

# 运用模态综合法的车桥自激激励耦合振动分析\*

卢凯良<sup>1</sup>, 张卫国<sup>1,2</sup>, 宓为建<sup>1</sup>, 陈冲<sup>1</sup>, 邱惠清<sup>2</sup>

(1. 上海海事大学物流工程学院 上海, 201306) (2. 同济大学机械工程学院 上海, 201804)

**摘要** 针对车桥耦合振动影响自动化码头集装箱小车-低架桥结构安全和使用效率的问题, 基于双协调自由界面模态综合法求解了车桥系统在轨道不平顺和轮对蛇形运动自激激励下的耦合振动时域响应, 轨道不平顺时程通过Shinozuka一元多维平稳随机过程模拟法从轨道谱生成。用量纲分析法推导了结构动力模型相似条件, 设计了试验模型, 结合模型试验分析了铅芯橡胶支座、小车速度对车桥耦合振动响应的影响。模型试验与原型仿真结果相互验证表明: 模态综合求解车桥耦合振动响应的仿真方法合理; 使用铅芯橡胶支座可有效减小车桥加速度响应和支柱反力; 车桥加速度响应随着小车速度的增大而增大, 系统横向共振临界车速低于竖向车速, 临界车速可由简支梁在移动集中力作用下车桥共振条件来估算。

**关键词** 车桥耦合振动; 自激激励; 自由界面模态综合法; 结构模型试验; 自动化码头

**中图分类号** TH113.1

## 引言

车桥耦合振动问题的研究集中在铁路和轨道交通领域, 根据系统激励方式的不同, 可分为自激激励(如轨道不平顺、蛇形运动)耦合振动和外部激励(如风载荷、地震载荷)耦合振动<sup>[1]</sup>。目前, 车桥耦合振动分析普遍采用空间分析模型, 车辆多采用多刚体-弹簧-阻尼离散系统模型, 桥梁多采用有限元模型, 通过轮轨之间的协调关系组集成车桥系统模型, 其时变性通常在时域求解。

对车桥系统自激激励和轮轨相互作用关系的处理方式主要有: a. 不建立精确的轮轨接触分析模型, 以实测轨道不平顺和轮对蛇形运动规律假定轮轨之间协调关系<sup>[2]</sup>; b. 以实测或人工的构架蛇行波作为系统输入, 也不建立精确的轮轨模型<sup>[3]</sup>; c. 简化车轮为锥形踏面, 通过该踏面定义轮对的重力(角)刚度, 由此得轮轨间的相互作用力<sup>[2,4]</sup>; d. 考虑轮轨间的蠕滑作用, 建立详细的轮轨相互作用模型, 利用轮轨滚动接触理论, 用迭代法研究曲线车轮踏面与钢轨之间的相对位置关系和相互作用力<sup>[1,5-6]</sup>。前2种方法较简单, 主要特征参数来自实测数据, 可反映轮轨关系的主要特征。第4种方法可以较准确地确定轮轨接触点位置和相互作用力, 但计算过程非常繁琐, 需

建立轮轨踏面的精确几何模型, 进行轮轨接触几何参数的迭代计算; 因此, 若研究的侧重点不是轮轨接触关系而是车桥系统振动响应时, 可采用前3种方法简化分析过程, 提高计算效率。

模态综合法是现代大型复杂结构动力学分析的有效方法之一。其中, 自由界面模态综合法由于综合效率高、便于与试验模态技术结合等优点, 得到了最广泛的应用并在方法上获得不断修正<sup>[7]</sup>。模态综合法的界面(力和位移)协调条件可近似满足轮轨之间的协调关系, 从而可将车辆、桥梁组集成一个整体系统进行耦合振动分析<sup>[2,8]</sup>, 达到进一步缩减系统自由度、提高计算效率的目的<sup>[9]</sup>。笔者基于双协调自由界面模态综合法求解了自动化码头小车-低架桥系统<sup>[10]</sup>在轨道不平顺和轮对蛇形运动自激激励下的耦合振动响应, 并运用结构模型试验验证了自激激励耦合振动仿真结果。

## 1 小车-低架桥系统的耦合振动方程

### 1.1 小车-低架桥系统简介

自动化码头港口前沿装卸机械与后方堆场之间的集装箱运输通常采用自动驾驶小车(AGV)或集装箱卡车, 两者都存在成本太高且装卸效率低的问

\* 国家高技术研究发展计划(“八六三”计划)重点资助项目(编号:2009AA043000);上海市教委“上海高校青年教师培养资助计划”资助项目(编号:sh511023);上海海事大学科研基金资助项目(编号:20110037,20110041);上海市教委资助项目(编号:J50604,09ZZ163);交通运输部资助项目(编号:2009-329-810-020,2009-353-312-190);上海市科委资助项目(编号:08DZ2210103,09DZ2250400,10PJ1404700)

