

基于重分配魏格纳时频谱和 SVD 的故障诊断*

汤宝平, 蒋永华, 姚金宝

(重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆, 400030)

摘要 时频谱重分配能有效提高时频谱的时频聚集性,减少干扰项。当振动信号中存在着能量较大噪声时,重分配时频谱会受到噪声干扰影响,降低时频分布的可读性。将重分配魏格纳时频谱(RWVDS)和奇异值分解(SVD)结合形成一种新的机械故障诊断方法。利用重分配算法对魏格纳时频谱进行重分配,提高魏格纳时频谱的时频聚集性,再对重分配时频谱进行SVD降噪,降低了噪声干扰影响,提高其时频分布的可读性。该方法对仿真信号、滚动轴承及齿轮箱故障信号进行了分析,并与其他几种方法作了比较。结果表明,该方法时频聚集性好,抗噪能力强,能有效识别强噪声背景下的机械故障特征。

关键词 重分配魏格纳时频谱; 奇异值分解; 时频分析; 故障诊断

中图分类号 TH165.3; TN911.2

引言

机械设备在运行时因受各种因素的影响,其绝大多数振动信号是非平稳的。这些非平稳信号中包含丰富的故障信息,因此,对这部分信号分析显得非常重要^[1]。传统的傅里叶变换不合适处理非平稳信号,目前常采用时频分析方法和小波变换等方法。魏格纳分布(WVD)是一种重要的双线性时频分布,具有高分辨率、能量集中性等特性^[2]。WVD对线性调频和冲击信号比小波变换和其他时频分析方法具有更优的时频聚集性。但当信号的支撑区相交叠时,WVD会出现交叉项,严重干扰了对WVD的解释。

针对WVD固有的干扰项缺点,国内外学者研究了多种方法^[3-4],重分配魏格纳时频谱(RWVDS)方法就是其中的一种^[5]。时频谱重分配技术通过将时频谱按照重心进行重分配,能提高时频谱的聚集性,一定程度上消除交叉项,改善魏格纳时频谱(WVDS)的性能。但该方法只限于处理信噪比较高的情况。当振动信号中存在着能量较大的噪声干扰时,RWVDS会受到噪声影响,其时频分布的可读性将大为降低,从而阻碍了其信号的有效分析。文献^[6]提出了一种重分配小波尺度谱的时频分布优化方法,能有效识别强噪背景下的机械故障特征。该方法需要优化基函数的时间-带宽

积参数,运算时间较长。

笔者提出一种基于RWVDS和SVD的机械故障诊断方法。对WVDS进行重分配,进一步提高WVDS的时频聚集性;再对得到的RWVDS进行SVD降噪,降低噪声影响,提高RWVDS时频分布的可读性;最后将该方法用于滚动轴承的故障诊断中,并与其他几种方法进行了比较,结果验证了该方法的有效性。

1 魏格纳时频谱和重分配魏格纳时频谱

1.1 WVD和WVDS

对任一平方可积的信号 $x(t)$,其WVD定义为

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{1}{2}\tau\right) x^*\left(t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

假设信号 $x(t)$ 为时域及频域均局部平稳信号,引入一个时频平滑核函数 $\phi(t, f)$,可定义WVDS的估计为

$$\hat{W}_x(t, f) = \iint W_x(t, f) \phi(s - t, \xi - f) ds d\xi \quad (2)$$

其中: $W_x(t, f)$ 为信号 $x(t)$ 的WVD。

若选择在时域和频域均为紧支撑的信号 $h(t)$ 的WVD作为式(2)中的核函数,则有

* 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(编号:CDJZR10118801)

收稿日期:2010-09-13;修改稿收到日期:2010-10-22

$$\hat{W}_x(t, f) = \iint W_x(t, f) W_h(s-t, \xi-f) ds d\xi = S_x^h(t, f) \quad (3)$$

其中: h 为窗函数; W_h 为 h 的 WVD; $S_x^h(t, f)$ 为信号 $x(t)$ 的谱图, 即

$$S_x^h(t, f) = |F_x^h(t, h)|^2 \quad (4)$$

其中

$$F_x^h(t, h) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(\tau-t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5)$$

