

◀ 专家论坛 ▶

机械故障诊断内积变换原理与验证*

何正嘉¹, 袁 静^{1,2}, 訾艳阳¹, 孙海亮¹, 陈彬强¹

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安, 710049)

(2. 上海无线电设备研究所 上海, 200090)

摘要 工程实际常用的快速傅里叶变换、短时傅里叶变换、小波变换、第二代小波变换和多小波变换等先进信号处理方法, 为关键设备运行监测与故障诊断奠定了基础。为深刻认识其共性问题, 对机械故障诊断信号处理方法物理本质与关键技术等基础问题进行研究。指出它们的变换原理都是内积变换, 探求信号中包含与“基函数”最相似或最相关的分量, 关键在于构造和选择动态信号中与故障特征波形相匹配的基函数, 实现科学、正确的状态监测与故障诊断。通过仿真试验和工程案例, 对机械故障诊断的内积变换原理进行验证, 证明该原理的正确性和可靠性。同时, 根据试验现象得出若干基函数性质对内积变换的影响规律, 补充和完善了机械故障诊断内积变换原理。

关键词 机械故障诊断; 内积变换; 小波变换; 基函数

中图分类号 TH17

引 言

工程中关键设备结构复杂, 部件繁多, 采集到的故障动态信号是各部件响应的综合反映, 其系统传递途径的影响增加了信号复杂程度。不同类型故障及其扩展, 在设备运行过程中引发的动态响应信号具有不同特征波形。现代信号处理方法在动态信号特征提取方面取得了进展。快速傅里叶变换、短时傅里叶变换、小波变换、第 2 代小波变换和多小波变换等信号处理方法, 为关键设备运行监测与故障诊断奠定了基础, 在众多领域取得了可喜的工程应用效果。

傅里叶变换是应用最为广泛的信号处理方法, 视为从时域分析到频域分析的桥梁。针对傅里叶变换存在的离散频谱误差问题, 学者提出了频谱细化分析和频谱校正技术等改进方法。丁康等^[1]分析了快速傅里叶变换结合傅里叶变换在无噪声和有高斯白噪声情况下参数估计误差, 即傅里叶变换不能反映非平稳信号在局部区域的频域特征及其时域对应关系。为此, Gabor 提出了短时傅里叶变换, 可视为大小和形状固定的时间窗内一小段信号局部频谱, 实现较好的时频局部化分析。Nilsen^[2]提出了基于短时傅里叶变换时频快速重排方法, 提高了传统时频分析运算效率。秦树人等^[3]利用旋转机械非平稳

特性与转速变换关系, 研究了一种基于可变窗短时傅里叶变换精细时频分析方法, 获得了较好的时频分辨率。

小波变换思想源于伸缩和平移概念, 实现信号全貌和局部细节的多尺度分析, 并在机械故障特征提取、动态信号降噪和奇异点检测等方面展现出明显优势^[4]。彭志科等^[5]综合讨论了离散小波变换, 特别是 Daubechies 小波族分解频带能量泄露与小波阶数选取原则等基础问题, 为故障特征提取提供了有效的实施策略。王衍学等^[6]将相邻系数降噪思想引入双树复小波中, 有效提取了复合故障特征^[6]。Li 等^[7]研究了基于 Hermitian 小波时频幅值图和相位图, 用于检测齿轮裂纹故障奇异点信息。

为弥补经典小波按需构造问题, 第 2 代小波变换应运而生^[8]。它是一种不依赖傅里叶变换, 在时域中使用提升框架构造小波的方法, 具有结构化设计、自适应构造、算法简单、运算速度快和需要内存空间小等优点。李臻^[9]考虑到尺度间和尺度内小波系数的相关性, 针对轴承故障诊断提出了领域相关性冗余第 2 代小波降噪技术。Bao 等^[10]利用基于傅里叶变换的盒型滤波, 提出了具有抗混叠特性的第 2 代小波变换, 有效应用于汽油发电机故障诊断。

多小波是小波理论的新发展, 它是指两个或两个以上函数作为尺度函数生成小波, 相应多分辨率

* 国家自然科学基金重点资助项目(编号: 51035007); 高校博士学科点专项基金资助项目(编号: 20110201130001); 国家基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目(编号: 2009CB724405, 2011C06805)

收稿日期: 2012-02-27; 修改稿收到日期: 2012-03-10

析也由函数向量生成^[11]。它不仅兼备单小波(经典小波和第2代小波)所不能同时具备的多种优良性质^[12],且具备多个时频特征有所差异的基函数,为特征提取的准确性和全面性提供前提,并为复合故障耦合特征的一次性分离与识别奠定基础。王晓冬等^[13]提出了对称多小波提升算法,并构造了自适应多小波基函数应用于齿轮止推板碰摩故障诊断。基于 Hermite 样条插值,袁静等^[14]研究了改进多小波变换,将其用于分离试验台轴弯曲和轴承内圈复合故障,并在此基础上,提出了针对旋转机械故障特征提取自适应多小波构造方法^[15]。吴宏钢等^[16]提出了多小波脊线提取方法,用于揭示齿轮箱故障的瞬时频率变化。汪友明^[17]研究了基于提升框架的算子自定义多小波,应用于裂纹奇异性检测。

笔者^[18]对诸多信号处理方法的共性进行研究,提出了机械故障诊断的内积变换概念,运用三角基函数、Laplace 基函数、Hermitian 基函数和第2代小波基函数等分析发动机组松动、齿轮箱冲击摩擦、高压缸蒸汽激振和机车轮对滚动轴承损伤等工程实际故障案例。在此基础上,为深刻认识机械故障诊断的内积变换这一原理基础问题,笔者对机械故障诊断诸多信号处理方法的共性和本质进行了进一步研究。针对上述信号处理方法,通过信号与基函数的内积变换将它们联系起来,说明了机械故障诊断的内积变换原理,并逐一分析各种信号处理方法的基函数及内积表述。利用仿真试验验证经典小波、第2代小波和多小波变换的内积变换原理,探寻内积变换原理的关键特性和相关性质,为内积变换的工程应用奠定了基础。最后采用某炼油厂空气分离压缩机组止推板故障诊断案例以验证该内积变换原理。

1 机械故障诊断内积变换原理

信号处理的各种运算中,内积发挥了重要作用。平方可积实数空间 $L^2(R)$ 中的函数, $x(t)$, $y(t)$ 内积定义如下,其中符号 $*$ 表示共轭转置

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) y^*(t) dt \quad (1)$$

以下从信号的一般展开表述引入机械故障诊断的内积变换原理。信号表达方式并不惟一,对于给定的信号会有无数种展开方式。设一个 Ψ 域中信号 x 可表示为

$$x = \sum_{n \in Z} a_n \psi_n \quad (2)$$

其中: $\{\psi_n\}_{n \in Z}$ 为 Ψ 域中基本函数集。

如果 $\{\psi_n\}_{n \in Z}$ 是 Ψ 空间的完备序列,即所有 Ψ 域

内的信号均可由式(2)表示,则存在一个对偶函数集,使其展开系数可由内积函数计算

$$a_n = \int x(t) \tilde{\psi}_n^*(t) dt = \langle x, \tilde{\psi}_n \rangle$$

或

$$a_n = \sum_{k \in Z} x(k) \tilde{\psi}_n^*(k) = \langle x, \tilde{\psi}_n \rangle \quad (3)$$