收稿日期:2010-12-14;修改稿收到日期:2011-03-07

题。自动化码头试验线方案(见图1)提出了在码头前沿与后方堆场之间构筑立体装卸系统,通过在低架桥轨道上高速运行的电动小车来转送集装箱。低架桥主要由桁架梁、支柱和支柱连杆等构件组成,支柱和桁架梁之间或直接刚性连接(简称“全刚性支撑”),或采用铅芯橡胶支座连接(简称“全柔性支撑”)[10]。小车-低架桥系统的耦合振动是影响整个装卸系统结构安全、使用效率及寿命的重要因素。

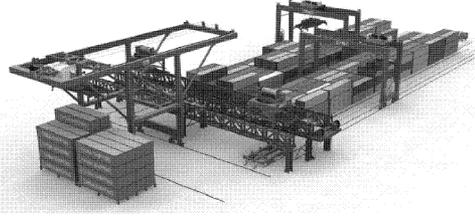


图1 自动化码头试验线仿真图

## 1.2 小车-低架桥子结构模型

建立了小车-低架桥的梁单元有限元模型(见图2),将每一小车-低架桥划分为自由界面子结构。未建立轮轨模型,轮对、轨道自由度分别作为小车-低架桥子结构的界面自由度。

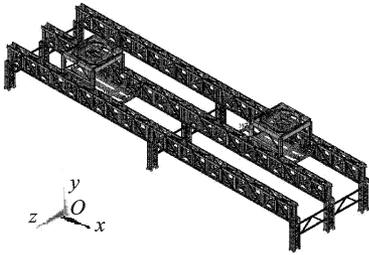


图2 小车-低架桥有限元模型

双协调自由界面模态综合法的基本步骤如下:

1) 按结构的特点将整个结构分割成若干个子结构,其子结构的界面完全自由(但原有的约束仍然保留)。

2) 采用前  $k$  阶主模态集  $\Phi_k$  和剩余附着模态集  $\Psi_d$  ( $\Psi_d$  的具体求法可参考文献[7])组成子结构,假设模态集  $\Phi$  进行第 1 次坐标变换,将子结构的运动方程从物理坐标  $\mathbf{u}$  变换到模态坐标  $\mathbf{p}$  下

$$\bar{\mathbf{m}}\ddot{\mathbf{p}} + \bar{\mathbf{c}}\dot{\mathbf{p}} + \bar{\mathbf{k}}\mathbf{p} = \mathbf{f}_j \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{f}_j$  为界面力。

$$\bar{\mathbf{z}} = \Phi^T \mathbf{z} \Phi, \mathbf{z} = \mathbf{m}, \mathbf{c}, \mathbf{k} \quad (2)$$

物理坐标  $\mathbf{u}$  与广义坐标  $\mathbf{p}$  的变换关系为

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{ik} & \Psi_{id} \\ \Phi_{jk} & \Psi_{jd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_d \end{Bmatrix} = \Phi \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{f}_j \end{Bmatrix} = \Phi \mathbf{p} \quad (3)$$

其中:下标  $i, j$  分别表示非界面、界面自由度;下标  $k$ ,

$d$  分别表示保留的主模态数和剩余附着模态数,显然  $d=j$ 。

保留的主模态数通过引入误差指标  $E$  由频率截取准则确定。将各个子结构的特征对按升序排列,并分成数目相等的阶数组(例如前 10 阶、11~20 阶、21~30 阶)。先用所有子结构第 1 组模态开始综合,再用前 2 组、前 3 组,依此类推,因高阶频率的误差一般总是比低阶的大,只需将第  $n$  组综合得到的第  $k$  阶特征值  ${}^n\omega_k^2$ ,与第  $n-1$  组得到的值  ${}^{n-1}\omega_k^2$  进行比较,即  $|({}^n\omega_k^2 - {}^{n-1}\omega_k^2) / {}^{n-1}\omega_k^2| \leq E$ 。预先设定误差指标  $E$  的值,满足上式即认为取子结构第  $n$  组模态参与综合可满足精度要求。

根据式(1)、式(3),模态对质量矩阵正则化,采用瑞雷阻尼模型,任意一个小车子结构  $V$  在模态坐标  ${}^V\mathbf{p}$  下的振动方程为

$${}^V\bar{\mathbf{m}}{}^V\ddot{\mathbf{p}} + {}^V\bar{\mathbf{c}}{}^V\dot{\mathbf{p}} + {}^V\bar{\mathbf{k}}{}^V\mathbf{p} = {}^V\mathbf{f}_j \quad (4)$$