为信号 $x(t)$ 的短时傅里叶变换。因此, $S_x^h(t, f)$ 可以用来估计信号的 WVDS^[5]。通过对 $S_x^h(t, f)$ 进行重分配, 可以提高 WVDS 的时频聚集性。

1.2 RWVDS

由式(3)可看出, $W_h(s-t, \xi-f)$ 在点 (t, f) 附近构成了一个时频域, 在该局域对信号的 WVD 值进行了加权平均。但由于该局域内能量分布并不是几何对称的, 因此, 把这个平均值分配到几何中心点是不合适的, 而应该分配到该局域能量的重心 (\hat{t}, \hat{f}) , 它更能代表该局域的能量分布, 而时频谱的重分配就是要实现这个目的。 (\hat{t}, \hat{f}) 由下式给出^[5]

$$\hat{t} = t - \operatorname{Re} \left\{ \frac{stft_x(t, f; T_h) stft_x^*(t, f; h)}{|stft_x(t, f; h)|^2} \right\} \quad (6)$$

$$\hat{f} = f + \operatorname{Im} \left\{ \frac{stft_x(t, f; D_h) stft_x^*(t, f; h)}{|stft_x(t, f; h)|^2} \right\} \quad (7)$$

其中: $T_h = \operatorname{th}(t)$; $D_h = h'(t) = \frac{dh}{dt}(t)$ 。

则重分配之后的谱图 RWVDS 为

$$RS_x^h(t, f) = \iint S_x^h(t, f) \delta(t - \hat{t}) \delta(f - \hat{f}) dt df \quad (8)$$

因此, RWVDS 将具有更好的时频聚集性, 能在一定程度上消除交叉项。

2 基于SVD的RWVDS降噪

对信号进行魏格纳时频谱重分配后, 虽然时频分布的聚集性得到了很大提高, 但实测信号总会掺杂各种噪声, 当噪声很强时, 重分配时频谱依然会受到噪声干扰, 从而降低时频分布的可读性。SVD 技术已广泛应用于信号降噪中^[7-8], 因此, 笔者采用 SVD 对 RWVDS 作进一步降噪处理。

设 \mathbf{A} 为 $M \times N$ 阶矩阵, 其奇异值分解可表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T \quad (9)$$

其中: \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 分别为 $M \times M$ 阶和 $N \times N$ 阶正交矩阵; $\mathbf{\Lambda} = \operatorname{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_K, 0, \dots, 0)$ 为 $M \times N$ 阶对角矩阵。

一般取 $M \leq N$, 其对角元素 σ_i 为 \mathbf{A} 的奇异值, 并按降序排列^[9], 还可写成以下形式^[10]

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^K \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (10)$$

其中: K 为矩阵 \mathbf{A} 的秩; \mathbf{u}_i 和 \mathbf{v}_i 分别为 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 的第 i 列奇异矢量; σ_i 为第 i 个奇异值。

矩阵 $\mathbf{U}, \mathbf{\Lambda}, \mathbf{V}$ 可以分解为

$$\mathbf{U} = [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_n], \mathbf{V} = [\mathbf{V}_s \quad \mathbf{V}_n], \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{\Lambda}_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中: $\mathbf{U}_s, \mathbf{V}_s, \mathbf{\Lambda}_s$ 包含着信号中的主要成分; $\mathbf{U}_n, \mathbf{V}_n, \mathbf{\Lambda}_n$ 包含着信号中的次要成分和噪声。

当有用信号能量不小于噪声能量时, 信号能量保存在较大奇异值对应的矢量中。因此, 将较小的奇异值对应的矢量置零, 即可以有效去除掉信号的噪声成分。

若矩阵 \mathbf{A} 表示信号 $x(t)$ 的 RWVDS, 则矩阵 \mathbf{A} 的 Frobenius 范数为^[11]

$$E_A = \|\mathbf{A}\|_F^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |a_{ij}|^2 = \sum_{i=1}^K \sigma_i^2 \quad (12)$$

