

基于 MIGA 的结构模型修正及其应用*

杨海峰, 韩 晖, 吴子燕

(西北工业大学力学与土木建筑学院 西安, 710072)

摘要 为了寻找到优化域内的全局最优解, 获得更准确的结构有限元模型, 提出将多岛遗传算法(MIGA)应用到模型修正中, 以响应面替代模型简化有限元计算分析, 以有限元理论分析模态与结构实测模态残差为目标优化函数。在参数灵敏度分析的基础上, 建立桥梁结构动力响应、单元弹性模量、密度以及截面面积的优化数学模型, 采用 MIGA 作为优化策略, 对桥梁结构进行了动力测试和模型修正。结果表明, 模型修正效果良好, 可真实反映结构的动力学特性, 证明了该方法的有效性和可行性。

关键词 模型修正; 多岛遗传算法; 响应面法; 目标优化; 灵敏度分析

中图分类号 O327; U441; TB123

引 言

由于模型简化、材料及边界选取等误差, 有限元模型分析结构的静动力行为与实测结果相比有较大出入。面向结构健康监测的动力学模型修正是新的研究方向, 初步已在航空航天等领域得到成功应用。在桥梁健康监测系统中, 模型修正处于“诊断”部分, 初始有限元模型误差易对传感器布置及桥梁评估维修决策等造成误判; 因此, 良好的有限元模型对整个监测系统具有重要作用。

有限元模型修正通常可转化为优化问题。基于动力的模型修正分为两类: 矩阵修改法和参数修改法。Baruch 等^[1-2]提出通过修改刚度和质量矩阵进行模型修正, 该方法理论上可行, 但实际中, 因难以说明修正后矩阵元素的物理意义而应用较少; Friswell 等^[3]研究了基于灵敏度分析的参数修正法, 它以结构物理、几何等参数为修正对象, 物理意义明确, 但须多次迭代, 优化过程进行多次有限元分析, 且因方法不同而修正效果各异, 无法解决局部最优解带来的误差, 效率并非最优。Doebeling^[4]总结了模型修正及其在损伤探测方面的应用。Marwala^[5]引入响应面方法和神经网络理论进行了结构模型修正。任伟新等^[6]基于响应面法和结构静力响应进行了模型修正。

鉴于以往结构模型修正中耗费机时的动力分析

和迭代计算, 以及局部寻优的不足, 笔者采用参数型模型修正方法, 对结构进行动力测试, 以响应面函数替代有限元建模, 简化繁冗的有限元计算; 以结构实测与理论分析模态残差为目标函数, 建立桥梁结构动力响应、单元弹性模量、密度及截面面积的优化数学模型, 采用 MIGA 作为优化策略, 完成有限元模型修正。

1 多岛遗传算法(MIGA)

遗传算法是模拟自然界生物进化机制发展起来的随机全局搜索和优化方法, 它利用编码技术, 作用于称为染色体的数字串, 模拟由这些串组成的群体的进化过程^[7]。基本运算流程为编码、生成初始种群、适应度评价检测、选择、交叉、变异和终止条件。作为一种高效、全局、鲁棒性强的优化技术, 在搜索过程中自动获取和积累搜索空间知识, 自适应地控制搜索过程以求得最优解, 具有极强的全局寻优能力, 可用于处理离散、连续等混合变量的复杂非线性优化。

相比传统优化方法, 遗传算法的处理对象非参数本身, 而是通过编码参数集获得的基因个体。它不依赖梯度信息, 通过模拟自然进化过程来搜索最优解。将遗传算法用于结构模型修正中, 可克服传统优化方法如序列规划法等局部寻优带来误差的不足。在传统遗传算法基础上发展起来的 MIGA, 把每个

* 国家自然科学基金资助项目(编号:50878184, 50875212); 西北工业大学研究生创业种子基金资助项目(编号:Z200929)
收稿日期:2011-04-16; 修改稿收到日期:2011-05-31

