

# 利用 Morlet 小波变换识别悬索桥模型模态参数\*

孙 鹏, 丁幼亮, 李爱群, 邓 扬

(东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室 南京, 210096)

**摘要** 破坏性试验在实际的桥梁上针对结构损伤的识别和定位研究难以进行,且基于数值模拟的研究又存在较大的局限性,所以模型试验方法在桥梁结构的损伤识别研究中尤为重要。参考润扬大桥,面向损伤识别设计制作了悬索桥试验模型。对该试验模型进行了动态测试,并对 Morlet 小波变换方法进行模态参数识别的适用性和有效性进行了研究,提出了小波理论识别模态参数的改进方法,将其应用到模型试验中。试验表明,该方法具有使用方便和识别准确的优点。

**关键词** 悬索桥; 试验模型; Morlet 小波; 模态分析

**中图分类号** TU311.4; TN911.6

## 引 言

结构损伤诊断是结构健康监测领域具有挑战性的研究课题。传统的结构损伤诊断方法主要包括外观检查、无破损或微破损检测、现场、试验以及在特殊情况下进行抽样破坏性试验等<sup>[1]</sup>。针对桥梁结构的损伤识别和定位研究,破坏性试验是很难应用在实际的桥梁上的,基于数值模拟的研究又存在较大的局限性,所以模型试验方法在桥梁结构的损伤识别研究中尤为重要。目前有关结构健康诊断的试验研究大多局限于小型的简单结构<sup>[2]</sup>,模型试验研究很少参考实际大跨度悬索桥结构,尤其是面向健康诊断的悬索桥试验模型。笔者首先参考润扬大桥,面向损伤识别设计制作了悬索桥缩尺试验模型。其次,通过试验模型详细的动态测试,对基于 Morlet 小波变换方法进行模态参数识别的适用性进行了研究,提出了小波理论识别模态参数的改进方法。

## 1 试验模型设计与制作

现代悬索桥通常由桥塔、锚碇、主缆、吊索、加劲梁及鞍座等部分组成。吊索将主梁上的重力传递给主缆,承受拉力;桥塔将主缆支起,主缆承受拉力,并被两侧的锚碇锚固;桥塔承受主缆的传力,并将力传递给基础。

### 1.1 模型的初步设计

试验模型参考润扬长江大桥的相关资料,设想了一座悬索桥。设想的悬索桥跨度组成为 340 m + 800 m + 340 m,总长度为 1 480 m,中跨矢跨比 1/20。加劲梁采用双主纵梁及横梁组成的梁排结构,塔高 146 m。根据试验目的和现有试验室条件,采用 1:200 的比例对设想悬索桥建立缩尺试验模型,即几何相似常数  $S_1 = 1/200$ ,模型布置如图 1 所示。

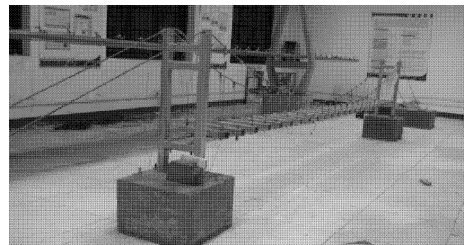


图 1 悬索桥模型

该模型只针对设想的和现实结构类似的结构,因此对相似关系可不作严格要求<sup>[3]</sup>。根据常见悬索桥型以及试验目的和试验条件,其他参数的选取遵从“使之对应的原型结构是一个实际可行的悬索桥结构”原则。这样,就对加劲梁的构造尤其截面内构造需做较大的简化处理。同时,试验采用质量块配重模拟恒载。

### 1.2 模型的预分析

根据初步设计,建立了模型的空间有限元模型

\* 国家自然科学基金资助项目(编号:51178100);江苏省高校“青蓝工程”优秀骨干教师资助计划资助项目;东南大学重大科学研究引导基金资助项目

收稿日期:2010-12-14;修改稿收到日期:2011-02-21

(见图2)。对初步设计的模型进行有关的动力分析。基于模型的相似条件,对模型的力学性能进行了评价。根据设计目标对初步设计进行了适当修改,最终确定满足试验要求的模型基本参数。

