

面向桥梁状态评估的传感器优化配置*

覃柏英¹, 林贤坤^{2,3}, 张令弥³, 郭勤涛⁴

(1. 广西工学院理学院 柳州, 545006) (2. 广西工学院汽车与交通学院 柳州, 545006)

(3. 南京航空航天大学振动工程研究所 南京, 210016) (4. 南京航空航天大学机电学院 南京, 210016)

摘要 以模态置信度矩阵(modal assurance criterion 简称MAC)、Fisher 信息阵和振型误差为优化准则,采用整数编码遗传算法,探讨了模态挠度法应用中的有限元模型修正和模态挠度计算的传感器优化配置问题。与常用的平分法、有效独立法及基于QR分解的逐步累积法比较,优化配置结果表明,整数编码遗传算法优于上述3种方法。

关键词 传感器; 优化配置; 遗传算法; 组合优化问题; 整数编码; 状态评估

中图分类号 O221; O329; U446; TH113

引言

随着试验模态分析技术的发展,出现了仅有输出响应的运行模态分析技术(operational modal analysis,简称OMA)^[1-2]。基于此技术,笔者以桥梁承载力的快速评定为目标,提出了基于不中断交通运行模态分析的模态挠度法。在该方法应用中,常需对试验振型数据拟合而获得桥梁两侧的试验振型曲线,应用于模态挠度的计算。同时,还需利用试验模态参数修正桥梁的有限元模型,实现各阶试验振型的精确质量归一化。

要优化配置传感器,首先,须确定合理的优化准则,目前模型修正的优化准则很多^[3],如MAC矩阵和Fisher信息阵等;其次,还须选用适当的优化方法,非线性规划法、序列法等较常用的优化方法都容易陷入局部最优解,而遗传算法^[4-6]等则不易陷入局部最优解。笔者以江苏省沿海高速中通畅运河大桥的有限元模型为对象,采用整数编码遗传算法,分别研究了动态测试中关于桥梁有限元模型修正和模态挠度计算的传感器优化配置问题。

1 传感器优化配置的数学模型

设结构的有限元模型中,可能配置传感器的节点为 N 个,构成节点集合 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ 。设集

合 P 中的节点 p_n 有 k_n 个可测自由度($n=1, 2, \dots, N$),则可构成一个有 $K = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ 个可测自由度的集合 X 。依据某种或多种优化准则,从集合 X 中寻找 s 个自由度 x_1, x_2, \dots, x_s ,使其关于优化准则的量化指标值最优,则可认为自由度 x_1, x_2, \dots, x_s 是动态测试中 s 个传感器的最优配置;因此,传感器优化配置问题可表述为如下的优化问题

$$\begin{cases} \max F(x_1, x_2, \dots, x_s) \\ \text{s. t. } x_n \in X \end{cases} \quad (1)$$

($n=1, 2, \dots, s; x_1, x_2, \dots, x_s$ 互不相等)

其中: $F(x_1, x_2, \dots, x_s)$ 是由 s 个互不相同的自由度 x_1, x_2, \dots, x_s 确定的函数。

若每个自由度都用一个正整数表示,则可设可测自由度集合 $X = \{1, 2, \dots, K\}$,从而传感器优化配置问题可转化为如下的组合优化问题

$$\begin{cases} \max F(x_1, x_2, \dots, x_s) \\ \text{s. t. } 1 \leq x_n \leq K \end{cases} \quad (2)$$

($n=1, 2, \dots, s; x_1, x_2, \dots, x_s$ 互不相等)

其中: $F(x_1, x_2, \dots, x_s)$ 是由互不相等的 x_1, x_2, \dots, x_s 表示的 s 个互不相同的自由度确定的函数。

2 模型修正的传感器配置的评价指标

MAC是衡量振型线性独立性的最好工具^[7]。设配置了传感器的自由度为测试自由度,计算振型 Φ

* 国家自然科学基金资助项目(编号:50575101);广西自然科学基金资助项目(编号:2012GXNSFAA053208);江苏省交通科学研究计划资助项目(编号:06Y20);广西教育厅科研资助项目(编号:200103YB105);广西工学院博士科研基金资助项目(编号:院科博1005)