种群的个体分成若干子群(“岛”),然后在每个岛上进行传统遗传算法所进行的选择、交叉和变异操作。各岛定期进行“迁移”操作,将随机选择的一定数量个体转移到别的岛上。与传统遗传算法相比,这种方式维持了群体的多样性,可以有效抑制早熟并加快收敛速度,提高了包含全局最优解的机会。

2 有限元模型修正技术

2.1 基本原理

有限元模型修正实际上属于动力学反问题。已知激励和结构响应,通过系统辨识获得结构参数,以此进行模型修正便可获得能良好反映实际结构的有限元模型。

目前,较多的研究采用试验模态分析方法进行模型修正。虽然仅识别出结构一些低阶不完备的模态参数,但由于其准确、可靠,修正后的有限元模型可准确地反映结构特性,用于后续的分析、计算。

2.2 修正参数的选择

影响结构响应的参数很多,不可能将全部参数进行修正,修正参数过多易造成优化方程的病态。基于灵敏度分析确定主要修正参数,而忽略次要参数,不但简化了计算规模,也有效地达到修正目的。对于一个简单的显式函数,其某参数的灵敏度分析可通过直接求导来计算。

2.3 目标函数的构造

目前模型修正的主流方法是通过最小化试验数据与分析结果的偏差以消除结构模型中的参数误差^[8]。笔者采用试验模态与理论分析值间的残差构造目标函数^[9],将动力学模型修正问题转化为有约束的非线性最优化问题

$$\begin{cases} \min F(\theta) = \sum_{i=1}^m (f_i^{\text{exp}} - f_i)^2 \\ \text{s. t. } \theta_{\text{low}}^j \leq \theta^j \leq \theta_{\text{up}}^j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $F(\theta)$ 为试验与理论分析模态的误差平方和; f_i^{exp}, f_i 分别为第*i*阶实测与理论分析模态; θ_{up}^j 和 θ_{low}^j 分别为修正参数的上、下限; m 为模态频率阶次; n 为参数个数。

2.4 响应面方法(RSM)

2.4.1 响应面函数

响应面法实质是用数学解析式来模拟结构近似

响应,常采用多项式的形式。含*k*个设计变量的二阶多项式响应面函数为

$$f = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>i}^k \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (2)$$

其中: f 为结构响应; x_i, x_j 为输入变量; $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}$ 分别为待定系数; ϵ 为拟合误差,服从均值为零的正态分布。

经过*m*次动力时程分析,得到结构响应和设计变量间的关系,也即得到了关于待定系数 $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}$ 的非齐次线性方程组,令每次试验的误差平方和最小,通过最小二乘回归得到待定系数的无偏估计,从而得到结构响应的近似函数。

2.4.2 试验设计^[10]

试验样本的选取关系到拟合响应面的精度。针对有限元模型修正的特点,笔者采用中心复合设计进行试验设计。对包含*n*个变量的试验,确定样本点为 $2^n + 2n + 1$ 个,包括1个中心点; 2^n 个象限点; $2n$ 个轴线点。

2.4.3 适应性检验

响应面模型生成后,为保证其适应性,须采用多重拟合系数 R^2 和修正多重拟合系数 R_a^2 进行适应性检验,要求其值均大于0.9

$$R^2 = \frac{\text{SSR}}{\text{SST}} \quad (3)$$

$$R_a^2 = 1 - (1 - R^2) \left(\frac{m-1}{m-n} \right) \quad (4)$$

其中: $\text{SSR} = \beta^T X^T Y - \frac{(I^T Y)^2}{m}$; $\text{SST} = Y^T Y - \frac{(I^T Y)^2}{m}$; I 为 $N \times 1$ 的单位向量。

2.5 有限元模型修正过程

在参数灵敏度分析的基础上,通过试验设计对所建立的结构样本进行有限元分析,通过响应面替代建模以预测结构近似响应。构建结构理论与实测模态残差的目标函数,应用MIGA优化获得全局最优解,即完成结构模型修正。本文算法的整体流程如图1所示。