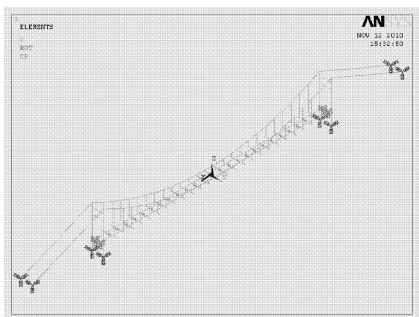


图2 悬索桥模型的有限元模型图

### 1.3 模型的构造与制作

为保证模型对可能健康状态的方便模拟,全部构件独立制作,然后通过螺栓等连接件进行组装,使大部分构件可以方便地进行状态调整、拆除和替换。整个模型有多个独立构件和多个连接件,模型结构具体的构造方式如下,如图3所示。

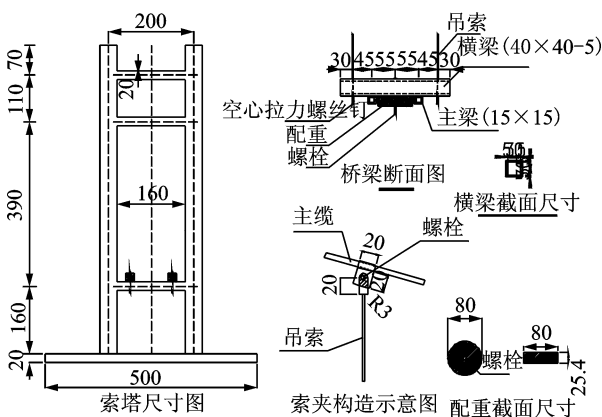


图3 模型构件尺寸图(单位:mm)

1) 为了方便主缆和吊索的连接,主缆建议采用直径6 mm 钢丝绳,具体截面大小可视加工工艺定。主缆长度为7 856 mm,数量为2根,主缆受力在220 N左右。

2) 吊索采用直径3 mm 钢丝绳,具体截面大小可视加工工艺定,受力在10 N左右。

3) 主缆与地面连接可采用螺栓锚固。

4) 加劲梁配重采用钢块模拟,每块配重为1 kg,采用螺栓与横梁连接固定,全桥共有25个横向连接件,总配重为25 kg。

5) 主梁及其横向连接构件均采用钢材。

6) 主梁与横梁以及主梁与索塔下横梁之间采用焊接方式连接。

7) 吊索与横梁的连接采用空心拉力螺丝,便于可方便调节吊索长度和松紧,调节拉力。

## 2 模型模态试验最佳激励点和测试点的确定

### 2.1 最佳激励位置的确定原理

最佳激励位置为保证系统的可辨识性(可控和可观),一般要求节点或节线靠近。最佳激励点(ODP)的位移响应值应该不等于零<sup>[4]</sup>。

激励点应该避免选择在ODP最佳激励点的值等于零之处。在该点激励,某些模态将不能被激励出来。当使用锤击法时,如本研究使用的激励方式,最佳激励位置的选择除了应该满足ODP最佳激励点的值不等于零位置,还应该避免选择ADDOFV的值较大的那些点,因为在ADDOFV的值较大的那些点处,容易产生双击现象<sup>[4]</sup>。

### 2.2 最佳测试点的精度要求

测试点所测得的信息要求尽可能高的信噪比。因此,测试点不应该靠近节点。实际应用的一般都是加速度传感器,实际测得的是加速度信号。因此在最佳测试点的位置,其ADDOFA的值应该较大<sup>[4]</sup>。