略去左上标,写成分块形式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{kk} \\ \Psi_d^T \mathbf{m} \Psi_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_k \\ \mathbf{f}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{diag}(2\xi_s \omega_s) & \\ & \Psi_d^T \mathbf{c} \Psi_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_k \\ \mathbf{f}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_{kk} \\ \Psi_d^T \mathbf{k} \Psi_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{f}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \Psi_d^T \mathbf{f}_j \end{Bmatrix} \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{c} = \alpha \mathbf{m} + \beta \mathbf{k}$ ,  $\alpha$  和  $\beta$  为瑞雷阻尼常数;  $\Lambda_{kk} = \text{diag}(\omega_s^2)$ ,  $\omega_s$  和  $\xi_s$  ( $s=1, 2, \dots, s, \dots, k$ ) 分别为子结构第  $s$  阶固有频率和振型阻尼比。

对于低架桥子结构,只需将式(4)、式(5)中左上标  $V$  变为  $B$  即得其振动方程。铅芯橡胶支座采用等效线性化模型[11],其力学特性参数见表 1。

表1 铅芯橡胶支座的力学特性参数

型号	质量/kg	竖向刚度/ ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ )	等效水平刚度/ ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ )
GZY500	228	$1.972 \times 10^9$	$1.91 \times 10^6$

假定轨道与桁架梁间无相对位移,考虑轨道不平顺和横向蛇行运动自激激励,则低架桥界面位移为

$${}^B\mathbf{u}_j = {}^B\mathbf{u}_{v_j} + \mathbf{u}_{h_j} + \mathbf{u}_{s_j} \quad (6)$$

其中:  ${}^B\mathbf{u}_{v_j}$  为低架桥自身的界面节点位移;  $\mathbf{u}_{h_j}$  为轮对蛇行运动位移;  $\mathbf{u}_{s_j}$  为轨道不平顺。

这样的处理与实际情况存在一定的偏差:实际情况是小车在不平顺的轨道上蛇行运动,与低架桥轮轨相互作用引起车桥耦合振动;式(6)表示小车在无几何缺陷的理想平顺轨道上运动引起耦合振动。将实测的或数值模拟的轨道不平顺和蛇行运动随机位移叠加到低架桥子结构的界面位移上,则可利用界面协调条件将小车子结构和低架桥子结构方便地

耦合起来,从而避开了复杂的轮轨滚动接触迭代计算,大大提高了计算效率。

### 1.3 车桥系统的耦合振动方程

假设:a.车轮为刚体,始终与轨道接触,即车轮不悬空;b.小车和低架桥均作小位移振动;c.不考虑小车的纵向运动及其对低架桥振动和行车速度的影响,根据界面协调条件组集车桥系统的耦合振动方程。不失一般性,讨论一个小车子结构与低架桥子结构耦合的情形。

小车、低架桥子结构的运动方程组集为

$$\begin{bmatrix} {}^V\bar{m} \\ {}^B\bar{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^V\ddot{\mathbf{p}} \\ {}^B\ddot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^V\bar{c} \\ {}^B\bar{c} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^V\dot{\mathbf{p}} \\ {}^B\dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^V\bar{k} \\ {}^B\bar{k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^V\mathbf{p} \\ {}^B\mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {}^V\mathbf{f}_j \\ {}^B\mathbf{f}_j \end{Bmatrix} \quad (7)$$

由界面位移和界面力协调条件

$${}^V\mathbf{u}_j = {}^B\mathbf{u}_j \quad (8)$$

$${}^V\mathbf{f}_j = -{}^B\mathbf{f}_j \quad (9)$$

得到车桥系统的第2次坐标变换式为

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{f}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{C}_{dd}^{-1}\mathbf{C}_{kk} \end{bmatrix} \mathbf{p}_k = \mathbf{T}_{sys}\mathbf{p}_k \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{C}_{kk} = \begin{bmatrix} {}^V\Phi_{jk} & -{}^B\Phi_{jk} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{C}_{dd} = \begin{bmatrix} {}^V\Psi_{jd} & -{}^B\Psi_{jd} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{p}_k = [{}^V\mathbf{p}_k \quad {}^B\mathbf{p}_k]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_j = [{}^V\mathbf{f}_j \quad {}^B\mathbf{f}_j]^T \quad (14)$$

从而得到小车-低架桥系统耦合振动方程为

$$\mathbf{M}_{sys}\ddot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{C}_{sys}\dot{\mathbf{p}}_k + \mathbf{K}_{sys}\mathbf{p}_k = \mathbf{0} \quad (15)$$

其中: $\mathbf{M}_{sys}$ , $\mathbf{C}_{sys}$ , $\mathbf{K}_{sys}$ 用 $\mathbf{T}_{sys}$ 对式(7)中相应的质量、阻尼、刚度矩阵作合同变换得到。