3 桥梁结构有限元模型修正

Benchmark模型为国际通用的桥梁问题研究模型。笔者对所在课题组设计制作的双跨桥梁模型结构进行动力测试,并修正了该桥的有限元模型。

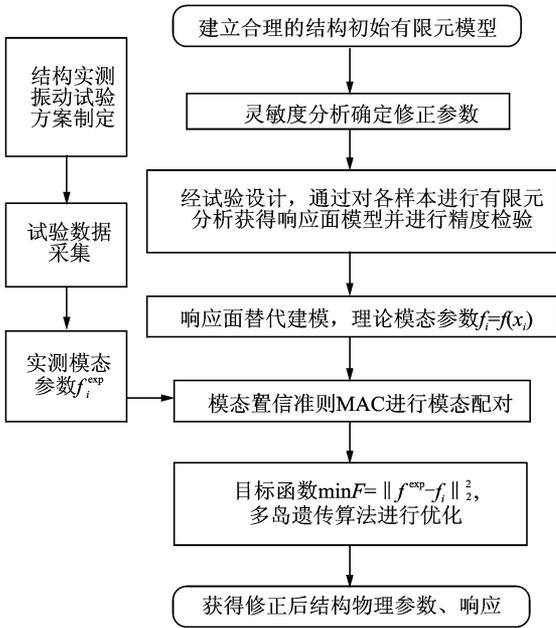


图1 结构有限元模型修正算法流程图

3.1 桥梁模型简介

桥梁模型如图2所示。桥面宽2.0 m,净跨5.4 m,横向和纵向各两跨,桥面高1.0 m。

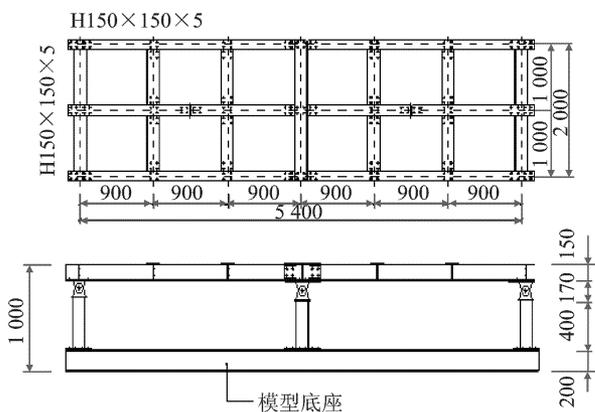
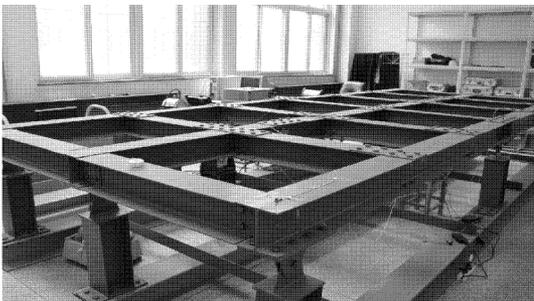


图2 桥梁模型示意图(单位:mm)

全桥选用Q235B型钢,桥面梁和柱采用截面尺寸为150 mm×150 mm×5 mm×5 mm的H型钢;桥面横梁间固接,梁与柱用螺栓铰接,下部支座固接

于3根纵向搁置的H型钢梁上(截面尺寸为200 mm×200 mm×10 mm×7 mm)。为增大基础刚度,下部3根钢梁间选用4根Q235B型角钢(截面尺寸为80 mm×80 mm×5 mm×5 mm)连接,每跨左侧角钢距左侧支座0.52 m,两角钢间距1.45 m。

3.2 初始有限元模型的建立

采用通用分析软件ANSYS建立初始有限元模型,进行动力分析。根据梁、柱的力学性能,采用了梁、杆单元来建模,桥面梁、柱用Beam188单元模拟。由于实际结构的梁、柱在纵向铰接,故在初始模型结构调整中,采用耦合节点自由度的方式模拟梁柱铰接。有限元模型共114个节点、72个单元及629个自由度,如图3所示。