由式(12)可知, 信号 $x(t)$ 的能量是由 \mathbf{A} 的奇异值决定。为了选取有用的奇异值及其对应的矢量, 定义奇异值 σ_i 所占能量比重为

$$r_i = \sigma_i^2 / E_A \quad (13)$$

其中: E_A 为重分配时频谱 \mathbf{A} 的总能量。

选定一个阈值 ε , 选取满足 $r_i > \varepsilon (i=1, \dots, K)$ 的奇异值, 其余的置零, 即 $r_{s+1} = r_{s+2} = \dots = r_K = 0$, 则可以得到它们对应的奇异值矢量集合 $\mathbf{U}_s = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_s\}$, $\mathbf{V}_s = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_s\}$ 和 $\mathbf{\Lambda}_s = \operatorname{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s)$, 从而可得

$$\mathbf{U}_x = [\mathbf{U}_s \quad 0], \mathbf{V}_x = [\mathbf{V}_s \quad 0], \mathbf{\Lambda}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

于是, 降噪后的 RWVDS 可进行重构求得

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{U}_x \mathbf{\Lambda}_x \mathbf{V}_x^T \quad (15)$$

3 仿真分析

以含噪仿真信号为例来验证本文方法的先进性, 并与其他方法进行比较。仿真信号 $x(t)$ 如下

$$x(t) = 90 \sin[2\pi(f_1 t + 0.5k_1 t^2)] + 80 \sin \times [2\pi(f_2 t + 0.5k_2 t^2)] + n(t)$$

其中: $k_1 = 120, k_2 = 140$ 为两个调频分量的调频斜率; $f_1 = 50 \text{ Hz}, f_2 = 80 \text{ Hz}$ 为两个调频分量的初始频率; $n(t)$ 是方差为 60 的零均值白噪声。

仿真信号的时域波形如图1所示。为便于比较,

用WVDS和RWVDS对仿真信号进行分析,结果如图2、图3所示。

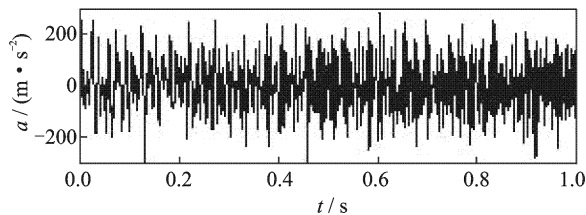


图1 仿真信号时域波形

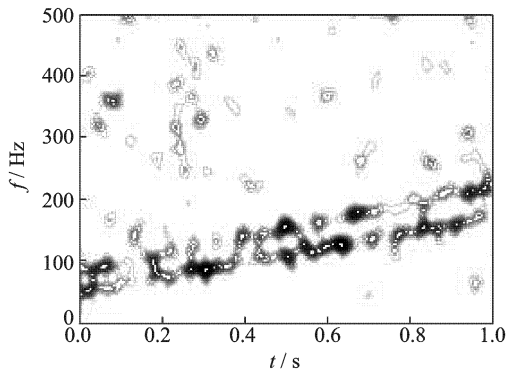


图2 仿真信号WVDS图

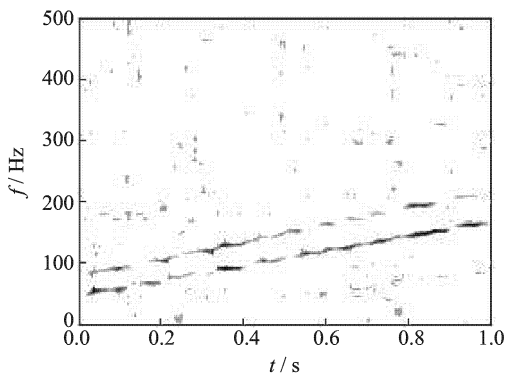


图3 仿真信号RWVDS图

由图2可以看出,信号中存在两个斜率不同的线性调频分量,但是其时频聚集性不佳,且噪声干扰较大,不能准确得到两个分量的频率信息。相比图2的时频谱图,图3的重分配谱图的时频聚集性更好,噪声也有所消弱。但谱图依然受到了噪声干扰的影响,出现了干扰项,其时频可读性大为降低。因此,采用SVD对谱图进行降噪。降噪后的RWVDS($\epsilon=0.01$)的结果如图4所示。由图4可以看出,降噪后的RWVDS谱图的噪声干扰项大幅减少,时频可读性明显提高。相比较图2、图3可知,本文方法的分析结果明显具有更好的时频聚集性时频可读性,从谱图可以准确得到两个分量的频率信息,同时两个频率分量较为平滑,无干扰项。