以上即双协调自由界面模态综合法的步骤3。式(15)为某时变系数的二阶微分方程组,采用Newmark- $\beta$ 法求解。

## 2 自激激励及其数值模拟

### 2.1 轨道不平顺的描述及数值模拟

描述轨道不平顺特性的最有效方法是对其进行功率谱统计。铁科院根据郑武线高速试验段测试结果,拟合出轨道谱<sup>[1]</sup>为

$$S(f) = \frac{A(f^2 + Bf + C)}{f^4 + Df^3 + Ef^2 + Ff + G} \quad (16)$$

其中: $S(f)$ 为功率谱密度函数; $f$ 为轨道不平顺的空间频率; $A, B, C, D, E, F, G$ 为特征参数,取值参考文献[1]。

笔者分析主要考虑左右轨的竖向高低不平顺和横向轨向不平顺。将轨道不平顺近似为平稳随机过程,考虑到轨道不平顺在不同方向上的弱相关性,用Shinozuka一元多维平稳随机过程模拟法<sup>[12]</sup>根据式(16)模拟得左、右轨竖向和横向轨道不平顺沿纵向( $x$ 向)距离分布,如图3所示。对模拟所得轨道不平顺数据做PSD统计,仿真谱与式(16)理论谱吻合良好。其中,左轨竖向不平顺理论谱与仿真谱的对比如图4所示。

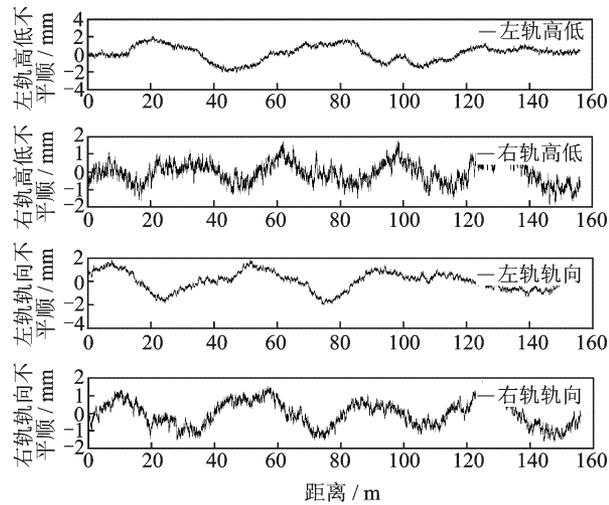


图3 左、右轨竖向与横向轨道不平顺曲线

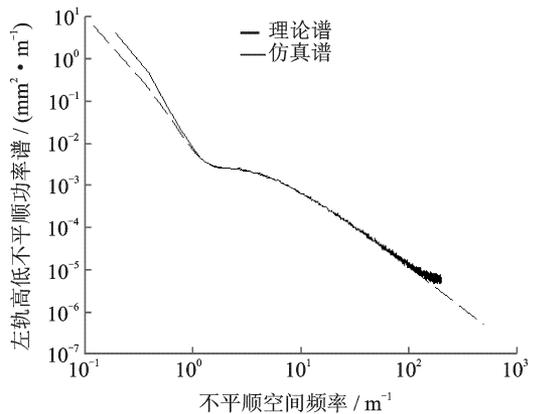


图4 左轨竖向不平顺理论谱与仿真谱的对比

### 2.2 蛇形运动及其描述

小车轮对几何蛇形运动规律可表达为<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{u}_{h,j} = z_h(x) = A_h \sin\left(\frac{2\pi}{L_h}x + \varphi_h\right) = A_h \sin\left(\frac{2\pi V}{L_h}t + \varphi_h\right) \quad (17)$$

其中: $A_h$ 为蛇形运动的振幅,在文献[1]中实测结果

和小车轮轨最大间隙之间随机选取,即  $A_h \sim R(2.5, 12.5)$ ;  $V$  为小车运行速度;  $\varphi_0$  为轮对的初相位, 假定为在  $0 \sim 2\pi$  范围均匀分布的随机相位角, 即  $\varphi_0 \sim R(0, 2\pi)$ ;  $L_h$  为蛇行运动的波长, 考虑轮缘磨损程度等诸多因素的影响, 也按均匀分布的随机变量处理, 即  $L_h \sim R(L_{w \min}, L_{t \max})$ ;  $L_w$  为自由轮对的蛇行运动波长;  $L_t$  为考虑轮对在运动中受上部框架刚性约束时的波长, 具体计算公式参考文献[1]; 随机变量  $p \sim R(a, b)$  可由随机函数直接生成。