其中: $\tilde{\psi}_n$ 为分析函数; ψ_n 为综合函数,两者互为对偶函数。

由式(3)可以看出,内积结果 a_n 越大,表明 x 与对偶函数 $\tilde{\psi}_n$ 越接近。以上内积变换中,不妨把对偶函数 $\tilde{\psi}_n$ 视为一种“基函数”,内积变换可视为信号 x 与“基函数” $\tilde{\psi}_n$ 关系紧密度或相似性的一种度量。这样的内积变换可以看作是“按图索骥”的过程。因此,机械故障诊断内积变换原理本质是探求信号 x 中包含与“基函数” $\tilde{\psi}_n$ 最相似或相关的分量,关键在于机械设备运行过程的动态信号物理特征与基函数的合理构造,使所构造的基函数与动态信号物理特征达到最佳匹配。通过内积变换提取动态信号中的故障特征,获得不同物理意义并符合工程实际的故障特征信息,实现正确的状态监测与故障诊断。

2 信号处理内积表述

2.1 傅里叶变换内积表述

函数 $x(t)$ 的傅里叶变换为

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt = \langle x(t), e^{i\omega t} \rangle \quad (4)$$

频谱 $X(\omega)$ 显示正弦基函数分解出包含在 $x(t)$ 中的任一正弦频率的总强度。式(4)的变换过程可视为信号 $x(t)$ 与基函数 $e^{i\omega t}$ 的内积运算。由于 $e^{i\omega t}$ 是三角基函数,可将任何信号表示为不同频率平稳正弦波的线性迭加,因此它更适合平稳信号分析。

2.2 短时傅里叶变换的内积表述

设 $h(t)$ 是中心位于 $\tau=0$ 、高度为1、宽度有限的时窗函数,短时傅里叶变换定义如下

$$\begin{aligned} \text{STFT}_x(\tau, f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) h^*(t - \tau) e^{-i\omega t} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) [h(t - \tau) e^{i\omega t}]^* dt = \\ &= \langle x(t), h(t - \tau) e^{i\omega t} \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

这一内积运算将信号通过在时间上可滑移的时间窗 $h(t)$ 进行傅里叶变换,其基函数为 $h(t - \tau) e^{i\omega t}$ 。这里,窗函数 $h(t)$ 的选取是关键。由于其基础是傅里叶变换,更适于分析准平稳信号。如果该信号由高频突发分量和长周期准平稳分量组成,那么短时傅里

叶变换能给出满意的时频分析结果。

2.3 经典小波变换内积表述

信号 $x(t)$ 小波变换 $WT_x(a, b)$ 为

$$WT_x(a, b) = a^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \phi_{a,b}^*(t) dt = \langle x(t), \phi_{a,b}(t) \rangle \quad (6)$$

其中: $\phi_{a,b}(t)$ 为小波基函数; a 为反映频率变量的尺度因子; b 为对信号进行扫描的时移因子。

该内积运算旨在探求信号 $x(t)$ 中包含与小波基函数 $\phi_{a,b}(t)$ 最相似或最相关的分量。不同类型的机械故障在动态信号中往往表征为不同的特征波形。如果对某个特定的诊断问题采用了不恰当的小波基函数,则会冲淡特征信息,给故障特征提取与诊断造成困难。同时,小波基函数的正交性、正则性、消失

矩、紧支性、对称性、相似性和冗余度等性质与时频局部化、奇异性检测、锁定相位、分解与重构精度等直接有关。因此,如何进行有效的小波变换,关键取决于构造和选择与故障特征波形相匹配、且具有优良性质的小波基函数。

2.4 第2代小波变换内积表述

与基于傅里叶变换的 Mallat-Daubechies 经典小波体系不同,第2代小波变换包括剖分运算、预测运算和更新运算3个步骤^[8]。其重构过程由恢复更新、恢复预测和合并3个步骤组成。对于信号 S ,第2代小波的分解和重构过程如图1所示。其中: $P(\cdot)$ 为预测器; $U(\cdot)$ 为更新器; s_o 和 s_e 分别为剖分后的奇、偶样本序列; \tilde{s}_o 和 \tilde{s}_e 分别为重构后的奇、偶样本序列; \tilde{S} 为重构信号。

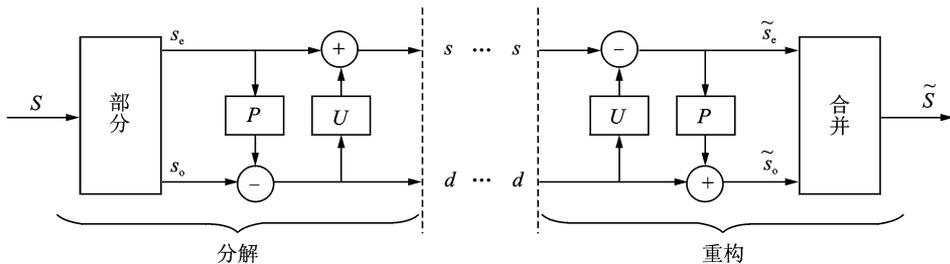


图1 第2代小波分解和重构过程

根据第2代小波变换分解过程的多相矩阵形式表示,第2代小波分解过程的等效滤波器组 (h, g) 可计算为^[18]

$$\begin{cases} h(z) = 1 - P(z^2)U(z^2) + z^{-1}U(z^2) \\ g(z) = -P(z^2) + z^{-1} \end{cases} \quad (7)$$

其中: $h(z)$ 和 $g(z)$ 为第2代小波分解时的等效低通滤波器和等效高通滤波器。

同理,可以得到第2代小波重构时的等效滤波器组为

$$\begin{cases} \tilde{h}(z) = 1 + z^{-1}P(z^2) \\ \tilde{g}(z) = -U(z^2) + z^{-1}(1 - P(z^2)U(z^2)) \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\tilde{h}(z)$ 和 $\tilde{g}(z)$ 为第2代小波重构时的等效低通滤波器和等效高通滤波器。

因此,利用第2代小波分解和重构的等效滤波器组,第2代小波变换也可以通过一系列内积运算给出。设尺度 j 的第2代小波尺度函数 $\phi_{j,k}$ 和小波函数 $\psi_{j,k}$ 分别为尺度空间 V_j 和小波空间 W_j 基函数,第2代小波变换的低频逼近信号 $s_{j,k}$ 和细节信号 $d_{j,k}$ 可用内积表示为

$$s_{j,k} = \langle x, \phi_{j,k} \rangle, d_{j,k} = \langle x, \psi_{j,k} \rangle \quad (9)$$

设 $\tilde{\phi}_{j,k}$ 为 $\phi_{j,k}$ 的对偶尺度函数, $\tilde{\psi}_{j-1,n}$ 为 $\psi_{j-1,n}$ 的对

