对于按通用曲线设计的拉索附加阻尼器的减振效果有很大的负面影响。

2) 当发生索梁耦合振动时,阻尼器活塞的绝对行程变小导致其相对速度降低,这是造成拉索附加线性粘滞阻尼器减振效果大幅降低的主要原因。

3) 在斜拉桥的设计阶段,应通过索力调整等方法考虑索梁耦合振动对拉索减振的影响,尽量避免索梁耦合振动的发生。

4) 讨论了拉索面内振动与斜拉桥主梁竖向振动之间索梁耦合振动对拉索附加阻尼器减振效果的影响,但在实际工程中,横风作用会作为激励导致主梁的横向振动,并与斜拉索振动发生耦合从而对阻尼器的减振效果产生影响,因此下一步将研究拉索面外振动与主梁横向振动对拉索阻尼器减振效果的影响。

参 考 文 献

- [1] Poston R W. Cable-stay conundrum[J]. Civil Engineering, 1998, 68(8): 58-61.
- [2] Pacheco B M, Fujino Y, Sulkh A. Estimation curve for modal damping in stay cable with viscous damper[J]. Journal of Structure Engineering, 1993, 119(6): 1961-1979.
- [3] Krenk S. Vibrations of a taut cable with an external damper[J]. Journal of Applied Mechanics, 2000, 67(4): 772-776.
- [4] Krenk S, Høgsberg J R. Damping of cables by a transverse force[J]. Journal of Engineering of Mechanics, 2005, 131(4): 340-348.
- [5] Hoang N, Fujino Y. Analytical study on bending effects in a stay cable with a damper[J]. Journal of Engineering of Mechanics, 2007, 133(11): 1241-1246.
- [6] Zhou Haijun, Sun Limin. A full-scale cable vibration mitigation experiment using MR damper[C] // Proceedings of the 6th International Symposium on Cable Dynamics. Charleston, USA: [s. n.], 2005: 27.
- [7] Transport and Maritime Affairs. The 2nd Jindo bridge design report [R]. Seoul: Korea Ministry of Land, 2001.
- [8] 郭志明, 张光伟, 丁鸿志. 南京三桥监测系统在特大雪灾中的应用[J]. 公路, 2010(8): 43-48.
Guo Zhiming, Zhang Guangwei, Ding Hongzhi. The application of bridge monitoring system of 3rd Nanjing Bridge in big snow [J]. Highway, 2010(8): 43-48. (in Chinese)
- [9] 杨素哲, 陈艾荣. 超长斜拉索的参数振动[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2005, 33(10): 1303-1308.
Yang Suzhe, Chen Airong. Parametric oscillation of super long stay cables[J]. Journal of Tongji University: Natural Science Edition, 2005, 33(10): 1303-1308. (in Chinese)
- [10] 任淑琰, 顾明. 斜索-桥面耦合面内参数振动 I: 理论模型[J]. 土木工程学报, 2009, 42(5): 79-84.
Ren Shuyan, Gu Ming. Parametric vibration of inclined cable-deck system I: theoretical formulation[J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42(5): 79-84. (in Chinese)
- [11] 亢战, 钟万勰. 斜拉桥参数共振问题的数值研究[J]. 土木工程学报, 1998, 31(4): 14-22.
Kang Zhan, Zhong Wanxie. Numerical study on parametric resonance of cable in cable stayed bridge[J]. China Civil Engineering Journal, 1998, 31(4): 14-22. (in Chinese)
- [12] Zhang Q L, Perl U. Dynamic behaviors of cables in parametrically unstable zones [J]. Computers and Structures, 1999, 73(1): 437-443.
- [13] 汪至刚, 孙炳楠. 斜拉桥参数振动引起的拉索大幅振动[J]. 工程力学, 2001, 18(1): 103-109.
Wang Zhigang, Sun Bingnan. Cable vibration for cable stayed bridge by parametric response[J]. Engineering Mechanics, 2001, 18(1): 103-109. (in Chinese)

- [14] Fujino Y, Wamitehai P, Pacheco B M. An experimental and analytical study of auto-parametric resonance in a 3DOF model of a cable-stayed-beam[J]. *Nonlinear Dynamics*, 1993, 4: 111-138.
- [15] Yamaguchi H, Manabu I. Mode-dependence of structural damping in cable-stayed bridges[J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1997, 72: 289-300.
- [16] Yamaguchi H, Nishimura T, Tsutsumi K. Damping effect of coupled cable vibration in a cable-stayed bridge[C]//Proceeding of 4th International Symposium on cable dynamics. Montreal, Canada: [s. n.], 2001: 153-160.
- [17] 梁栋,孙利民,黄洪葳. 斜拉桥主梁振动对拉索阻尼器减振效果影响的试验研究[J]. *振动工程学报*, 2009, 22(1):13-18.
Liang Dong, Sun Limin, Huang Hongwei. Experimental study on girder's vibration on performance of cable dampers for cable-stayed bridges[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009, 22(1): 13-18. (in Chinese)
- [18] 梁栋,孙利民,程纬,等. 斜拉桥主梁振动对拉索阻尼器减振效果的影响[J]. *力学学报*, 2009, 41(4): 563-574.

Liang Dong, Sun Limin, Cheng Wei, et al. Effects of girder's vibration on performance of cable dampers for cable-stayed bridges[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2009, 41(4): 563-574. (in Chinese)

- [19] 罗帅,刘红军,王刚. 考虑桥面运动的斜拉索减振模型[J]. *深圳大学学报:理工版*, 2010, 27(4): 470-473.
Luo Shuai, Liu Hongjun, Wang Gang. The characteristic of stay-cable damping system in consideration of bridge deck vibration[J]. *Journal of Shenzhen University: Science and Engineering*, 2010, 27(4): 470-473. (in Chinese)
- [20] 曾智勇. 桥面激励下斜拉索振动及其抑振研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010.



第一作者简介:梁栋,男,1976年7月生,博士、副教授。主要研究方向为桥梁工程方面的科研与教学工作。曾发表《大跨度斜拉桥拉索减振阻尼器的试验研究》(《土木工程学报》2009年第42卷第8期)等论文。

E-mail: ldhebut@gmail.com