### 2.3 有限元模型确定最佳激励点和测试点

对实际模型建立较高精度的有限元模型,如图4所示。该模型将作为试验模型的基准有限元模型,配合试验模型,用于锤击激励之前的准备工作以及相关悬索桥健康诊断的后续研究。

对结构进行模态分析,得出模型在前9阶的振型参数。对振型参数进行以上的分析,得出ODP指标、ADDOFV指标和ADDOFA指标的柱形图(见图5)。应选择ODP较大处且ADDOFV较小处,经过综合研究选择18号节点为激励点。而ADDOFA指标为测试数据的选用起指导性意义。该试验经研究后选用3,14,25点处的数据分析模态参数,这些数据信噪比较高。

### 2.4 测试工况和测试方法

悬索桥的动力特性是评定其工作状态与健康状态的重要参数。本试验采用加速度传感器和相应的数据采集系统,对加劲梁竖向弯曲为主导的模态频率进行了两种工况下的测试:a.在结构完好状态下;b.在损伤状态下(在第8点位置处布置损伤)。在该试验中,“损伤模拟”采用附加质量块的方法,在第8号节点处附加3.6 kg的质量块以此来改变结构的

动力特性,避免对结构造成不可修复性的损伤。在加劲梁上布设1个激励点和25个测点(分别在悬索桥模型的每个质量块位置处成线型均布),如图5所示,测锤敲击对模型激振。

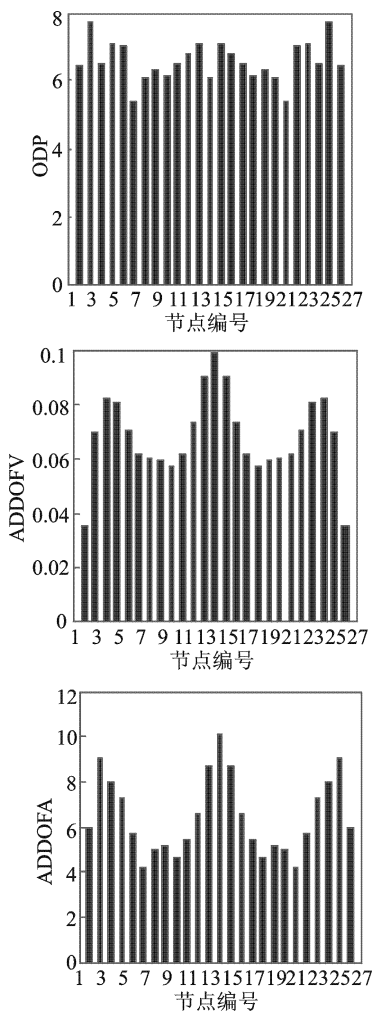


图4 ODP, ADDOFV 和 ADDOFA 指标柱形图

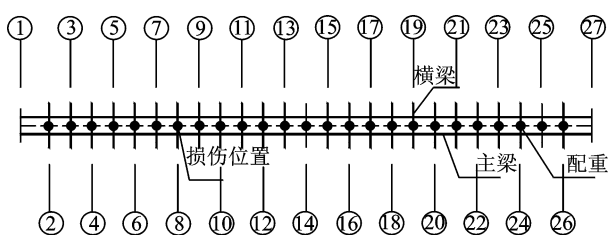


图5 悬索桥模型节点的序号和损伤位置

### 3 结构振动固有频率的识别

#### 3.1 自功率谱法识别结构振动固有频率

当系统收到瞬间激励时,往往要做自由衰减运动。如果结构的阻尼很小,幅值衰减的时间就越长,在进行有限点采样时因时域截断而产生的能量泄露就

越大,频谱产生的畸变也就越严重。指数窗没有负的旁瓣,没有旁瓣波动,因而不会引起计算谱中假的极大值或极小值。用指数窗对冲击信号进行加权可以加速信号的衰减<sup>[5]</sup>。笔者使用指数窗,2~25共25个测点加速度时程的自谱曲线均可识别出振动固有频率(见图8),将各测点相关函数识别的结果进行统计平均,即可获得结构各阶振型的有阻尼振动固有频率。