偶小波函数,第2代小波等效滤波器组 $\{h(z), g(z), \tilde{h}(z), \tilde{g}(z)\}$, 则双正交小波双尺度关系为

$$\begin{cases} \phi_{j-1,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle \phi_{j-1,n}, \phi_{j,k} \rangle \phi_{j,k} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{k-2n} \phi_{j,k} \\ \psi_{j-1,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle \psi_{j-1,n}, \phi_{j,k} \rangle \phi_{j,k} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_{k-2n} \phi_{j,k} \\ \tilde{\phi}_{j-1,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle \tilde{\phi}_{j-1,n}, \tilde{\phi}_{j,k} \rangle \tilde{\phi}_{j,k} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \tilde{h}_{k-2n} \tilde{\phi}_{j,k} \\ \tilde{\psi}_{j-1,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle \tilde{\psi}_{j-1,n}, \tilde{\psi}_{j,k} \rangle \tilde{\psi}_{j,k} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \tilde{g}_{k-2n} \tilde{\psi}_{j,k} \end{cases} \quad (10)$$

第2代小波变换分解时,采用尺度函数 $\phi_{j,k}$ 和小波函数 $\psi_{j-1,n}$, 通过式(11)对信号 $x(t)$ 进行内积运算,得到第2代小波变换的分解表达式

$$s_{j-1,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{k-2n} s_{j,k}, d_{j-1,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_{k-2n} s_{j,k} \quad (12)$$

由于 $V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$, 对于 $\tilde{\phi}_{j,k}$ 与 $\tilde{\phi}_{j-1,k}$ 和 $\tilde{\psi}_{j-1,n}$, 有基函数分解关系

$$\tilde{\phi}_{j,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle \tilde{\phi}_{j,n}, \tilde{\phi}_{j-1,k} \rangle \tilde{\phi}_{j-1,k} + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle \tilde{\phi}_{j,n}, \tilde{\psi}_{j-1,k} \rangle \tilde{\psi}_{j-1,k} \quad (13)$$

利用双正交小波双尺度关系,得到第二代小波变换的重构表达式

$$s_{j,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \tilde{h}_{n-2k} s_{j-1,k} + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \tilde{g}_{n-2k} d_{j-1,k} \quad (14)$$

由此可见,第2代小波也是建立在内积变换原理的基础上。在经典小波变换中,尺度函数 ϕ 和小波函数 ψ 及其对偶 $\tilde{\phi}$ 和 $\tilde{\psi}$ 的设计,转化为滤波器组 $\{h(z),g(z),\tilde{h}(z),\tilde{g}(z)\}$ 的设计。在第2代小波变换中,设计不同的预测器 P 和更新器 U 便完成了不同基函数的构造,从而通过内积变换实现机械故障动态特征的提取。

2.5 多小波变换的内积表述

设多小波中尺度为 j 的多尺度函数 $\Phi_{j,k}$ 和多小波函数 $\Psi_{j,k}$ 分别为尺度空间 V_j 和小波空间 W_j 规范正交基; \mathbf{x} 为前处理^[14]后的矢量输入信号;多小波变换的低频逼近信号 $\mathbf{c}_{j,k}$ 和高频细节信号 $\mathbf{d}_{j,k}$ 可用内积表示为

$$\mathbf{c}_{j,k} = \langle \mathbf{x}, \Phi_{j,k} \rangle, \mathbf{d}_{j,k} = \langle \mathbf{x}, \Psi_{j,k} \rangle \quad (15)$$

与单小波相似,多小波的滤波器系数 $\{\mathbf{H}, \mathbf{G}\}$ 也可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{k-2j} = \langle \Phi_{n-1,j}, \Phi_{n,k} \rangle \\ \mathbf{G}_{k-2j} = \langle \Phi_{n-1,j}, \Psi_{n,k} \rangle \end{cases} \quad (16)$$

多小波变换的两尺度关系可以表示为

$$\begin{cases} \Phi_{j-1,n} = \sum_{k \in Z} \langle \Phi_{j-1,n}, \Phi_{j,k} \rangle \Phi_{j,k} = \sum_{k \in Z} \mathbf{H}_{k-2n} \Phi_{j,k} \\ \Psi_{j-1,n} = \sum_{k \in Z} \langle \Psi_{j-1,n}, \Phi_{j,k} \rangle \Phi_{j,k} = \sum_{k \in Z} \mathbf{G}_{k-2n} \Phi_{j,k} \end{cases} \quad (17)$$

利用式(17)对矢量输入信号 \mathbf{x} 进行内积运算,得到多小波分解表达

$$\mathbf{c}_{j-1,n} = \sum_{k \in Z} \mathbf{H}_{k-2n} \mathbf{c}_{j,k}, \mathbf{d}_{j-1,n} = \sum_{k \in Z} \mathbf{G}_{k-2n} \mathbf{c}_{j,k} \quad (18)$$

由于 $V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$,对于 $\Phi_{j,k}$ 与 $\Phi_{j-1,n}$ 和 $\Psi_{j-1,n}$ 有基函数分解关系

$$\begin{aligned} \Phi_{j,n} &= \sum_{k \in Z} \langle \Phi_{j,n}, \Phi_{j-1,k} \rangle \Phi_{j-1,k} + \\ &\quad \sum_{k \in Z} \langle \Phi_{j,n}, \Psi_{j-1,k} \rangle \Psi_{j-1,k} \end{aligned} \quad (19)$$

则可得到多小波变换的重构表达式

$$\mathbf{c}_{j,k} = \sum_{n \in Z} \mathbf{H}_{k-2n}^* \mathbf{c}_{j-1,n} + \sum_{n \in Z} \mathbf{G}_{k-2n}^* \mathbf{d}_{j-1,n} \quad (20)$$

由此可见,多小波变换也是建立在内积变换原理基础上。与单小波不同,多小波是矢量运算,滤波器均为多维向量。由于多小波基函数兼备单小波所不能同时满足的优良性质,可以帮助基函数在内积匹配过程中更加准确地提取微弱故障特征,在机械微弱故障诊断方面具备显著的优势。同时,它拥有多个小波基函数,在内积变换过程中,可作为信号分解的特征波形混合基来匹配信号中的多个特征信息,从而实现机械复合故障耦合特征的一次性分离与

识别。

3 内积变换原理的仿真实验验证

由于傅里叶变换和短时傅里叶变换的内积变换表述显而易见,采用可重复的仿真试验对经典小波、第2代小波变换和多小波变换的内积变换原理进行验证。根据式(3)选择某一特定基函数 $\psi(t)$ 构造包含模拟故障特征 $\psi(t)$ 的混合信号 $x(t)$,通过内积变换研究不同基函数在内积过程中的作用和效果。

3.1 经典小波的仿真实验验证

为了验证与故障特征相似的基函数能够最佳匹配机械故障特征,采用Daubechies 10(Db10)小波基函数来模拟混合信号中的微小冲击故障特征,其中Db10小波基函数 $\psi(t)$ 如图2所示,横坐标为数据点数 N ,纵坐标为无量纲的幅值 A ,以下仿真试验相同。无噪仿真信号如式(21)构造,将Db10小波基函数的小冲击分量叠加到一个无噪声正弦信号上,这里正弦分量模拟旋转机械的运行特征。以上仿真信号中采样频率为5 120 Hz,点数为5 120,可满足小冲击分量和正弦分量的采样要求。图3显示了仿真混合信号 $x(t)$,其中,Db10小波基函数的第1个模拟冲击均从第400点到第1 008点,即初始起点为0.078 1 s,周期间隔 $\tau = 0.2$ s。