### 3 车桥耦合振动响应结果分析

#### 3.1 低架桥竖向挠度和挠度冲击系数

车速为 4 m/s 单线运行时, 在低架桥全刚性、全柔性支撑下, 小车在跨中时挠度最大, 最大静挠度  $y_s$  分别为 9.8 和 11.8 mm, 最大动挠度  $y_d$  分别为 10.1 和 13.1 mm。其中全刚性支撑下低架桥最大静、动挠度的对比如图 5 所示。

定义挠度冲击系数

$$1 + \mu = y_d / y_s \quad (18)$$

其中:  $\mu$  为挠度动力系数,  $\mu = (y_d - y_s) / y_s$ 。

全刚性、全柔性支撑下的竖向挠度冲击系数分别为 1.03 和 1.11。使用铅芯橡胶支座会略增大竖向冲击, 但总的来说, 车速为 4 m/s 时, 竖向挠度冲击系数较小。由于未考虑风载荷等外部激励, 低架桥横向挠度远小于竖向挠度。

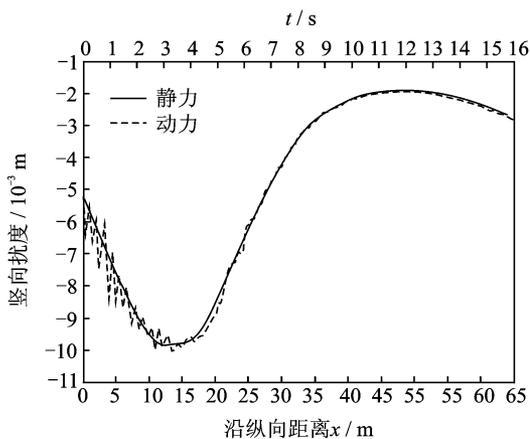


图5 全刚性支撑下低架桥竖向最大静、动挠度的对比

#### 3.2 车桥加速度响应

车速为 4 m/s 时, 在低架桥全刚性、全柔性支撑下, 低架桥跨中节点、小车的竖向、横向加速度响应最大值见表 2。

表2 车速 4 m/s 时车桥加速度响应最大值

位置	最大竖向加速度响应 $a_{y \max} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$		最大横向加速度响应 $a_{z \max} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	
	全刚性	全柔性	全刚性	全柔性
低架桥	1.540	1.320	0.161	0.116
小车	0.069	0.063	0.220	0.211

由表 2 可知: a. 铅芯橡胶支座可减小车桥加速度响应, 且对低架桥的效果较好, 全柔性支撑与全刚性支撑相比, 低架桥的竖向、横向加速度最大值分别减小了 14.3% 和 28.0%, 小车的分别减小了 8.7% 和 4.1%; b. 低架桥的横向加速度小于竖向的, 而小车则竖向加速度小于横向的, 这是因为低架桥主要在竖向承受小车(含满载集装箱)的移动重载和冲击, 而小车在横向上既有轨道不平顺激励又有轮对蛇形运动激励, 竖向上则仅轨道不平顺激励。

另外, 使用铅芯橡胶支座还可明显减小支柱反力, 但并不能改变车桥加速度响应时程曲线的形态, 因为铅芯橡胶支座布置在桁架梁与支柱连接处, 仅在局部上改变低架桥结构。全刚性支撑下车桥横向加速度响应时程曲线如图 6 所示。