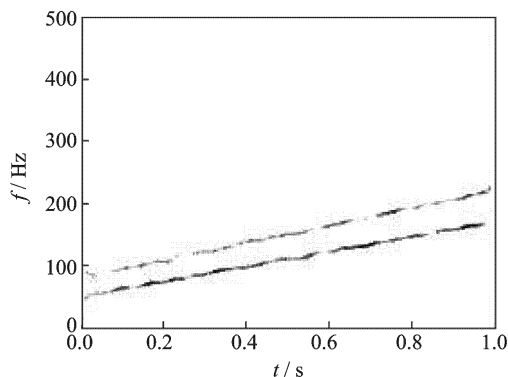


图4 SVD降噪后的仿真信号RWVDS图

4 试验信号分析

4.1 轴承信号分析

当滚动轴承出现缺陷或损伤时,会产生一系列的冲击脉冲力。这些冲击脉冲力将激励轴承系统产生高频固有振动。对滚动轴承的振动故障信号进行分析,可以提取出故障特征信息,进行故障诊断。

试验采用SKF公司制造的6205型深沟球轴承,轴承节径为39.04 mm,滚动体直径为7.94 mm,滚动体数目为9个,接触角为0度。在该轴承外圈加工一个深0.018 mm的裂纹模拟外圈故障。图5为该型号轴承具有外圈故障时测得的振动加速度信号,采样频率为12 kHz,转频 $f_r=28.75$ Hz。经计算,该滚动轴承的外圈故障特征频率 $f_{oc}=103.06$ Hz。

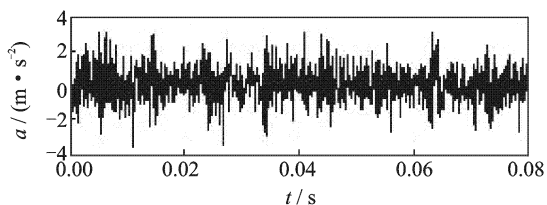


图5 滚轴轴承振动加速度信号时域波形

采用重分配魏格纳时频谱和本文方法对信号进行分析,结果如图6、图7所示。由图6大致可以看到一系列的冲击分量,但由于受到噪声的影响,其时频分布的可读性较差,很难准确判断这一系列冲击振动的频率。图7为对图6的重分配时频谱进行SVD降噪后的结果($\epsilon=0.05$)。由图7可看出,SVD降噪去除了RWVDS中大部分的噪声,其时频分布的可读性得到了明显提高。由图还可以看出一系列明显的周期冲击分量,且这些周期冲击分量的时间间隔约为0.009 7 ms,即轴承故障信号中的冲击频率约为103.09 Hz。这与轴承的外圈故障特征频率基本一致,由此可以诊断轴承存在着外圈故障,与实际情况相符。

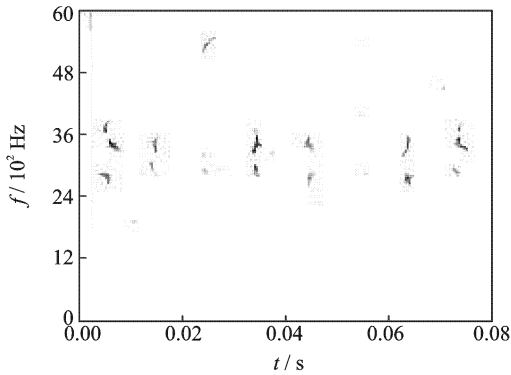


图6 轴承信号的RWVDS图

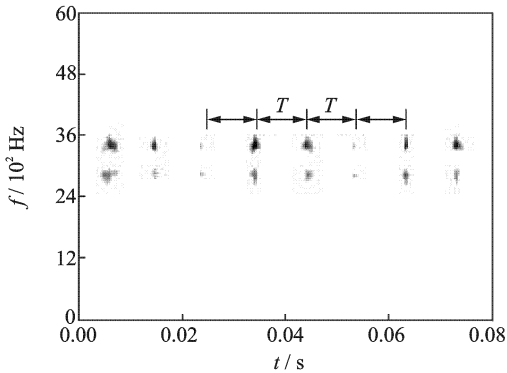


图7 SVD降噪后的轴承信号RWVDS图

进一步将本文方法与文献[6]方法的分析结果作比较,文献[6]方法的结果如图8所示。对比图7、8可知,本文方法可以取得与文献[6]的效果。文献[6]方法需要优化时间-带宽积参数,重分配小波尺度谱的算法比重分配魏格纳时频谱复杂,因此,文献[6]的运行速度要慢于本文方法。两种方法在Matlab平台上的计算时间分别为53.295 s和15.297 s,本文方法更有利于工程应用。