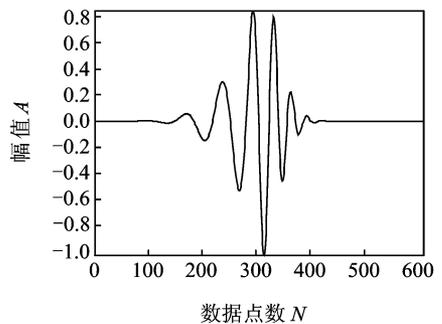


图2 Db10小波基函数

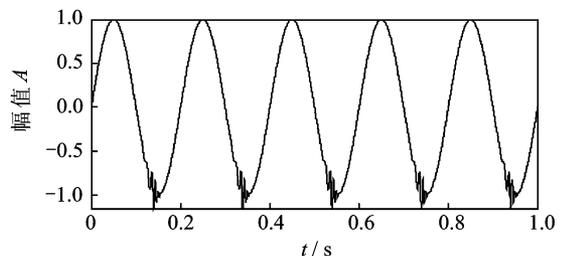
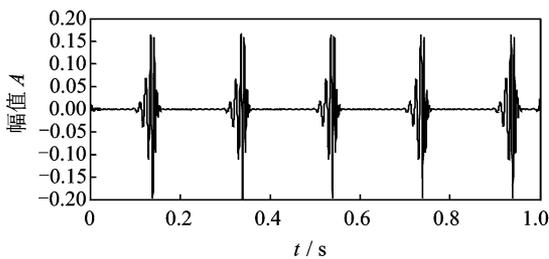


图3 经典小波中的无噪仿真信号

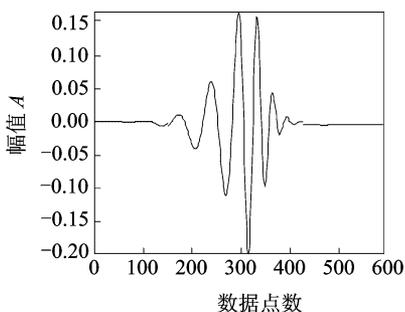
$$\begin{cases} x(t) = 0.2x_1(t) + x_2(t) \\ x_1(t) = \sum_{i=1}^5 \psi(t - 0.0781 - i\tau) \\ x_2(t) = \sin(10\pi t) \end{cases} \quad (21)$$

首先,采用Db10小波作为基函数对式(21)的仿真信号进行5层小波分解。由于周期性冲击分量主要分解到细节信号 $a_1 \sim a_5$,逼近信号 d_5 为低频正弦分量。因此,采用细节信号 $a_1 \sim a_5$ 对周期性冲击分量进行重构,结果如图4(a)所示。截取出重构的周期性冲击信号中第1个冲击单元,即信号中第400~1008点,如图4(b)所示。对比图2的Db10小波基,即仿真信号中的真实冲击单元,可以清晰看到采用Db10小波分析得到第1个冲击单元波形与真实冲击单元波形几乎相同。图2和图4(b)两个冲击单元的相关系数计算为0.9969,非常接近1,说明两个冲击单元的相似度极高。

选择Db4小波作为低阶Daubechies小波代表。以Db4小波作为基函数对式(21)的仿真信号进行对比分析。依旧对信号进行5层分解,采用5个尺度的细节信号 $a_1 \sim a_5$ 重构周期性冲击分量,截取第1个冲击单元如图5(a)所示。从分析结果可以看出,虽然Db4小波可以提取出该周期性冲击分量,但提取出的冲击单元与仿真的冲击单元(Db10小波基),在波形形状上有明显差别。图5(b)显示了Db4小波基函数。对比图5(a)和(b),可以看到由Db4小波匹配出的冲击波形变化趋势与Db4小波基非常相似,图中



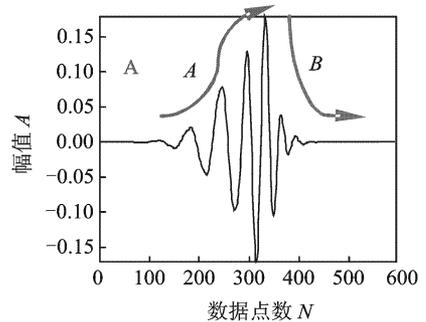
(a) 细节重构结果



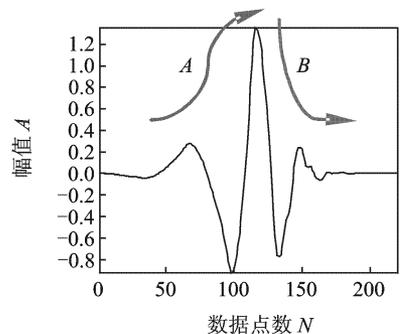
(b) 提取出的冲击单元

图4 Db10小波分析结果

所示A段呈现较缓慢增长趋势,B段表现为急速下降趋势。图2和图5(a)两个冲击单元的相关系数计算为0.9319,小于Db10小波分析结果的相关系数数值。



(a) 提出的冲击单元

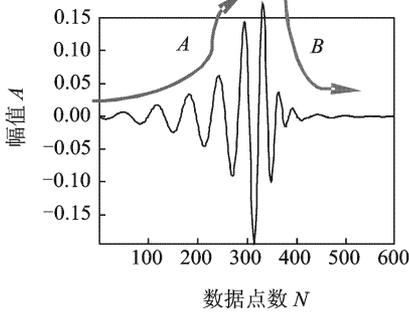


(b) Db4小波基函数

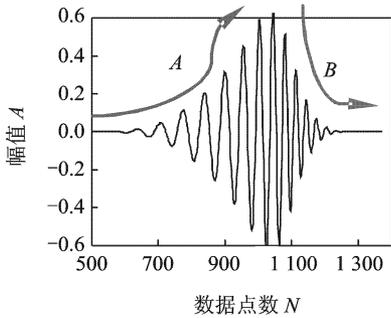
图5 Db4小波分析结果

选取Db32小波基函数作为高阶Daubechies小波代表,对式(21)的仿真信号进行对比分析。与以上的分析流程相似,Db32小波所提取的第1个冲击单元如图6(a)所示。同样,具有振荡衰减的Db32小波基函数也能够匹配出微弱冲击特征,其波形特征与图2的Db10小波基相差较大。该提纯冲击信号前部分A呈现出极为缓慢的增长趋势,后半段B表现为较为快速衰减,特性与Db32小波基(见图6(b))波形特征相似。计算图2和图6(a)两个冲击波形的相关系数为0.9570,小于Db10小波分析结果相关系数数值。

采用Daubechies小波族($DbN, N=1 \sim 40$ 表示不同的小波阶次,相应小波基具有 $2N-1$ 的支撑区间,且消失矩也为 N)对式(21)的仿真信号进行综合分析。为了评价内积匹配过程中各个小波基发挥的作用,采用各个 DbN 小波所提取出的冲击单元与仿真冲击单元Db10小波基的相关系数作为内积匹配效果的评价指标。Db1~Db40小波基分析结果如表1所示。



(a) 提出的冲击单元



(b) Db32小波基函数

图6 Db32小波分析结果

从表1的相关系数结果可以看出：

1) 除Db1小波外,其他所有Daubechies小波计算得到的相关系数值均大于0.9,但是不同的小波基分析得到的相关系数值不同。说明具有紧支且振荡衰减的小波基函数大多可以匹配出非平稳信号中的瞬态信息,不同小波基函数将产生不一样的分析效果,使得所提取出的故障特征波形也不同。