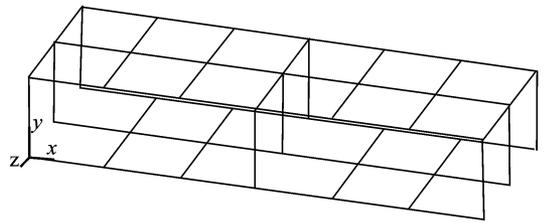


图3 结构有限元模型

3.3 桥梁结构的环境振动试验

桥梁结构的动力试验采用环境激励技术完成。试验中,激励由JZ-20激振器提供,振动信号由YJ9A型压电加速度传感器拾取并进行结构模态参数识别。测试内容包括全桥竖、横和纵向的自振特性。采用北京东方所研制的DASP智能信号采集处理分析系统进行信息提取。参数识别采用增强频域分解法(EFDD),识别结果示于表1和图4,并用模态置信准则MAC检验了理论分析与实测振型的相关程度。模态置信准则如下

$$MAC_j = \frac{|\varphi_{aj}^T \varphi_{ej}|^2}{(\varphi_{aj}^T \varphi_{aj})(\varphi_{ej}^T \varphi_{ej})} \quad (5)$$

其中: φ_{aj} , φ_{ej} 分别为理论分析与实测结构第j阶振型;MAC值介于0到1之间。

表1 结构有限元模型计算和实测模态比较

模态	有限元计算频率/Hz	振动实测频率/Hz	阻尼	相对误差/%	MAC
1	5.77	6.16	1.79	6.36	0.98
2	17.96	14.40	1.02	-24.78	0.95
3	38.97	34.81	0.37	-11.94	0.79
4	41.43	43.76	1.05	5.32	0.80
5	53.39	52.39	0.42	-1.91	0.87

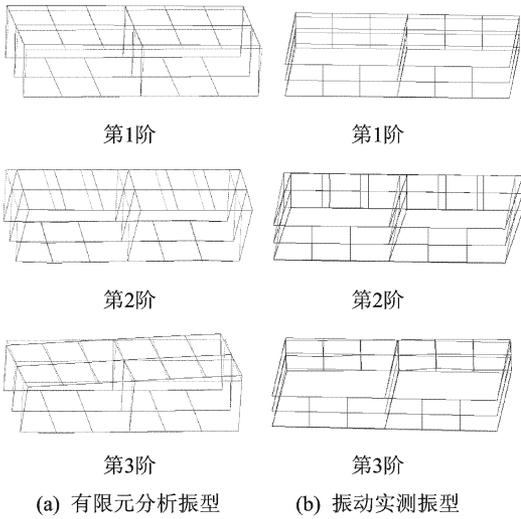


图4 结构模型振型图

3.4 对实测数据进行模型修正

影响构件刚度的主要因素是弹性模量及惯性矩,且模型误差多集中在连接及边界处,笔者用梁单元模拟支座刚度,通过改变弹性模量来控制支座的约束刚度,因此首选桥面梁单元的弹性模量 θ_1 、密度 θ_2 、桥柱的弹性模量 θ_3 、密度 θ_4 及梁与柱的横截面积 θ_5 、条形基础的截面积 θ_6 进行灵敏度分析后确定修正参数。表2给出了结构前9阶模态频率的1阶灵敏度信息。可以看出,至少有1阶模态对参数 $\theta_1, \theta_2, \theta_4, \theta_5$ 和 θ_6 较敏感。为简便起见,取桥面梁弹性模量(x_1)、梁柱密度(x_2)和条形基础截面积(x_3)为修正参数。

根据图纸和规范,桥面梁的弹性模量取200 GPa,梁柱密度取7 850 kg/m³,基础梁截面积为

表2 各初始修正参数的1阶灵敏度

模态	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
f_1	0.00	-0.04	0.03	0.84	-0.02	0.54
f_2	0.01	-0.04	0.03	0.81	0.00	0.58
f_3	0.00	0.00	0.11	0.83	0.00	-0.55
f_4	0.00	0.15	0.03	0.95	0.19	0.19
f_5	0.04	0.01	0.00	0.99	0.12	0.08
f_6	0.03	0.03	0.00	1.00	0.03	0.03
f_7	0.10	0.20	0.00	0.86	0.31	0.33
f_8	0.00	0.32	0.02	0.64	0.60	0.34
f_9	0.26	0.37	0.00	0.57	0.42	0.53