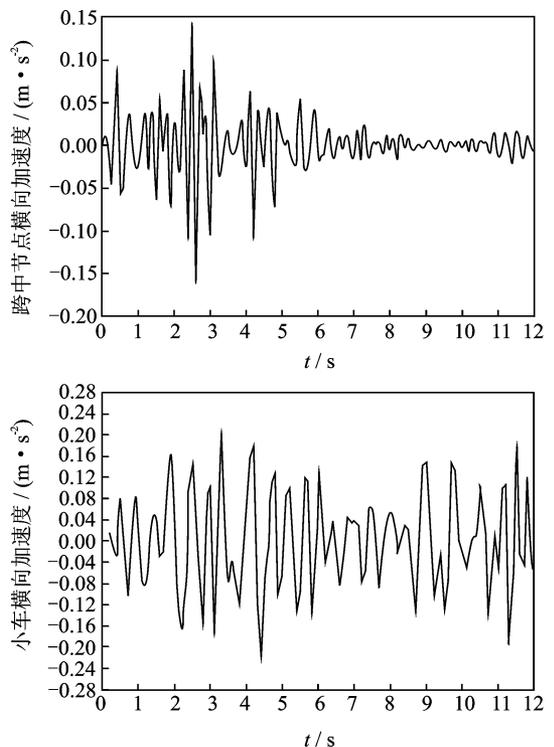


图6 小车速度 4 m/s 时车桥横向加速度响应时程曲线

#### 3.3 小车速度对耦合振动响应的影响

讨论低架桥全刚性支撑时的情形, 低架桥位移响应最大值、小车加速度响应最大值随小车速度的变化规律如图 7 所示。

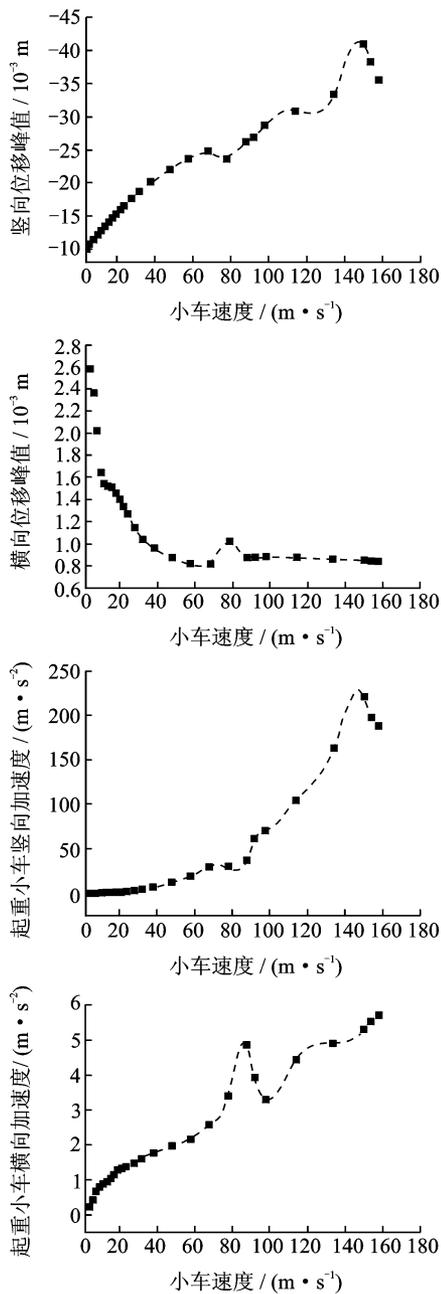


图7 低架桥位移响应、小车加速度响应最大值随车速的变化

图7中的结果可用简支梁在移动集中力载荷作用下车桥共振条件<sup>[1]</sup>解释:

1) 简支梁的第1种竖向共振反应是由于荷载的周期性间隔加载引起的;第2种竖向共振反应是由于荷载相对梁跨的移动速度引起的。集装箱小车不同于列车,不存在第1种竖向共振。第2种竖向共振条件可表示为

$$V_{br} = 2f_{bn}L_b/n \quad (19)$$

其中: $V_{br}$ 为引起桥梁共振的小车临界速度; $f_{bn}$ 为桥梁的第 $n$ 阶竖向固有频率; $L_b$ 为桥梁跨度;乘子 $n=$

1,2,...

2) 桥梁在移动荷载作用下的第2种横向共振反应是车辆在轨道上运行时由轨道不平顺或轮对蛇形运动激发的横向摇摆力所形成的周期性加载引起的。其表达式为

$$V_{br} = f_{bn}L_s/i \quad (n = 1, 2, \dots; i = 1, 2, \dots) \quad (20)$$

其中: $f_{bn}$ 为桥梁的第 $n$ 阶横向固有频率; $L_s$ 为轨道不平顺的主波长或蛇形运动的主波长;乘子 $i = 1, 2, \dots$ 。

3) 由桥梁挠度引起车辆共振的临界速度可用下式估算

$$V_{br} = f_v L_b \quad (21)$$

其中: $f_v$ 为车辆固有频率。

由式(19)得引起低架桥竖向共振的小车临界速度约为500, 250, 167, 125, 100, 83 m/s..., 均远远大于小车实际运行速度,因此小车低速运行时低架桥不会发生明显的竖向共振。

由图7(b)可知,第2种横向共振决定低架桥横向振动,由于轨道不平顺波长范围为0.02~80 m,蛇形运动的波长为14.4~30.1 m,且均为随机过程,用式(20)估计存在困难,但从图中可看出,4 m/s附近存在一个共振峰,说明轨道不平顺短波长对低架桥横向振动影响较大。

由式(21)得小车竖向共振临界车速约为150 m/s,横向共振临界车速约为90 m/s,这从图7(c,d)中可得到印证。随着车速的增大,小车的加速度响应逐渐增大,说明车速对小车共振起决定作用。

## 4 结构模型试验验证

### 4.1 结构动力模型相似条件与试验模型设计

采用力、长度和时间基本量纲系统,根据 $\pi$ 定理用量纲分析法推导了结构动力模型相似条件,主要物理量的相似条件见表3。在考虑了经济性和试验条件等因素后,确定模型的几何相似常数 $c_l = 1/30$ ,模型材料选择与原型相同的材料,则 $c_E = 1$ ,重力加速度的相似比 $c_g = 1$ (即 $c_a = 1$ ),则可得相似常数(模型/原型)见表3。