2) 在所有的Daubechies小波相关系数计算中,Db10小波即仿真冲击单元计算得到的相关系数值最高,最接近1。说明Db10小波所提取的冲击单元与所仿真的冲击单元的相似度最高,分析效果最为理想。同时,图4分析结果显示,Db10小波提取出的冲

击分量波形也与仿真冲击单元几乎是完全相同。这说明与故障特征最相似的基函数可以最佳地匹配出隐藏在混合信号中的故障信息,充分验证了内积变换。

3) 小波消失矩是小波基的重要性质之一。DbN中小波消失矩阶次随相关系数的变化见图7。由图可以看出,计算所得的相关系数值并不是随小波消失矩的增加而线性增加的,是呈现锯齿状变化。这说明并不是消失矩越高的小波基能更加有效地匹配出故障特征。总之,小波消失矩越高,作为评价指标的相关系数值越大。意味着相对小波基的性质,在内积匹配中与故障特征相似的基函数更为重要。

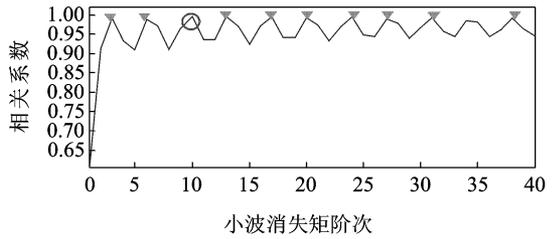


图7 相关系数随小波消失矩阶次变化图

3.2 第2代小波的仿真实验

类似于经典小波变换中内积变换原理的仿真实验,同样构造一个由正弦信号与小冲击信号组成的仿真信号。小冲击信号由预测器个数 $N=18$ 和更新器个数 $\tilde{N}=18$ 的第2代小波的小波函数 $\psi(t)$ 生成。无噪仿真信号如式(22)构造,将第2代小波函数 $\psi(t)$ 以其幅值0.3倍周期性叠加到无噪正弦分量上。仿真信号采样频率为5120 Hz,取数据长度为5120。混合信号中第1个基本冲击单元的起始点为340,并以 $\tau=0.2$ s为周期进行重复。

$$\begin{cases} x(t) = 0.3x_1(t) + x_2(t) \\ x_1(t) = \sum_{i=1}^5 \psi(t - 0.0664 - i\tau) \\ x_2(t) = \sin(10\pi t) \end{cases} \quad (22)$$

表1 DbN小波提取的冲击单元与仿真冲击单元的相关系数

DbN	相关系数	DbN	相关系数	DbN	相关系数	DbN	相关系数
1	0.605 8	11	0.935 3	21	0.973 2	31	0.993 2
2	0.912 6	12	0.935 1	22	0.932 7	32	0.957 0
3	0.991 0	13	0.995 8	23	0.970 1	33	0.944 6
4	0.931 9	14	0.970 3	24	0.993 9	34	0.984 9
5	0.909 9	15	0.924 8	25	0.949 6	35	0.982 0
6	0.988 6	16	0.971 3	26	0.944 4	36	0.944 2
7	0.971 9	17	0.994 8	27	0.989 7	37	0.961 7
8	0.911 8	18	0.942 1	28	0.977 6	38	0.991 8
9	0.963 8	19	0.942 5	29	0.938 6	39	0.964 2
10	0.996 9	20	0.993 7	30	0.966 3	40	0.945 0

对式(22)的仿真混合信号,采用不同预测器系数个数 N 和不同更新器系数个数 \tilde{N} 的第2代小波进行6层分解。为了提取仿真混合信号中的小冲击成分,将细节信号 $a_1 \sim a_6$ 重构冲击信号。以仿真基本

冲击单元与不同第2代小波处理后第1个重构基本冲击单元的相关系数值作为内积匹配性能,即各小波基提取基本冲击单元效果的评价指标,其结果如表2所示。

表2 不同 N 和 \tilde{N} 的第2代小波分析结果的相关系数

N, \tilde{N}	相关系数						
2,2	0.979 0	12,12	1.000 0	22,22	0.999 8	12,8	0.999 9
4,4	0.996 9	14,14	1.000 0	6,18	0.999 9	14,10	1.000 0
6,6	0.999 2	16,16	1.000 0	6,14	0.999 9	14,6	0.999 7
8,8	0.999 8	18,18	1.000 0	6,8	0.999 7	18,6	0.999 7
10,10	0.999 9	20,20	0.999 9	8,6	0.999 5	18,12	1.000 0

从表2中可以看出:

1) 不同 N, \tilde{N} 的第2代小波分析结果的相关系数值大部分超过0.990 0。出现好的分析结果是因为以上第2代小波中预测器和更新器系数的计算是根据Claypoole在文献[19]中的求解算法,该算法所获得的不同第2代小波基的形状大致类似。同时随着预测器系数个数 N 和更新器系数个数 \tilde{N} 的增加,所构造的第2代小波基主波形基本保持不变,其次峰振荡次数和支撑区间长度均有所增加。因此,形状相似的第2代小波在模拟冲击故障单元提取试验中表现出较为理想的内积匹配性能。

2) 表中 $N=12$ 和 $\tilde{N}=12, N=14$ 和 $\tilde{N}=14, N=16$ 和 $\tilde{N}=16, N=18$ 和 $\tilde{N}=18$ 的4个第2代小波所得到的相关系数值都为1,说明这4个小波基所提取的基本冲击单元与模拟的基本冲击单元完全一致。

3) 对于预测器系数个数 N 和更新器系数个数 \tilde{N} 相同的第2代小波,计算得到的相关系数是先随着 N 和 \tilde{N} 的增加,即正交性的增加而增大;当 N 和 \tilde{N} 超过18后,其相关系数值反而减小。对于双正交的第2代小波,小波基的内积匹配能力主要取决于小波基与所提取特征的相似性,小波基所具备的优良性质,特别是正交性也影响着小波基的内积匹配性能。另外,试验结果说明并不是正交性越好的小波基将获得更加理想的分析结果。一般而言,第2代小波正交性越好,其内积匹配结果越更加理想。

4) 对于预测器系数个数 N 和更新器系数个数 \tilde{N} 不同的第2代小波(设 $N=x_1, \tilde{N}=x_2$),计算得到的相关系数值总是介于 $N=\tilde{N}=\min[x_1, x_2]$ 和 $N=\tilde{N}=\max[x_1, x_2]$ 的第2代小波分析结果所计算得到的相关系数值之间。设 N, \tilde{N} 第2代小波分析结果的相关系数定义为 $\rho(N, \tilde{N})$,则

$$\rho(\min[x_1, x_2], \min[x_1, x_2]) \leq \rho(x_1, x_2) \leq \rho(\max[x_1, x_2], \max[x_1, x_2])$$

如在表2中, $\rho(6,6) < \rho(6,8) < \rho(8,8)$ 。

总之,以上第2代小波内积匹配仿真试验充分验证了内积匹配思想,同时说明双正交的第2代小波,小波基的内积匹配性能主要取决于小波基与所提取特征的相似性或相关性,以及小波基所具备的优良性能,特别是其正交性。