0.046 6 m²。依工程经验,假设3个参数分别在±50%,±20%和±50%之间变化,进行中心复合试验设计,需要对各修正参数用式(6)进行归一化,结果见表3。

$$x_i = \xi_i - \frac{\xi_{\max} + \xi_{\min}}{2} / \frac{\xi_{\max} - \xi_{\min}}{2} \quad (6)$$

3个变量的试验设计包含8个象限点、6个轴线和1个中心点,共15组试验。星点与中心点的距离取 $\alpha = \sqrt[4]{2^k} \geq 1.0$,试验设计及分析结果见表4, f_i 为第*i*阶模态。

表3 输入参数及其归一化

输入参数	最小值	平均值	最大值
桥面梁单元弹性模量 ξ_1/GPa	100	200	300
x_1	-1	0	+1
梁、柱密度 $\xi_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	6 280	7 850	9 420
x_2	-1	0	+1
柱截面积 ξ_3/m^2	0.022 6	0.046 6	0.070 6
x_3	-1	0	+1

表4 试验分组及数值模拟结果

编号	x_1	x_2	x_3	f_1/Hz	f_2/Hz	f_3/Hz	...	f_9/Hz	f_{10}/Hz
1	-1	-1	-1	5.42	17.03	38.98	...	103.81	104.52
2	+1	-1	-1	6.41	20.68	43.52	...	150.50	155.43
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
15	0	0	0	5.77	17.96	38.97	...	110.10	131.72

采用2阶响应面函数进行替代建模,结构前5阶模态响应的近似函数为

$$f_1 = 5.83 + 0.63x_1 + 0.34x_2 - 1.03x_3 - 0.29x_1^2 - 0.14x_2^2 + 0.44x_3^2 + 0.10x_1x_2 - 0.06x_1x_3 - 0.03x_2x_3 \quad (7)$$

$$f_2 = 17.94 + 1.90x_1 + 1.35x_2 - 3.2x_3 - 0.72x_1^2 - 1.41x_2^2 + 1.69x_3^2 + 0.01x_1x_2 - 0.17x_1x_3 - 0.04x_2x_3 \quad (8)$$

...

$$f_5 = 55.2 + 8.24x_1 + 5.52x_2 - 9.19x_3 - 1.75x_1^2 - 5.14x_2^2 + 2.38x_3^2 + 6.02x_1x_2 - 0.71x_1x_3 - 0.64x_2x_3 \quad (9)$$

表5 前3阶频率的响应面回归系数及拟合系数

频率	β_0	β_1	β_2	β_3	R^2
1阶	5.83	0.63	0.34	-1.03	0.988
2阶	17.94	1.90	1.35	-3.20	0.999
3阶	38.51	2.48	3.22	-6.96	0.990