收稿日期:2010-05-19;修改稿收到日期:2010-10-11

在测试自由度上的子集 Φ_i 为测试自由度振型。设模态置信度矩阵 $\mathbf{MAC}=(\text{mac}_{pq})$,则其元素 mac_{pq} 定义为

$$\text{mac}_{pq} = (\phi_{sp}^T \phi_{sq})^2 / [(\phi_{sp}^T \phi_{sp})(\phi_{sq}^T \phi_{sq})] \quad (3)$$

其中 ϕ_{sp} 和 ϕ_{sq} 分别为第 p 和 q 阶测试自由度振型。

MAC非对角元越小,则各阶振型独立性越好,传感器配置效果越好;因此,可定义MAC非对角元的大小作为传感器配置效果的一个评价指标。

在实际测试中,需利用有限的传感器保持尽可能多的线性无关信息,以获得广义坐标 q 的最佳估计。若此过程为无偏有效估计,则由 q 估计偏差的最小协方差矩阵可定义Fisher信息阵^[8]

$$\mathbf{Q} = \Phi_s^T \Phi_s \quad (4)$$

定义Fisher信息阵指标为 \mathbf{Q} 的Frobenius范数 $\|\mathbf{Q}\|_F = \|\Phi_s^T \Phi_s\|_F$,则范数 $\|\mathbf{Q}\|_F$ 越大,模态向量的线性无关性越好,传感器配置的效果越好。

3 模态挠度计算传感器配置评价指标

设桥梁各侧节点的第 m 阶归一化计算振型为 $\phi_{Am}, m=1,2,\dots,M$ 。利用三次样条插值法,对各侧传感器的振型数据拟合,得到的归一化拟合振型称为试验振型,表示为 ϕ_{Em} 。计算振型 ϕ_{Am} 与试验振型 ϕ_{Em} 的误差 $\mathbf{R}_m = |\phi_{Am} - \phi_{Em}|$ 为一向量。各阶振型误差 \mathbf{R}_m 越小,则传感器的配置越好;因此,可利用各阶振型误差 \mathbf{R}_m 作为量化指标,评价传感器配置的优劣。

4 模型修正的传感器配置的常用方法

平分法是进行桥梁模态试验时传感器配置的一种常用方法。把桥梁中跨和两个边跨进行平分,将传感器配置在其两侧的平分点。

有效独立法^[9]是目前传感器配置中影响最广泛的一种方法。它从所有可测自由度出发,利用模态振型矩阵形成Fisher信息阵,按照各可测自由度对目标模态矩阵独立性的贡献排序,依次删除对其秩贡献最小的可测自由度,从而优化Fisher信息阵而使感兴趣的模态向量尽可能保持线性无关。这种方法确定的模态线性独立性是模态参数的最佳估计。

基于QR分解的逐步累积法^[10],能同时兼顾模态向量的正交性和模态参数的估计。它通过QR分解选择计算振型 Φ 中具有较大范数的一组行向量对应的可测自由度后,再不断地从剩余自由度中选取一个使MAC矩阵非对角元最小的加到优化配置中,直至测试自由度数目或MAC矩阵非对角元达到预设值为止。

5 整数编码遗传算法的步骤

整数编码遗传算法应用于传感器优化配置问题,即组合优化问题,其主要运行步骤的流程如图1所示。

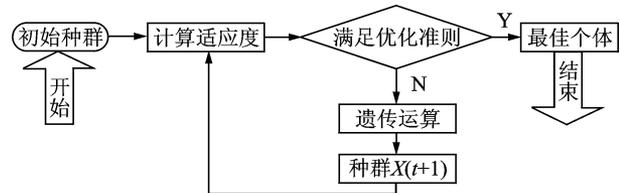


图1 整数编码遗传算法流程图

5.1 染色体的编码与解码

遗传算法常用的编码方法是用二进制符号串表示个体,代表配置传感器的一组自由度。但一般情况下,集合 X 的元素个数不会是2的整数倍,很难利用二进制编码来表示 X 。为了解决此困难,笔者采用整数对集合 X 进行编码。

若每个节点的可测方向都为 l 个,则结构共有 $K=lN$ 个可测自由度。用整数对其编码,构成可测自由度集合 $X=\{1,2,\dots,K\}$ 。现从 X 中选择 s 个自由度 x_1, x_2, \dots, x_s 配置传感器,则自由度 $x_n (n=1,2,\dots,s)$ 对应的节点及可测方向的解码方法为:设 x_n+l-l 除以 l 后得到的商为 g ,余数为 h ,则由自由度 x_n 确定的节点为 p_g ,其可测方向为第 $h+1$ 个可测方向。