3.3 多小波的仿真实验验证

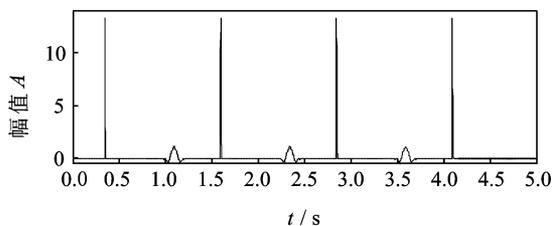
利用一个仿真试验来验证多小波变换的内积表达及其匹配多故障特征分量的能力。在众多多小波中,GHM多小波^[20]是最常用的多小波,它具有紧支性、对称性、正交性及二阶消失矩。因此,采用GHM多小波的两个多尺度函数 φ_1 和 φ_2 来模拟冲击故障。仿真信号 $x(t)$ 表达如下

$$\begin{cases} x(t) = 0.1 \sum_{i=1}^4 I_1(t+0.3418-i\tau) + \\ \quad 0.5 \sum_{j=1}^3 I_2(t+0.9668-j\tau) \\ I_1(t) = \varphi_1(t)q(t) \quad (q(t) = e^{-400(t-0.0175)}) \\ I_2(t) = \varphi_2(t) \end{cases} \quad (23)$$

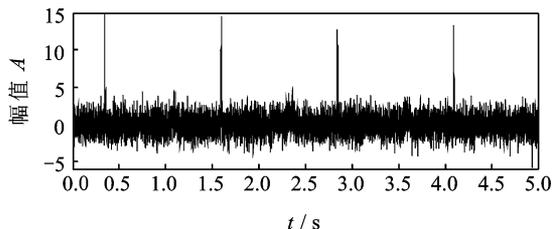
其中:采样点数 $n=10\ 240$;采样频率 $f_s=2\ 048$ Hz;冲击周期间隔 $\tau=0.25$ s。

同时在 $I_1(t)$ 中增加 $q(t)$ 是模拟传递路径对冲击响应 φ_1 的影响。另外, I_1 的起始点为第700点即0.3418 s; I_2 的起始点为第1980点即0.9668 s。式(23)的仿真冲击信号添加SNR=-4.0385 dB的高斯白噪声信号。无噪仿真信号和强背景噪声下仿真信号分别如图8(a)和(b)所示, φ_2 仿真的冲击特征被大量随机噪声淹没。

对该含噪信号采用GHM多小波作为基函数进行分解。由于冲击仿真采用 φ_1 和 φ_2 的多尺度函数模拟,其特征响应集中在低频段。因此,采用5层分解,且前处理方式采用无重复严格采样中的内插值前滤



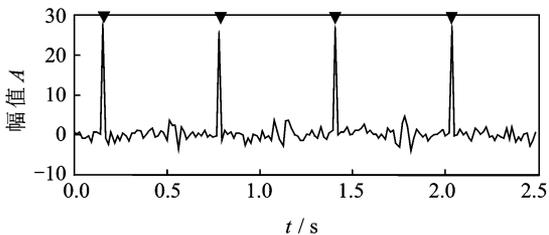
(a) 无噪仿真信号



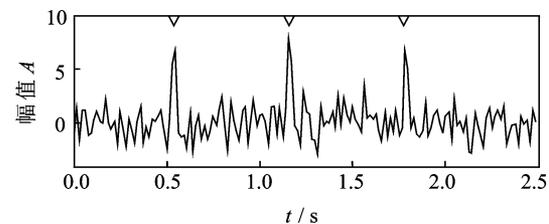
(b) 含噪仿真信号

图8 多小波试验的无噪和含噪仿真信号

波器^[21]。为了验证多小波中每个基函数在内积匹配运算中的不同特性,仿真试验中去除了多小波变换中的后处理过程,直接输出多小波变换后的多维数据作为分析结果^[14]。第5尺度的逼近信号结果如图9所示。其中图9(a)为矢量输出的第1通道分析结果,图9(b)为其第2通道分析结果。可以看出,在强背景噪声干扰下,GHM多小波基函数可以较好地提取出两类冲击仿真特征,两类仿真冲击特征分别清晰地呈现在不同的输出分支中,实现了多故障特征的一次性分离与提取。该仿真验证中,主要是验证多小波基函数在内积匹配过程中的复合故障特征分离与提取能力,而非其波形匹配能力。因此,以通道1中4个特征处能量与通道1信号总能量比,以及通



(a) 第1通道

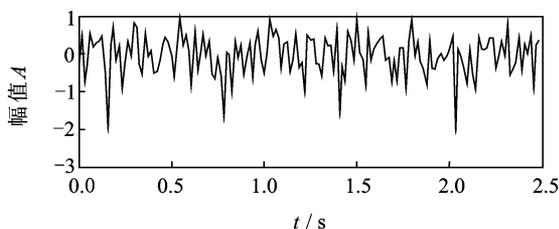


(b) 第2通道

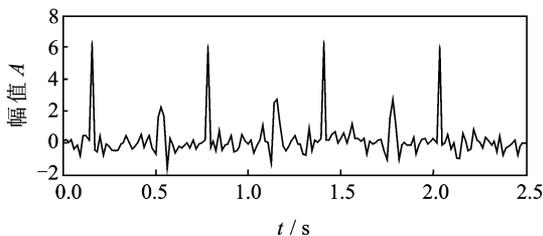
图9 含噪信号GHM多小波严格采样下的分解结果

道2中3个特征处能量与通道2信号能量比作为评价指标,分别定义为 α 和 β ,用以评价多小波基函数在内积变换过程中分离和匹配仿真复合故障中多特征的能力。计算可得到GHM多小波两个指标 $\alpha(\text{GHM})=0.9081$, $\beta(\text{GHM})=0.5030$ 。

同理,采用CL多小波进行对比,处理过程与GHM多小波类似,其结果如图10所示。在第1通道中,模拟冲击特征 I_1 并不十分突出;而第2通道中,模拟冲击特征 I_1 突出而 I_2 不是十分明显。相对于图9的GHM分析结果,CL多小波不能有效地提取与分离两类冲击特征,效果不理想。另外,计算多小波匹配评价指标 $\alpha(\text{CL})=0.3494$, $\beta(\text{CL})=0.2060$,两者都远小于GHM的指标值。



(a) 第1通道



(b) 第2通道

图10 含噪信号CL多小波严格采样下的分解结果

采用多小波基函数SA4, Bih52s, Bih54n, Bih32s, Bih34n, Bighm2, Cardbal2, Cardbal3和Cardbal4对上述含噪信号进行分析,处理方式与GHM多小波一致。仍采用指标 α 和 β 评价多小波基函数内积匹配性能,结果如表3所示。可以看出,在强背景噪声下,无论是指标 α 、 β 或 $\alpha+\beta$,GHM多小波所对应的能量,相对比值都是最大的,说明GHM多小波在提取和分离由GHM多尺度函数所生成的多冲击特征时,效果最佳。这也验证了在强背景噪声干扰下,与多故障特征最相似的多个基函数,能够准确和全面提取隐藏在动态信号中的多故障特征。