4.2 齿轮箱信号分析

齿轮箱发生故障时,会出现以啮合频率及其谐波为频率的冲击振动。故障严重时,还会激发齿轮按其固有频率振动。齿面损伤是常见的齿轮故障,在时域中局部损伤的振动信号是典型的以齿轮轴的旋转频率为周期的冲击脉冲信号。

在重庆大学机械传动国家重点实验室对一具有剥落故障的单级齿轮箱进行试验。采集到的振动加速度信号如图9所示,采样频率为2 048 Hz,主动轮和从动轮齿数分别为34和65,输入轴转频 $f_r=10.3$ Hz。采用本文方法($\epsilon=0.06$)进行分析,结果如图10所示。

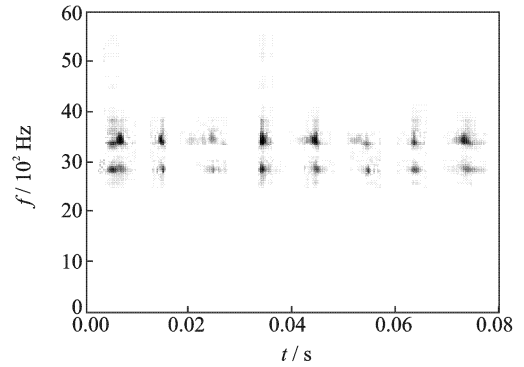


图8 SVD降噪后的轴承信号重分配小波尺度谱图

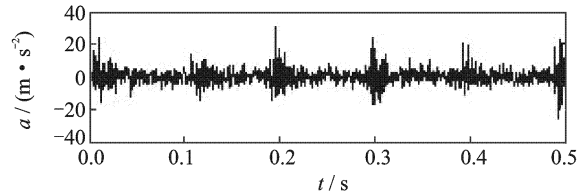


图9 单级齿轮箱振动加速度信号

由图10时频图可以看出有明显的周期冲击振动,其时间间隔约为0.097 s,即冲击振动的频率约为10.3 Hz,与输入轴转频一致,说明主动轮出现了局部故障。开箱检修发现主动轮发生了严重的剥落,诊断结果与事实相符。

图11为文献[6]分析的结果,对比图10、图11可知,该结果与轴承信号结果一致。本文方法可以获得与文献[6]方法相同的效果。虽然本文方法的时频图在0.3 s时刻对应300和700 Hz附近的频率成分出现了干扰项,但是0.1和0.4 s时刻对应的频率成分的时频聚集性均优于文献[6]方法,尤其是0.4 s的频率成分。此外,两种方法在Matlab平台上的计算时间分别为45.125和12.016 s。因此,本文方法可以用更少的时间取得与文献[6]相同的效果。