#### 3.2 采用 Morlet 小波的方法识别结构振动固有频率

##### 3.2.1 Morlet 小波定义

Morlet 小波是常用的非正交小波,不存在尺度函数。它是一种单频复正弦调制高斯波,也是最常用的复值小波,其时频两域都具有很好的局部性。

##### 3.2.2 小波分析的原理和参数识别

采用复 Morlet 小波, Morlet 小波时域和频域波形都为高斯函数形式,天然具备了分离出各阶模式的能力。从卷积的角度和 Parseval 定理的角度可以推导出非正交连续 Morlet 小波变换系数的简单快速算法<sup>[6]</sup>,并由此计算结构振动固有频率  $f_k$  和阻尼比  $\xi_k$ 。

##### 3.2.3 改进的小波识别频率方法和分析结果

如图6所示,为0~100 Hz 频率范围内小波分析的结果。由图中小波脊线的分布可初步识辨出结构的有阻尼振动固有频率。通过缩小频率范围进行分析,识别效果有所提高(如图7所示结构的第6,9阶有阻尼固有频率分别在30.5和57 Hz 附近)。由于噪声等原因,精确识别出结构的振动固有频率,需要对

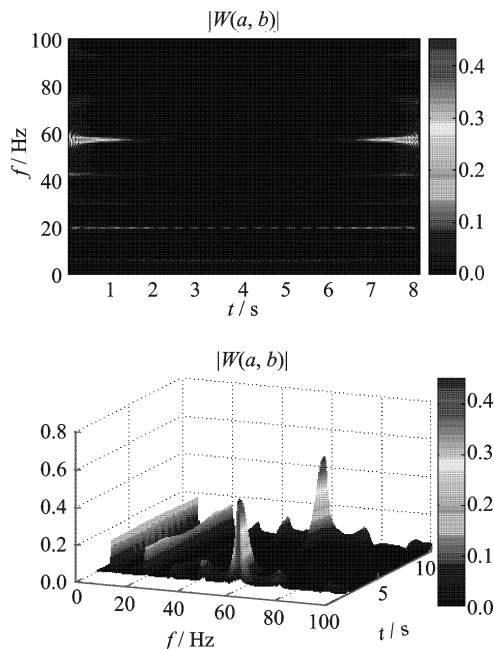


图6 0~100 Hz 频率范围内小波指标云图

数据进行适当处理。

目前常用的脊线抽取方法是在小波量图中提取局部极大值,该方法对线性脊的提取效果较好,但易受噪声干扰,且运算量大。本文方法中提取小波量图的脊点:小波累积能量谱法(AES)。对于多自由度系统的时程响应,小波变换后其能量集中在各固有频率的小波脊附近。因此,对小波指标向频率轴投影求

和,在各阶振动固有频率附近必然会出现较大的峰值。而噪声的影响是随机的(白噪声覆盖了整个时域),通过小波指标在时域上的累加可以消除部分噪声的影响。

$$AES(f) = \sum_{b=initial}^{end} |Wab(a,b)| = \sum_{t=initial}^{end} |Wab(f,t)| \quad (1)$$