从以上多小波的内积匹配试验可以看出,由于多小波拥有多个性质各异的基函数,可以作为信号分解的特征波形混合基来匹配信号中的多个特征信息,实现复合故障耦合特征的一次性分离与提取。另

外兼备多种优良特性的多小波基函数,可以更加准确和全面地匹配特征波形,以提取出具有物理意义并符合工程实际的故障特征信息,这使得多小波变换在机械故障诊断中具备显著优势。

表3 含噪仿真信号多小波分析结果

多小波基函数	α	β	$\alpha+\beta$
GHM	0.908 1	0.503 0	1.411 1
CL	0.349 4	0.206 0	0.555 4
SA4	0.844 2	0.247 0	1.091 2
Bih52s	0.857 1	0.144 5	1.001 6
Bih54n	0.606 8	0.066 2	0.673 0
Bih34n	0.546 9	0.195 7	0.742 6
Bih32s	0.378 1	0.192 1	0.570 2
Bighm2	0.719 4	0.179 0	0.898 4
Cardbal2	0.896 0	0.343 9	1.239 9
Cardbal3	0.900 3	0.316 8	1.217 1
Cardbal4	0.884 3	0.278 2	1.162 5

4 工程案例

图11为某炼油厂空气分离压缩机组(空分机)的结构简图。该机组主要由电机、齿轮箱和压缩机组成,电机与齿轮箱采用齿式联轴器连接。空分机用于炼油厂中对氧气进行压缩。通过电机驱动压缩机,齿轮箱在其中起变速和传递动力的作用。

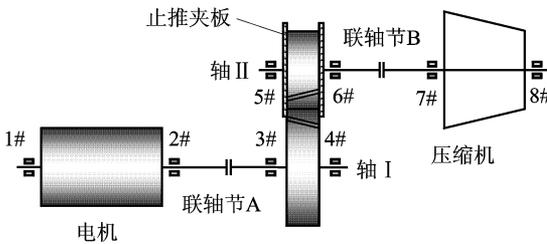
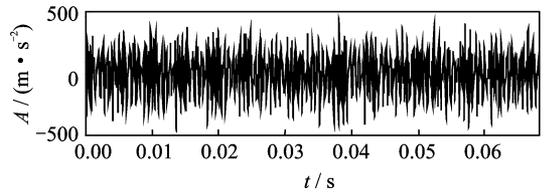


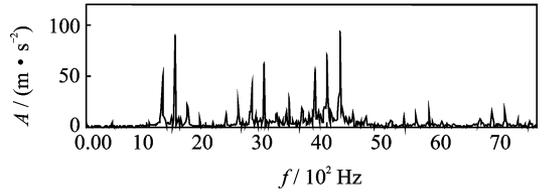
图11 某炼油厂空分机结构图

机组在某次大修后开机,发现齿轮箱振动剧烈,并伴随尖叫声。需要通过对其进行详细地检测与诊断查清故障。该空分机的驱动电机转速为2 985 r/min,两个齿轮均为斜齿轮,小齿轮通过止推夹板将斜齿轮啮合传动时的轴向力传递到大齿轮,它们的齿数分别为137和32,增速比为4.28。因此,高速轴的转频为213 Hz,齿轮啮合频率为6 815.75 Hz,叶片转频为3 620.86和4 472.83 Hz。

为探究故障的原因,采集该齿轮箱的5#轴承座振动信号,采样频率为15 kHz,时域信号和频谱图如图12所示。其时域信号表现为高频剧烈振荡,频谱存在1 480,2 960和4 231 Hz这3条主要的谱峰,它们与机组的啮合频率和风机叶片转频无一对应,且



(a) 时域波形



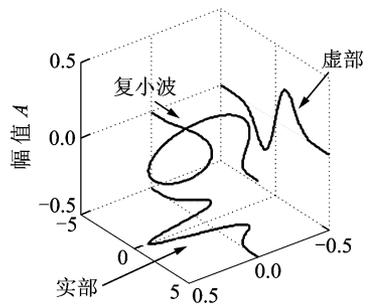
(b) 频谱图

图12 空分机5#轴承座振动信号

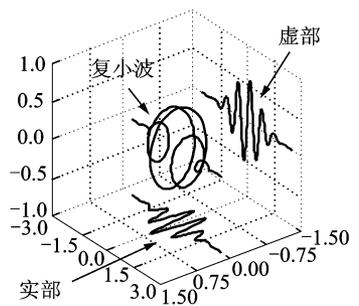
在这些频率附近存在213 Hz的调制边频带,与高速轴转频一致。

Hermitian和Morlet小波是常用的复值小波,其表达式和相关特性见文献[22]。图13显示了Hermitian小波和Morlet小波(参数 $\omega_0=5, a=1$)的小波基函数波形。其中,Hermitian小波支撑区间较Morlet小波更短,实部和虚部振荡次数更少,具有很强的时域局部化能力,与持续时间短的冲击类损伤特征相似,可很好地检测故障信号的奇异性[22]。

利用Hermitian小波和Morlet小波对图11所示机组的振动信号进行变换,分析结果如图14所示。

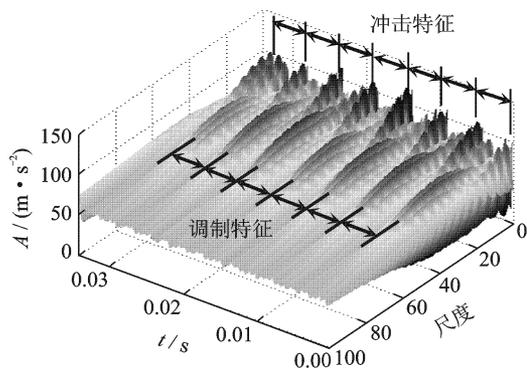


(a) Hermitian小波

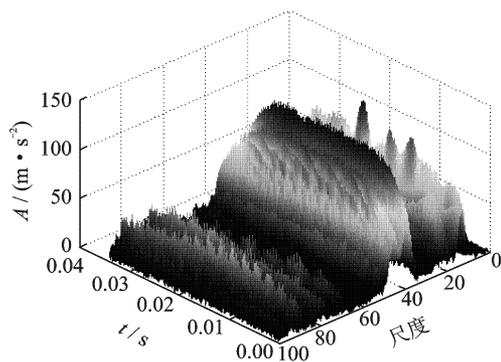


(b) Morlet小波

图13 Hermitian和Morlet小波的基函数



(a) Hermitian小波分析结果



(b) Morlet小波处理结果

图14 空分机振动信号小波分析结果

在图14(a)中,Hermitian小波的分析结果中出现了7个有规律的冲击波形和调制成分,其周期间隔对应于高速轴旋转周期。其中在尺度0~20(高频频段)出现了7个锯齿状冲击反映止推夹板与大齿轮的撞击,在尺度15~50(中频频段)出现了7个鱼脊状调制反映止推夹板与大齿轮的摩擦现象。这些特征在图14(b)中基本没有出现,故分析结果不理想。