从表3可知,不满足 $c_\rho = 30$ 的相似条件,可采用在模型上均匀地附加配重来近似。在模型设计中,尽可能使各杆件截面面积和截面惯性矩均符合相似条件;轮轨间间隙满足几何相似比;用环形橡胶弹簧模拟铅芯橡胶支座,尽可能使力学特性参数满足相似

条件。原型仿真和模型试验的经相似比换算后的低阶固有频率误差不超过10%，可知模型基本满足几何相似、运动相似和动力相似，模型实物如图8所示。

表3 结构动力模型试验部分物理量的相似条件

物理量	量纲	相似条件	相似常数
长度 $l$	[L]	$c_l$	1/30
质量 $m$	[FL <sup>-1</sup> T <sup>2</sup> ]	$c_m = c_\rho c_l^3$	1/30 <sup>2</sup>
刚度 $k$	[FL <sup>-1</sup> ]	$c_k = c_E c_l$	1/30
阻尼 $c$	[FL <sup>-1</sup> T]	$c_c = c_E c_l^{3/2}$	1/30 <sup>3/2</sup>
密度 $\rho$	[FL <sup>-3</sup> T <sup>2</sup> ]	$c_\rho = c_E / c_l$	30
时间(周期) $T$	[T]	$c_t = c_l^{1/2}$	1/√30
速度 $v$	[LT <sup>-1</sup> ]	$c_v = c_l^{1/2}$	1/√30
加速度 $a$	[LT <sup>-2</sup> ]	$c_a = c_E / (c_\rho c_l)$	1

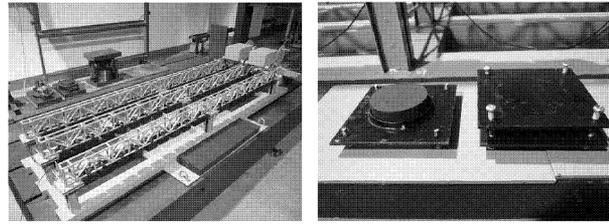


图8 低架桥和铅芯橡胶支座模型实物图

### 4.2 模型试验结果与原型仿真结果的对比

全刚性、全柔性支撑形式下，小车-低架桥自激励耦合振动加速度响应模型试验最大值与原型仿真最大值的对比见表4。其中，模型试验小车速度约0.73 m/s(对应原型小车速度4 m/s)时，全刚性支撑形式下所测得的低架桥-小车横向加速度响应时程曲线如图9所示。

表4 小车-低架桥自激励耦合振动加速度响应最大值模型试验与原型仿真结果对比

原型小车速度/(m·s <sup>-1</sup> )	低架桥支撑形式	低架桥加速度最大值/(m·s <sup>-2</sup> )				小车加速度最大值/(m·s <sup>-2</sup> )			
		竖向		横向		竖向		横向	
		试验	仿真	试验	仿真	试验	仿真	试验	仿真
4	全刚性	2.05	1.54	0.15	0.16	0.26	0.069	0.32	0.220
	全柔性	1.37	1.32	0.14	0.12	0.22	0.063	0.29	0.218
6	全刚性	2.07	1.60	0.20	0.20	0.38	0.129	0.61	0.410
	全柔性	1.70	1.34	0.16	0.15	0.41	0.126	0.48	0.397
8	全刚性	2.23	1.65	0.19	0.24	0.49	0.223	0.81	0.634
	全柔性	1.80	1.38	0.18	0.20	0.55	0.238	0.73	0.576

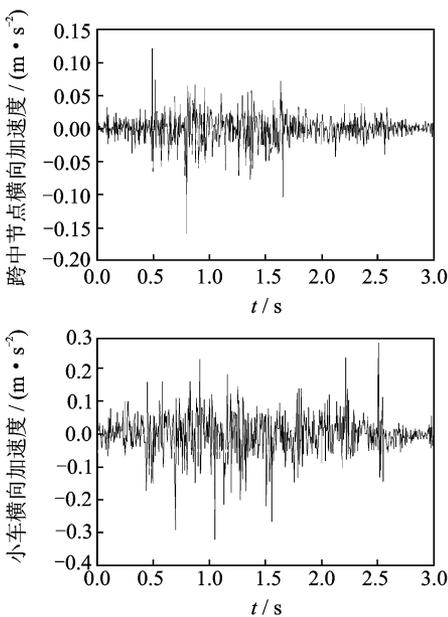


图9 模型试验车桥横向加速度响应时程曲线

由表4可见，试验加速度响应最大值和仿真结果符合得较好，仅小车竖向加速度在数值上误差稍

大；车桥加速度响应基本上随小车速度的增大而增大；全柔性支撑时的车桥加速度响应普遍小于全刚性支撑，说明铅芯橡胶支座可有效减小车桥耦合振动加速度响应。对比图9和图6可见，试验所得车桥加速度响应波形分别与对应的仿真波形也较吻合。原型仿真与模型试验相互验证，说明模型试验设计合理，所用仿真方法正确有效。