通扬运河大桥的有限元模型中各侧有134个节点,两侧共268个节点,用整数表示,得到节点集合 $P=\{1,2,\dots,268\}$ 。因每个节点通常只测量 z 方向的平动,则可得268个自由度的集合 X 。现用整数对 X 编码,得自由度集合 $X=\{1,2,\dots,268\}$ 。从 X 选择 s 个自由度 x_1, x_2, \dots, x_s 配置传感器,则自由度 $x_n (n=1,2,\dots,N)$ 对应节点 x_n ,方向为 z 方向的平动。

5.2 个体评价方法的确定

为了同时保证试验模态向量良好的正交性和测试自由度对桥梁结构待识别参数有较佳的估计,同时以MAC矩阵和Fisher信息阵为优化准则,对模型修正中的传感器配置进行优化,步骤如下:

1) 对可测自由度的计算振型 Φ^T 列主元QR进行分解,获取 Φ 中范数较大的一组行向量 $\Phi_{M \times M}$,实现Fisher信息阵对传感器的优化配置。此时,矩阵 Φ 可分成两个矩阵 $\Phi_{M \times M}$ 和 $\Phi_{(N-M) \times M}$ 。

2) 利用整数编码遗传算法,通过适应度函数 F_1 或 F_2 ,获取矩阵 $\Phi_{(N-M) \times M}$ 中 $s-M$ 个行向量,与 $\Phi_{M \times M}$

中的 m 个行向量,组成 s 个传感器对应的 s 个行向量,使其对应的 MAC 矩阵非对角元最小化,实现 MAC 矩阵对传感器的优化配置。其中 F_1 和 F_2 满足

$$F_1(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1 - \text{Max}_{p \neq q} \{ \text{mac}_{pq} \} \quad (5)$$

$$F_2(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1 - \text{Rms}_{p \neq q} \{ \text{mac}_{pq} \} \quad (6)$$

其中: F_1 和 F_2 为最大化的适应度函数。

为了优化模态挠度计算的传感器配置,设桥梁两侧节点的振型误差 $\mathbf{R}_m = (r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{mN})$, $m=1, 2, \dots, M$ 。由振型误差的最小化定义如下最大化的适应度函数

$$F_3(x_1, x_2, \dots, x_s) = - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |r_{mn}| \quad (7)$$

5.3 遗传算子的设计

使用下列 3 种遗传算子:a. 选择算子,采用轮盘赌选择,使用最优保存策略^[11];b. 交叉算子,使用部分匹配交叉(PMX)^[11];c. 变异算子,使用基本位变异^[11]。其中部分匹配交叉的采用是为了防止交叉运算可能会导致多个传感器配置在同一自由度。

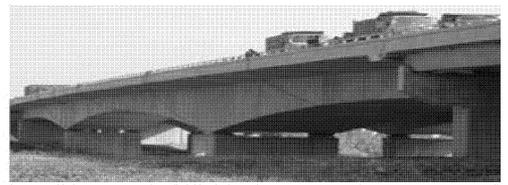
6 整数编码遗传算法的应用

6.1 通畅运河大桥简介

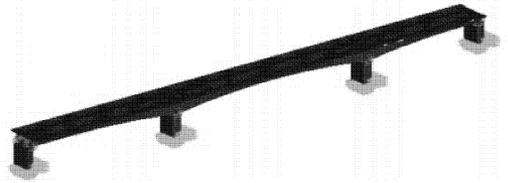
通畅运河大桥分左右两幅,每幅由一个主桥和两个副桥组成,其中右幅主桥由(77.03+100+59.3)m的预应力砼连续梁构成,如图2(a)所示。根据该桥的物理、材料和几何特性,采用软件 MSC.Patran,建立其有限元模型,如图2(b)所示。其中节点总数为 5 782 个,单元总数为 5 570 个,梁单元(Bar2)为 133 个,体单元(Hex8)为 288 个,板壳单元(Quad4)为 5 149 个,MPC(Multiple Point Constraints)单元为 72 个。桥梁各侧的节点数都为 134 个。该模型的前 10 阶模态振型中有 6 阶竖向振型。