从信号分析结果可以看到,在高速轴齿轮的每个周期内存在一个明显的冲击。通过对该空分机结构(见图11)的仔细分析,发现了止推夹板的设计缺陷。由于加工或安装误差的存在,很难保证止推夹板和大齿轮端面的严格平行。随着齿轮的运转,安装在小齿轮上的止推夹板每个旋转周期出现一次端面跳动并和大齿轮端面发生强烈的冲击摩擦,反映到信号中即分别为图14(a)中形成锯齿状冲击特征与鱼脊状的调制特征,这些特征的时间间隔都等于高速轴转频213 Hz的倒数。该案例分析显示,与冲击摩擦类故障特征波形更加相似的Hermitian小波可以更好地提取故障信号中的奇异性信息,有利于故障的识别和定位。这也验证了机械故障诊断内积变换原理的物理本质和关键技术。

5 结论

1) 具有紧支且振荡衰减的基函数大多可以匹配出非平稳信号中的瞬态信息,不同基函数将产生不一样的分析效果,使得所提取出的故障特征也完全不同。

2) 与故障特征最相似或局部最相似的基函数,可以最佳地匹配出隐藏在混合信号中的故障信息。同时,基函数的性质对于内积变换起重要作用,相对基函数的性质,在内积匹配中与故障特征相似或相关的基函数为更重要。

3) 对于双正交的第2代小波而言,其内积匹配能力主要取决于小波基与所提取特征的相似性或相关性,同时小波基所具备的优良性质,特别是正交性也影响着小波基的内积匹配性能。

4) 与多故障特征最相似或最相关的多个基函数才能有效提取出隐藏在动态信号中的多故障特征。

案例显示,与冲击摩擦类故障特征波形更加相似的Hermitian小波可以更好地提取故障信号中的奇异性信息,有利于故障的识别和定位。通过仿真试验和工程案例,证明了机械故障诊断内积变换原理的正确性和可靠性。

参 考 文 献

- [1] 丁康,朱文英,杨志坚,等. FFT+FT离散频谱校正法参数估计精度[J]. 机械工程学报, 2010, 46(7): 68-73.
Ding Kang, Zhu Wenyong, Yang Zhijian, et al. Parameter estimation accuracy of FFT and FT discrete spectrum correction[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(7): 68-73. (in Chinese)
- [2] Nilsen G K. Recursive time-frequency reassignment[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(8): 3283-3287.
- [3] 刘小峰,柏林,秦树人. 基于瞬时转速的变窗STFT变换[J]. 振动与冲击, 2010, 29(4): 27-29, 58.
Liu Xiaofeng, Bo Lin, Qin Shuren. Rotating speed-based variable window STFT[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(4): 27-29, 58. (in Chinese)
- [4] Peng Zhike, Chu Fulei. Application of the wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnostics: a review with bibliography[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2004, 18(2): 199-221.

- [5] Peng Zhike, Jackson M R, Rongong J A, et al. On the energy leakage of discrete wavelet transform[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 23 (2): 330-343.
- [6] Wang Yanxue, He Zhengjia, Zi Yanyang. Enhancement of signal denoising and multiple fault signatures detecting in rotating machinery using dual-tree complex wavelet transform[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24 (1): 119-137.
- [7] Li Hui, Zhang Yuping, Zheng Haiqi. Application of Hermitian wavelet to crack fault detection in gearbox [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25 (4): 1353-1363.
- [8] Sweldens W. The lifting scheme: a construction of second generation wavelet constructions. [J]. *Siam Journal on Mathematical Analysis*, 1997, 29 (2): 511-546.
- [9] Li Zhen, He Zhengjia, Zi Yanyang, et al. Customized wavelet denoising using intra-and inter-scale dependency for bearing fault detection[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 313 (1-2): 342-359.
- [10] Bao Wen, Zhou Rui, Yang Jianguo, et al. Anti-aliasing lifting scheme for mechanical vibration fault feature extraction[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 23 (5): 1458-1473.
- [11] 程正兴, 张玲玲. 多小波分析与应用[J]. *工程数学学报*, 2001, 18(1):99-107.
Cheng Zhengxing, Zhang Lingling. Analysis of multi-wavelet and application[J]. *Chinese Journal of Engineering Mathematics*, 2001, 18 (1): 99-107. (in Chinese)
- [12] Daubechies I. Ten lectures of wavelets[C]// CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics. Philadelphia, Pa: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- [13] Wang Xiaodong, Zi Yanyang, He Zhengjia. Multi-wavelet construction via an adaptive symmetric lifting scheme and its applications for rotating machinery fault diagnosis[J]. *Measurement Science & Technology*, 2009, 20(4):1-17.
- [14] 袁静, 何正嘉, 訾艳阳. 基于提升多小波的机电设备复合故障分离和提取[J]. *机械工程学报*, 2010, 46 (1): 79-85, 91.
Yuan Jing, He Zhengjia, Zi Yanyang. Separation and extraction of electromechanical equipment compound faults using lifting multiwavelets[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(1): 79-85, 91. (in Chinese)
- [15] Yuan Jing, He Zhengjia, Zi Yanyang. Gear fault detection using customized multiwavelet lifting schemes [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24 (5): 1509-1528.
- [16] 吴宏钢, 秦毅, 秦树人. 基于重分配算法和奇异值分解的多小波脊线提取[J]. *振动与冲击*, 2009, 28 (12): 9-11, 14, 198-199.
Wu Honggang, Qin Yi, Qin Shuren. Multi wavelet ridge extraction based on reassigning algorithm and singular value decomposition[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009, 28 (12): 9-11, 14, 198-199. (in Chinese)
- [17] Wang Youming, Chen Xuefeng, He Zhengjia. An adaptive inverse iteration algorithm using interpolating multiwavelets for structural eigenvalue problems [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25 (2): 591-600.
- [18] 何正嘉, 訾艳阳, 陈雪峰, 等. 内积变换原理与机械故障诊断[J]. *振动工程学报*, 2007, 20 (5): 528-533.
He Zhengjia, Zi Yanyang, Chen Xuefeng, et al. Transform principle of inner product for fault diagnosis[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2007, 20 (5): 528-533. (in Chinese)
- [19] Claypoole R L, Baraniuk R G, Nowak R D. Adaptive wavelet transforms via lifting[C]//Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Seattle, WA, USA: [s. n.], 1998: 1513-1516.
- [20] Geronimo J S, Hardin D P, Massopust P R. Fractal functions and wavelet expansions based on several scaling functions[J]. *Journal of Approximation Theory*, 1994, 78 (3): 373-401.
- [21] Cotronei M, Montefusco L B, Puccio L. Multiwavelet analysis and signal processing[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II-Express Briefs*, 1998, 45 (8): 970-987.
- [22] 何正嘉, 訾艳阳, 张西宁. 现代信号处理及工程应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2007.

第一作者简介:何正嘉,男,1942年11月生,教授、博士生导师。现任西安交通大学机械工程学院装备所所长,主要研究方向为机械动态信号处理与识别、机械设备状态监测与故障诊断。以第一获奖人获2009年国家技术发明二等奖、1999年国家科技进步三等奖、省部级一等奖2项、授权发明专利8项;获2008年陕西省师德标兵称号,2010年评为全国优秀科技工作者。现任中国振动工程学会副理事长、故障诊断专业委员会副主任委员,国际ISO/TC108/SC5中国专家组成员,国家自然科学基金同行评议专家。出版专著7本,发表学术论文300余篇,其中SCI检索70余篇,EI检索100余篇。

E-mail:hzj@mail.xjtu.edu.cn