模型试验与仿真之间的误差主要在于：a. 试验模型并不一定能严格地满足相似条件，如使用环形橡胶弹簧模拟铅芯橡胶支座，通过附加配重来满足密度相似比就会引入误差；b. 模型主要为焊接加工，存在较大加工误差和残余变形；c. 仿真计算中使用铁路轨道不平顺谱近似描述小车-低架桥轨道不平顺；d. 小车速度的控制精度也会造成一定的误差等。可以看出，误差产生的主要原因来源于结构模型试验方法本身，即要想得到较精确的结果就必须采用较大尺寸模型，制作得更加精细，从而更满足相似条件，这与结构模型试验的最大优点经济性恰恰是矛盾的。

## 5 结 论

1) 车桥自激激励耦合振动加速度响应的模型试验与原型仿真结果相互验证,说明笔者基于双协调自由界面模态综合法求解车桥耦合振动响应的方法合理,并且将结构模型试验应用于车桥耦合振动问题研究是可行的。

2) 使用铅芯橡胶支座可减小车桥加速度响应、支柱反力,会略微增大低架桥竖向挠度。

3) 在整体趋势上,车桥耦合竖向响应、横向加速度响应随着小车速度的增大而增大,低架桥横向位移则相反;小车-低架桥系统横向共振临界车速低于竖向的,临界车速可由简支梁在移动集中力作用下车桥共振条件估算。

### 参 考 文 献

- [1] 夏禾,张楠. 车辆与结构动力相互作用[M]. 2版. 北京:科学出版社,2005:1-416.
- [2] 郭薇薇,夏禾,徐幼麟. 风荷载作用下大跨度悬索桥的动力响应及列车运行安全分析[J]. 工程力学,2006,23(2):103-110.  
Guo Weiwei, Xia He, Xu Youlin. Dynamic response of long span suspension bridge and running safety of train under wind action[J]. Engineering Mechanics, 2006,23(2):103-110. (in Chinese)
- [3] 李德建,曾庆元,王荣辉,等. 列车-轨道时变系统横向振动能量随机分析方法[J]. 振动工程学报,2000,13(2):307-313.  
Li Dejian, Zeng Qingyuan, Wang Ronghui. Stochastic analysis method of lateral vibration energy for train-track time-varying system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2000,13(2):307-313. (in Chinese)
- [4] 曾庆元,郭向容. 列车桥梁时变系统振动分析理论及应用[M]. 北京:中国铁道出版社,1999:1-249.
- [5] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 3版. 北京:科学出版社,2007:1-400.

- [6] 李小珍,强士中. 列车-桥梁耦合振动研究的现状与发展趋势[J]. 铁道学报,2002,24(5):112-120.  
Li Xiaozhen, Qiang Shizhong. State-of-the-art review and trend of studies on vehicle-bridge interaction[J]. Journal of the China Railway Society, 2002,24(5):112-120. (in Chinese)
- [7] 王永岩. 动态子结构方法理论及应用[M]. 北京:科学出版社,1999:1-25.
- [8] Green M F, Cebon D. Dynamic response of highway bridges to heavy vehicles loads: theory and experimental validation[J]. Sound & Vibration, 1994,170(1):51-78.
- [9] Yang Y B, Lin B H. Vehicle-bridge interaction analysis by dynamic condensation method[J]. Structural Engineering, ASCE, 1995,121(11):1636-1643.
- [10] 卢凯良,邱惠清,毛飞. 应用模态综合法求解自动化码头桁架桥的固有特性[J]. 振动、测试与诊断,2010,30(3):228-233.  
Lu Kailiang, Qiu Huiqing, Mao Fei. Application of component mode synthesis methods to natural characteristic analysis of truss bridge in automated container terminal[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010,30(3):228-233. (in Chinese)
- [11] 范立础,王志强. 桥梁减隔震设计[M]. 北京:人民交通出版社,2001:1-203.
- [12] Shinozuka M, Jan C M. Digital simulation of random process and its application[J]. Journal of Sound and Vibration, 1972,25(1):111-128.



**第一作者简介:**卢凯良,男,1984年3月生,博士。主要研究方向为机械结构动态设计理论与方法、结构健康监测与寿命预测等。曾发表《应用模态综合法求解自动化码头桁架桥的固有特性》(《振动、测试与诊断》2010年第30卷第3期)等论文。

E-mail:lk1984@163.com.