6.2 在模型修正传感器优化配置中的应用

为了使振型匹配良好,修正准确的桥梁有限元模型,取 $s=20$ 个自由度配置传感器。以 MAC 矩阵和 Fisher 信息阵为优化准则, F_1 和 F_2 为适应度函数,分别探讨整数编码遗传算法在传感器优化配置中的应用。其中群体大小 $S=100$,进化代数 $V=100$,交叉概率 $P_c=0.8$,变异概率 $P_m=0.01$,结果如表 1 所示。 F_1 和 F_2 的进化曲线分别如图 3 所示。为了比

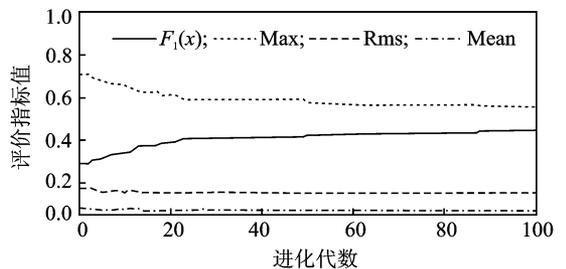


(a) 总体图

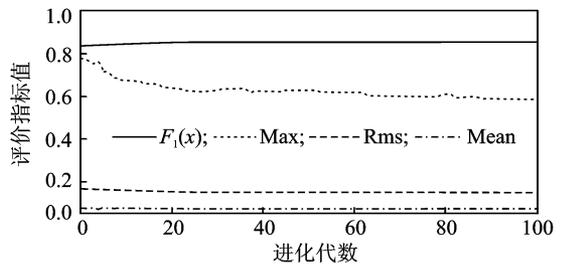


(b) 有限元模型

图2 通畅运河大桥右幅主桥的总体图和有限元模型



(a) F_1 的进化曲线



(b) F_2 的进化曲线

图3 整数编码遗传算法的适应度函数进化曲线

较,也采用 DEM 法、EI 法和 CMQR 法对传感器进行优化配置,结果如表 2 所示。其中:Max,Rms 和 Mean 分别为 MAC 矩阵非对角元的最大值、均方根和平均值; $\| \mathbf{Q} \|_F$ 为 Fisher 信息阵的范数。4 种方法的 MAC 矩阵的三维柱状图和传感器的优化配置图分别如图 4 和图 5 所示,图中 7,8,9,10 代表通畅运河大桥的 4 个桥墩。

由表 1 和图 4 知,采用整数编码遗传算法,分别利用适应度函数 F_1 和 F_2 所获得的传感器优化配置,既可保证试验模态向量良好的正交性,又可使模态参数的估计达到较优。

由表 2 和图 4 知,采用 CMQR 法获得的传感器优化配置,也能保证试验模态向量良好的正交性,又可使模态参数的估计达到较优。比较表 1 和表 2 的结

表1 整数编码遗传算法的传感器优化配置和相应指标

函数	传感器的最优配置	Max	Rms	Mean	$\ Q\ _F (\times 10^{-6})$
F_1	-124, -126, -85, -61, -36, -15, 23, 54, 83, 109	0.554 9	0.152 0	0.070 7	6.425 6
	-127, -108, -81, -51, -19, 15, 36, 61, 83, 105				
F_2	-127, -106, -71, -36, -15, 23, 46, 65, 83, 107	0.582 1	0.148 2	0.070 1	6.535 6
	-127, -108, -81, -50, -19, 15, 36, 51, 83, 109				

表2 3种常用方法的传感器优化配置和相应指标

方法	传感器的最优配置	Max	Rms	Mean	$\ Q\ _F (\times 10^{-6})$
DEM	-127, -100, -75, -50, -25, 0, 25, 50, 79, 109	0.778 3	0.175 7	0.065 6	7.174 0
	-127, -100, -75, -50, -25, 0, 25, 50, 79, 109				
EI	-106, -104, -81, -34, -11, -9, 21, 23, 88, 90	0.810 5	0.186 8	0.074 7	11.826 3
	-106, -104, -81, -34, -9, -7, 23, 25, 86, 88				
CMQR	-127, -106, -80, -55, -36, -15, 23, 53, 83, 109	0.567 4	0.153 6	0.071 9	6.730 3
	-127, -108, -81, -50, -19, 15, 40, 62, 83, 109				