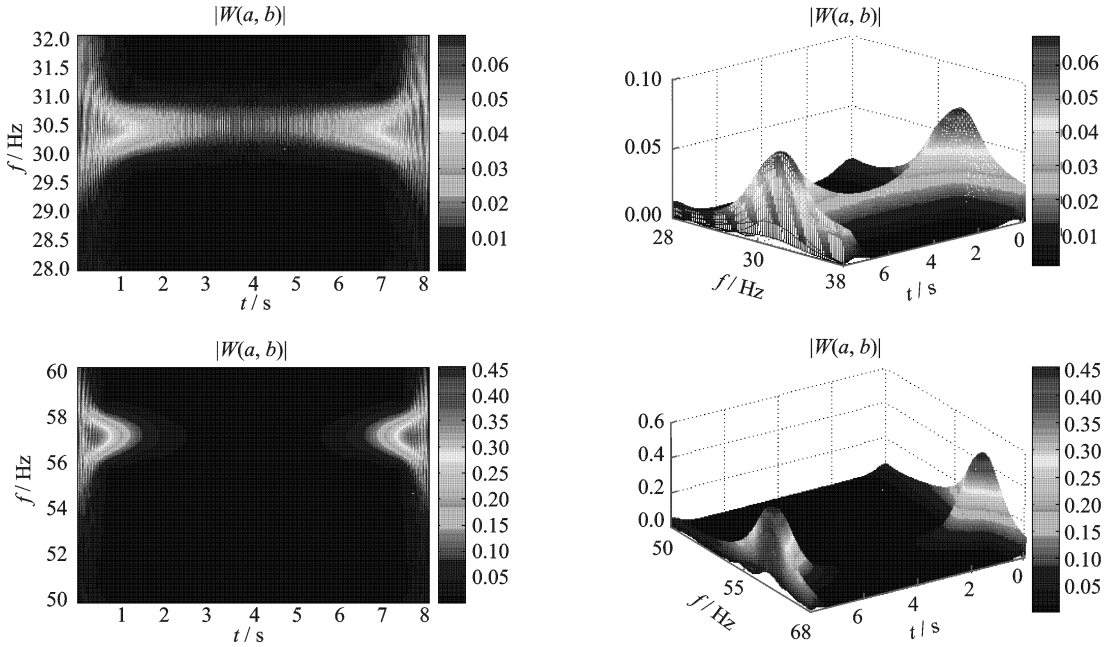


图7 结构第6阶和第9阶振动固有频率附近的小波指标云图

如图8所示,两者识别频率位置几乎没有差异。由图中虚线标示可以看出,在第4阶和第8阶模态有阻尼频率13.08和50.00 Hz,AES方法曲线中峰值比自功率谱法更加明显。AES法各峰值的幅值差异也没有自功率谱法明显,易于频率的识别。同时,对于密集模态,AES法分离模态的效果更好。如图8中椭圆的标记所示,AES方法易区分出结构第1阶和第2阶有阻尼振动固有频率5.90和6.96 Hz,自功率

谱法识别模态耦合的相邻频率较为困难。

ASE法提取小波指标图提取脊点(即确定结构各阶有阻尼振动固有频率),可求得结构不同工况下的各阶无阻尼振动固有频率(见表1)。由表1可知,

表1 AES方法两种工况下的频率识别结果

工况	完好状态		损伤状态		对比
	有阻尼振 动固有频 率/Hz	无阻尼振 动固有频 率/Hz	有阻尼振 动固有频 率/Hz	无阻尼振 动固有频 率/Hz	
阶次					无阻尼 频率 变化/%
1	5.90	5.97	5.74	5.79	0.85
2	6.96	7.05	6.97	7.01	0.63
3	12.09	12.02	11.98	11.96	0.18
4	13.80	14.05	13.63	13.76	0.93
5	19.88	19.94	19.85	19.83	0.11
6	30.46	30.37	29.94	29.89	0.17
7	42.39	42.21	41.58	41.54	0.11
8	50.00	50.08	50.00	49.68	0.65
9	57.09	57.09	57.14	57.04	0.18
10	74.08	74.03	73.74	73.84	0.13
11	92.74	92.89	90.74	91.05	0.34