表5显示,拟合系数均保持在0.9以上,说明所拟合的响应面精度良好,可以作为该桥梁结构的有限元替代模型。

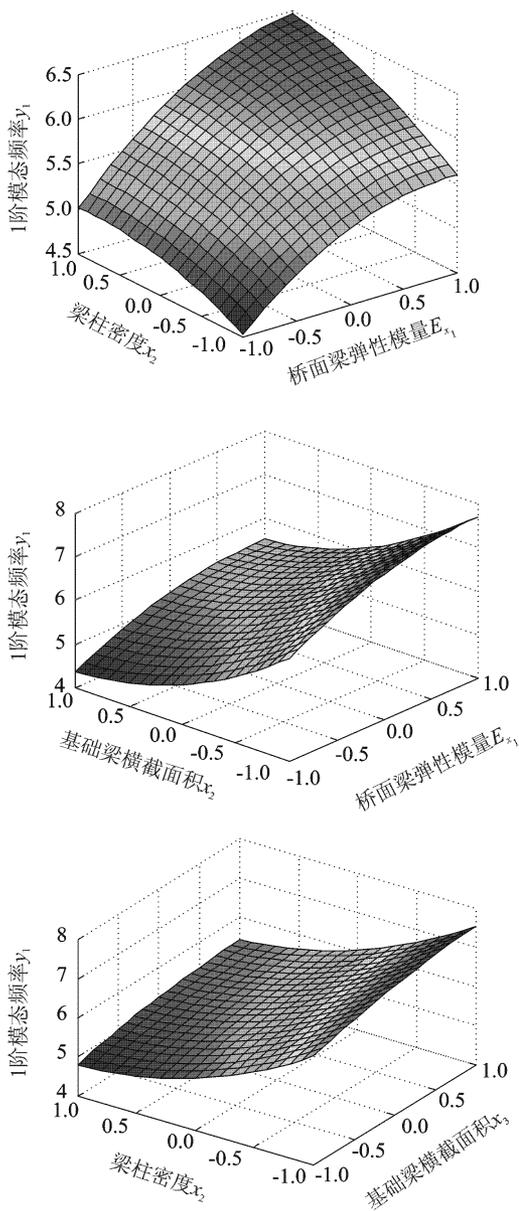


图5 3个设计变量对1阶频率回归响应面

采用MIGA 作为优化策略,按照式(1),以理论和实测模态的残差构造目标函数。遗传算法参数取为:子群数为10;子群个体数为10;进化代数10;交叉方式采用父代加权平均值产生子代,概率为0.8;采用均匀变异方法,概率0.005;迁移率为0.5,迁移间隔为5。采用单目标修正,取前5阶模态,忽略各阶模态的差异性,各阶权值均为1。目标函数的优化收敛曲线见图6。

模型修正前、后各参数值见表6。可见,桥面梁、柱刚度和质量及基础梁均有一定变化。利用试验数

据修正后模态与实测值的比较见表7。图7给出了各阶模态修正前后与实测值的相对误差对比。同时,采用传统灵敏度方法对该有限元模型进行了修正,并将修正后结果与本文修正结果作了比较,如图8所示。

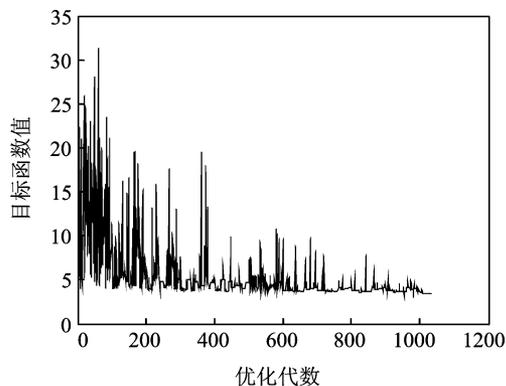


图6 目标函数收敛曲线

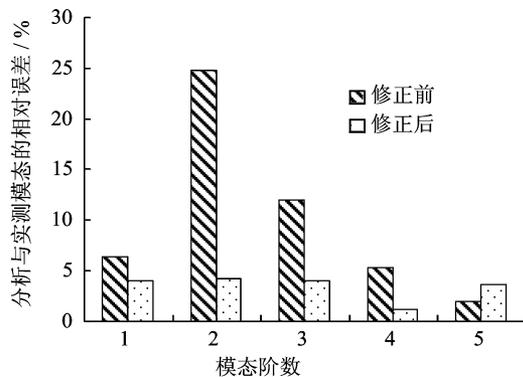


图7 修正前、后模态误差比较

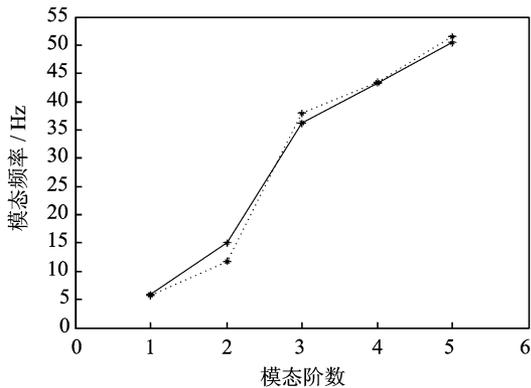


图8 修正结果与灵敏度分析结果比较

表6 修正前、后结构模型参数值比较

设计参数	桥面梁弹性模量 x_1/GPa	桥面梁、柱密度 $x_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	基础梁横截面积 x_3/m^2
修正前	200	7 850	0.046 6
修正后	150	7 302	0.030 8