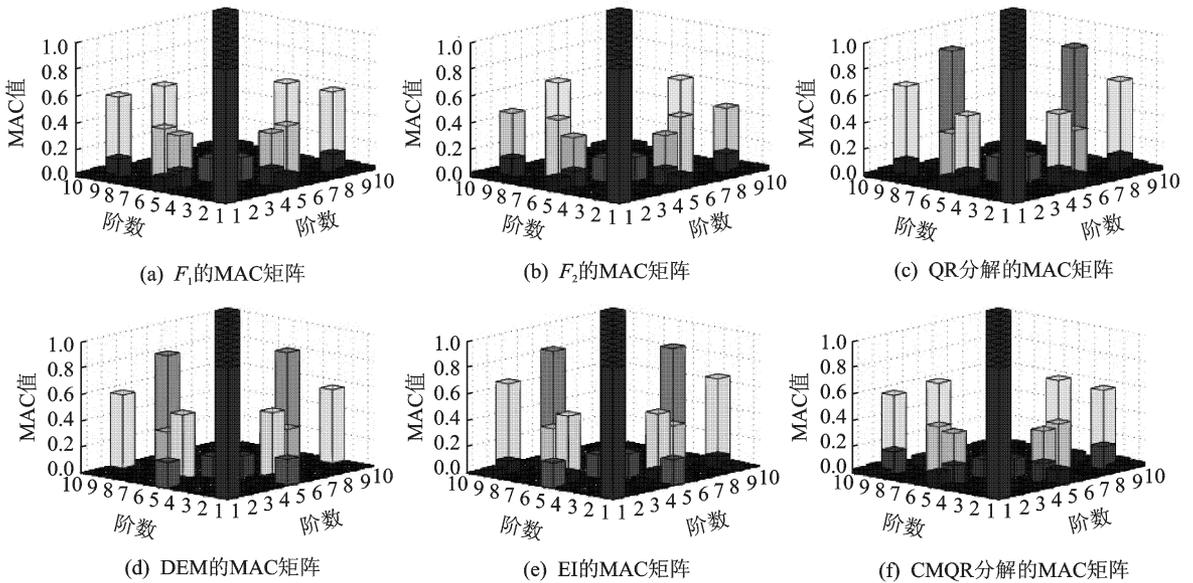


图4 不同方法的传感器优化配置对应的MAC矩阵

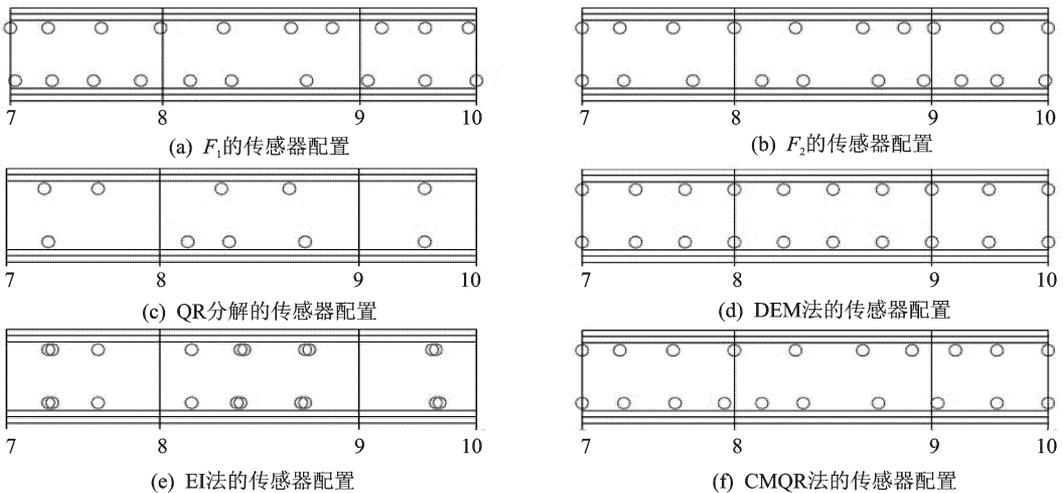


图5 不同方法对应的传感器优化配置图

果,都同时以MAC矩阵和Fisher信息阵为优化准则,整数编码遗传算法比CMQR法能获得更优的传感器优化配置。

由表1和表2知,相比整数编码遗传算法,DEM法和EI法传感器优化配置的试验模态向量的正交性较差。虽然EI法的 $\|Q\|_F$ 较大,但由图5可知,EI法出现了几组距离很小的传感器。