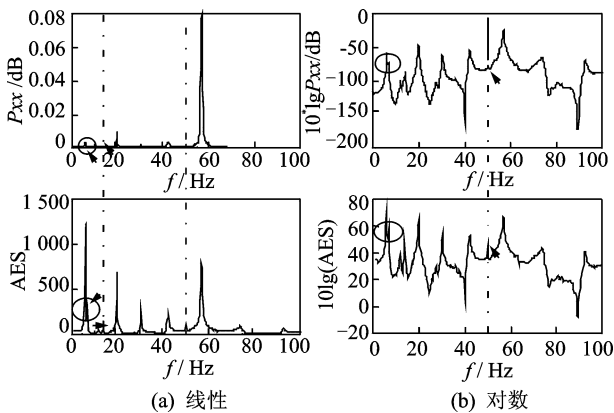


图8 自功率谱法和AES法有阻尼频率识别的对比

结构振动固有频率随工况的不同仅发生了微小的改变,且采用模态频率难以有效反映结构的损伤状态。

## 4 结构阻尼比识别

### 4.1 半功率带宽法识别阻尼比

在半功率带宽法的基础上,应用线性插值方法,在功率谱上求得半功率点,从而求出阻尼比,如表2所示。从半功率带宽法分析结果看出,在微小损伤存在的情况下,完好状态和损伤状态之间阻尼比的变化太大,最大的多达110%,平均在50%左右,没有规律可循。半功率带宽法为频域方法,虽然不受单频的限制,但是精度相差较大,尤其对于小阻尼情形。半功率带宽法测得的阻尼比的离散性比较强,不具有很好的可信度<sup>[7]</sup>。

### 4.2 改进的 Morlet 小波变换识别阻尼比方法

小波变换边缘效应<sup>[8]</sup>使得小波幅值图的拟合只能在采样时间区间的中间段进行。噪声等对识别精度的影响难于估计,并且噪声对各阶模态的影响程度相差较大,所以小波指标幅值的拟合区间的选取很难提取定量的规则<sup>[9]</sup>。为解决上述问题,提出了一种新的选取拟合区间的方法:

1) 选取时间区间的中间段 $[t_0, t_n]$ ,  $t_0$  为小波指标的最大值所在位置处,如图9  $t_0 = 0.5$  s, 可以去除小波的边端效应带来的识别误差;

2) 将拟合区间的初值设为 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ , 将时间区间从采用逐渐移动拟合区间的位置 $[t_{i-1}, t_i]$  (称作第  $i$  号拟合区间),  $t_i = t_{i-1} + \Delta t$  ( $i = 0, 1, \dots, n-1$ ), ( $\Delta t = (b - t_0) / n$ ) 逐一识别阻尼比  $\xi_i$ , 如图9所示;

3) 对识别出的一系列阻尼比值按照编号顺序绘制, 选取变化比较稳定的  $m$  个连续区间的集合作为最终的拟合区间识别阻尼比, 如图9中矩形框所标示拟合区间为 $[1.75$  s,  $2.75$  s]。