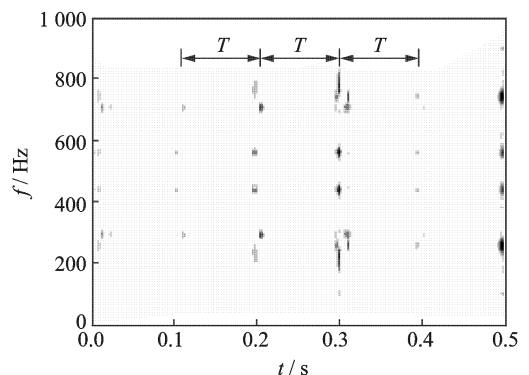


图10 SVD降噪后的齿轮箱RWVDS图

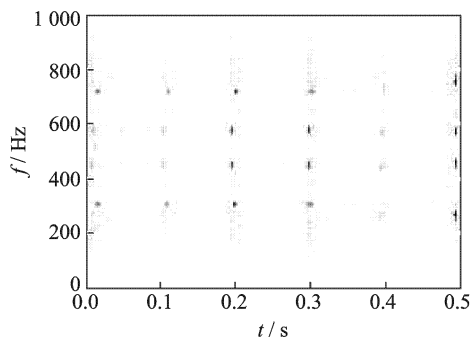


图11 SVD降噪后的齿轮箱重分配小波尺度谱图

5 结论

1) 提出一种基于RWVDS和SVD的机械故障诊断方法。对WVDS进行重分配,提高其时频分布的时频聚集性,减少干扰项。

2) 针对实测信号中的背景噪声很强时,RWVDS依然会受到噪声干扰的影响从而降低其时频分布的可读性的问题。采用SVD技术对RWVDS作进一步的降噪处理,提高其时频分布的可读性。

3) 用本文方法对仿真信号、滚动轴承和齿轮箱信号进行了分析,并与多种方法的分析结果进行了比较。结果表明,本文方法的时频聚集性更好,抗噪能力更强,能更有效地识别强噪声背景下的机械故障特征。同时,该方法能更好地识别能量较小的弱信号,因此还可以用于实现机械设备的早期故障诊断。

参 考 文 献

[1] 彭志科,何永勇,褚福磊.小波尺度谱在振动信号分析中的应用研究[J].机械工程学报,2002,38(3):122-126.

Peng Zhike, He Yongyong, Chu Fulei. Using wavelet scalogram for vibration signals analysis [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002,38(3):122-126. (in Chinese)

[2] Mirela B, Isar A. The reduction of interference terms in the time-frequency plane[J]. Signals, Circuits and Systems, 2003,2:461-464.

[3] 程发斌,汤宝平,钟佑明.利用ASTFT谱有效抑制WVD交叉项的方法[J].电子与信息学报,2008,30(10):2299-2302.

Cheng Fabin, Tang Baoping, Zhong Youming. A method to suppress cross-terms of wigner-ville distribution using ASTFT[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30 (10): 2299-2302. (in Chinese)

[4] Chen J. Time frequency-based blind source separation technique for elimination of cross-terms in Wigner dis-

tribution [J]. Electronics Letters, 2003, 39 (5): 475-477.

[5] Auger F, Flandrin P. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43 (5): 1068-1089.

[6] 汤宝平,蒋永华,董绍江.重分配小波尺度谱的时频分布优化方法研究[J].仪器仪表学报,2010,31(6):1330-1334.

Tang Baoping, Jiang Yonghua, Dong Shaojiang. Time-frequency representation optimization of reassigned wavelet scalogram [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31 (6): 1330-1334. (in Chinese)

[7] 汤宝平,蒋永华,张详春.基于形态奇异值分解和经验模态分解的滚动轴承故障特征提取方法[J].机械工程学报,2010,46(5):37-42.

Tang Baoping, Jiang Yonghua, Zhang Xiangchun. Feature extraction method of rolling bearing fault based on singular value decomposition-morphology filter and empirical mode decomposition [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46 (5): 37-42. (in Chinese)

[8] Brenner M J. Non-stationary dynamics data analysis with wavelet-SVD filtering [J]. Mechanical Systems and Signal Processing 2003,17(4):765-786.

[9] Yang W X, Peter W T. Development of an advanced noise reduction method for vibration analysis based on singular value decomposition [J]. NDT & T International, 2003,36(6):419-432.

[10] 孙鑫晖,张令弥,王彤.基于奇异值分解的频响函数降噪方法[J].振动、测试与诊断,2009,29(3):325-328.

Sun Xinhui, Zhang Lingmi, Wang Tong. Noise reduction of refrequency response function using singular value decomposition [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29 (3): 325-328. (in Chinese)

[11] Ozkurt N, Savac F A. Determination of wavelet ridges of nonstationary signals by singular value decomposition [J]. IEEE Trans Circuits and Systems-II: Express Briefs, 2005,52(8):480-485.

第一作者简介:汤宝平,男,1971年9月生,教授、博士生导师。主要研究方向为设备状态监测与故障诊断、虚拟仪器、无线传感器网络等。曾发表《Wind turbine fault diagnosis based on Morlet wavelet transformation and Wigner-Ville distribution》(《Renewable Energy》2010, Vol. 35, No. 12)等论文。

E-mail: bptang@cqu.edu.cn