表7 修正后的模态参数与实测值比较

模态	实测 频率/Hz	修正前			修正后		
		计算频率/Hz	相对误差/%	MAC	计算频率/Hz	相对误差/%	MAC
1	6.16	5.77	6.36	0.98	5.91	4.07	0.97
2	14.40	17.96	-24.78	0.95	15.00	-4.20	0.95
3	34.81	38.97	-11.94	0.79	36.20	-3.99	0.80
4	43.76	41.43	5.32	0.80	43.27	1.11	0.81
5	52.39	53.39	-1.91	0.87	50.50	3.60	0.83

从修正结果可以看出,修正后模态与实测值符合良好,误差均控制在5%以内,且各参数变化范围符合工程要求,达到了有限元模型修正的效果。相比传统灵敏度分析方法,其修正后除个别外,多数模态基本控制在误差范围内,但收敛速度慢。本文方法在优化域进行全局寻优,修正后模态更接近实测值,能更好地对有限元模型进行修正。

4 结束语

结合响应面法和MIGA对桥梁结构模型进行了修正。不同于传统修正方法,该方法通过灵敏度分析确定修正参数,以响应面函数替代建模简化以往繁冗的有限元分析,计算量小,且提高了模型修正的效率。采用MIGA为优化策略,进全局寻优,避免局部最优解引起的误差,结果更可靠,且收敛平稳,精度较高。试验表明,用该方法进行修正后的模型,可基本反映结构的实际工作状态,具有较高的工程价值。

参 考 文 献

- [1] Baruch M, Bar Itzhack I Y. Optimal weighted orthogonalization of measured model[J]. AIAA Journal, 1978, 16(4): 346-351.
- [2] Berman A, Nagy E J. Improvement of large analytical model using test data[J]. AIAA Journal, 1983, 21(8): 1168-1173.
- [3] Friswell M I, Mottershead J E. Finite element model updating in structural dynamics[M]. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1995: 115-118.
- [4] Doebling S W, Farrar C R, Prime W B. A summary review of vibration-based damage identification methods[J]. Shock and Vibration Digest, 1998, 30(2): 91-105.
- [5] Marwala T. Finite element model updating using response surface method [C]// In Proceedings of the 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. USA California: Palm Springs, 2004: 5165-5173.
- [6] Ren Weixin, Fang Shengen, Deng Miaoyi, et al. Response surface based finite element model updating by using structural static responses[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2011, 137(4): 248-257.
- [7] 雷英杰,张善文,李续武,等. MATLAB遗传算法工具箱及应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2005: 1-6.
- [8] 丁继锋,马兴瑞,韩增尧,等. 结构动力学模型修正的三步策略及其实践[J]. 航空学报, 2010, 31(3): 546-552.
Ding Jifeng, Ma Xingrui, Han Zengyao, et al. Three-step model updating method dynamics and its application[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(3): 546-552. (in Chinese)
- [9] Modak S V, Kundra T K, Nakra B C. Studies in dynamic design using updated models[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 281(3-5): 943-964.
- [10] 张伟. 结构可靠性理论与应用[M]. 北京:科学出版社, 2008: 31-34.

第一作者简介:杨海峰,男,1976年10月生,博士。主要研究方向为复杂结构健康监测与诊断。曾发表《基于自适应概率神经网络的损伤模式识别研究》(《振动与冲击》2008年第27卷第7期)等论文。

E-mail: hfyang@nwpu.edu.cn