该方法消除了拟合区间选取不当带来的噪声影响<sup>[10]</sup>, 避免了拟合区间选取主观性, 提高了识别精度和稳定性。

### 4.3 小波方法识别阻尼比

结构不同工况下的各阶模态的小波指标幅值和相位拟合图如图10所示。

由文献<sup>[6]</sup>可计算得各个振型下的阻尼比的数

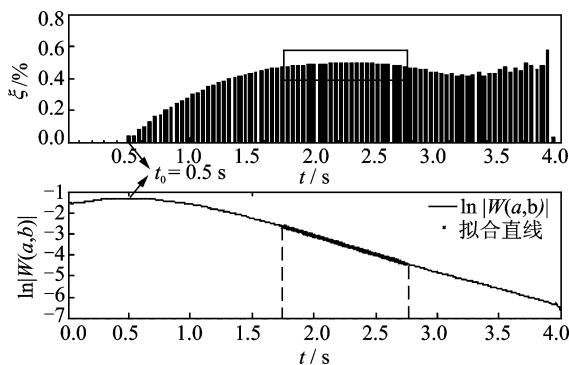


图9 结构第9阶阻尼比柱状图和小波指标幅值图

值,再用分段拟合的方法求出各阶阻尼比。结果见表2。小波识别结果显示,损伤前损伤后的阻尼比变化不高于50%,比半功率带宽法识别的结果更可信。

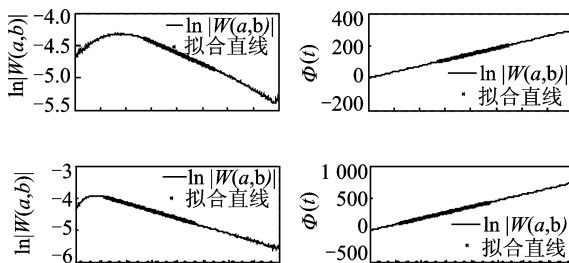


图10 损伤状态下结构第3阶和第6阶小波指标幅值和相位拟合图

表2 半功率带宽法和小波变换方法进行两种工况下的阻尼比识别的结果

阶次	半功率带宽法			Morlet 小波变换法		
	完好状态的阻尼比	损伤状态的阻尼比	变化	完好状态的阻尼比	损伤状态的阻尼比	变化
1	1.39	0.35	-74.82	0.53	0.76	43.40
2	0.69	0.97	40.58	1.52	0.87	
3	0.66	0.79	19.70	0.53	0.47	
4	2.27	2.37	4.41	0.59	0.67	13.56
5	0.35	0.42	20.00	0.28	0.34	21.43
6	0.35	0.22	-37.14	0.36	0.25	
7	0.62	0.34	-45.16	0.55	0.53	-3.64
8	0.09	0.09	0.00	1.79	2.59	44.69
9	0.41	0.64	56.10	0.44	0.65	47.73
10	1.06	0.96	-9.43	1.11	0.96	
11	0.48	1.01	110.42	0.42	0.59	40.48

## 5 结束语

参考润扬大桥悬索桥结构,面向损伤识别设计和制作了悬索桥试验模型。对试验模型进行了动态

测试,并对模态参数所对应的不同识别方法的适用性进行对比,在此基础上提出了基于小波理论识别模态参数的改进方法。对于识别结构的有阻尼频率,本文提出了小波累积能量谱法(AES),拟合小波指标幅值计算结构各阶阻尼比的过程,提出了改进的拟合区间选取方法:先逐段拟合,然后选取阻尼比稳定的区间进行拟合。通过对悬索桥模型进行有阻尼频率和阻尼比的识别分析,验证了该改进方法具有使用方便和识别准确优点。

### 参 考 文 献

- [1] 刘效尧,蔡键,刘晖. 桥梁损伤诊断[M]. 北京:人民交通出版社,2002.
- [2] Morassi A, Rovere N. Localizing a notch in a steel frame from frequency measurements [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, 123 (5): 422-432.
- [3] 程云鹏. 矩阵论[M]. 西安:西北工业大学出版社,2006.
- [4] 傅志方,华宏星. 模态分析理论与应用[M]. 上海:上海交通大学出版社,2000.
- [5] 王济,胡晓. MATLAB在振动信号处理中的应用[M]. 北京:中国水利水电出版社. 2006.
- [6] Chen S L, Liu J J, Lai H C. Wavelet analysis for identification of damping ratios and natural frequencies [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 323 (1-2): 130-147.
- [7] 应怀樵,刘进明,沈松. 半功率带宽法与INV阻尼计法求阻尼比的研究[J]. *噪声与振动控制*, 2006, 2 (1):4-6.
- Ying Huaijiao, Liu Jinming, Shen Song. Half-power bandwidth method and INV damping ration solver study[J]. *Noise and Vibration Control*, 2006, 2(1):4-6. (in Chinese)
- [8] Kijewski T, Kareem A. On the presence of end effects and associated remedies for wavelet-based analysis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 256 (5): 980-988.
- [9] Slavic J, Simonovski I, Boltezar M. Damping identification using a continuous wavelet transform; application to real data[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 262 (2): 291-307.
- [10] 向东阳,吴正国,胡文彪,等. 改进的小波变换系数相关去噪方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2010,30 (5):561-565.
- Xiang Dongyang, Wu Zhengguo, Hu Wenbiao, et al. Improved denoising algorithm using correction of wavelet coefficient[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2010,30(5): 561-565. (in Chinese)

**第一作者简介:**孙鹏,男,1987年3月生,硕士研究生。主要研究方向为结构健康监测。曾发表《Study on parameters for identification of wavelet packet energy spectrum for structural damage alarming》(《Advanced Materials Research》2011, Vol. 163-167)等论文。  
E-mail:3d\_engineer@163.com