6.3 在模态挠度计算传感器优化配置中的应用

为了评价模态挠度计算的传感器优化配置的优劣,利用桥梁有限元模型两侧节点的各阶计算振型 ϕ_{Am} 和振型误差 R_m 两向量的最大值 Max_{Am} 与 Max_{Rm} 、均方根 Rms_{Am} 与 Rms_{Rm} 、平均值 Mean_{Am} 与 Mean_{Rm} , $m=1,2,\dots,M$ 。定义如下的评价指标

$$\text{Max}_m = \frac{\text{Max}_{Rm}}{\text{Max}_{Am}} \times 100\%, \text{Rms}_m = \frac{\text{Rms}_{Rm}}{\text{Rms}_{Am}} \times 100\%,$$

$$\text{Mean}_m = \frac{\text{Mean}_{Rm}}{\text{Mean}_{Am}} \times 100\%$$

表3 整数编码遗传算法19个传感器优化配置的相应指标

m	Max_m	Rms_m	Mean_m	m	Max_m	Rms_m	Mean_m
1	0.98/0.79	0.57/0.45	0.28/0.26	4	0.87/1.01	0.66/0.78	0.63/0.81
2	0.90/0.75	0.57/0.47	0.34/0.38	5	0.91/1.57	0.81/1.31	0.77/0.97
3	0.97/0.80	0.71/0.69	0.46/0.49	6	2.52/2.63	1.59/1.56	1.38/1.35

表4 平均法19个传感器优化配置的相应指标

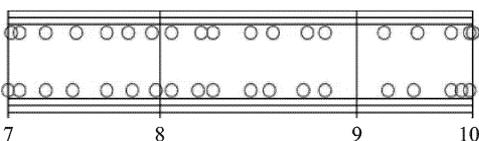
m	Max_m	Rms_m	Mean_m	m	Max_m	Rms_m	Mean_m
1	0.58/0.62	0.47/0.49	0.27/0.27	4	3.23/3.34	1.80/1.86	1.38/1.45
2	0.96/0.89	0.64/0.60	0.46/0.46	5	2.98/3.30	1.82/1.93	1.39/1.43
3	2.70/2.79	1.49/1.49	0.89/0.90	6	7.90/8.23	4.51/4.48	2.77/2.94

表5 平均法25个传感器优化配置的相应指标

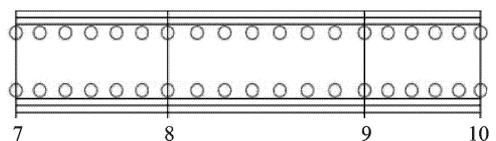
m	Max_m	Rms_m	Mean_m	m	Max_m	Rms_m	Mean_m
1	0.38/0.43	0.28/0.31	0.15/0.16	4	2.20/2.41	1.10/1.20	0.70/0.75
2	0.53/0.60	0.32/0.35	0.24/0.25	5	2.03/2.44	1.29/1.43	1.01/1.04
3	1.77/1.95	0.87/0.95	0.51/0.53	6	1.90/2.37	1.47/1.64	1.21/1.35

为了使两侧传感器的振型数据拟合出精确的振型曲线,每侧配置19个传感器,其中1个为参考点。因模态挠度法只需前6阶竖向振型即可获得高精度的模态挠度,因此针对前6阶竖向振型,以 F_3 为适应度函数,取 $S=100, V=100, P_c=0.8, P_m=0.01$,探讨整数编码遗传算法在模态挠度计算的传感器优化配置中的应用,结果如表3所示。为了便于比较,采用DEM法分别对19和25个传感器进行配置,结果分别如表4和表5所示,传感器的配置图如图6所示。表3~表5中“/”两侧的数据分别表示各阶内外侧振型对应的评价指标值。

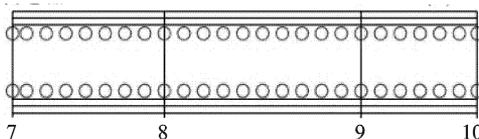
由表3知,每侧取19个传感器,采用整数编码遗传算法,利用适应度函数 F_3 获得传感器优化配置,其振型数据已能拟合出桥梁两侧较精确的振型曲线。由表4知,取19个传感器,采用平分法获得的传感器优化配置,其振型数据拟合出的桥梁两侧的振型曲线误差较大。由表5知,取25个传感器,采用平分法获得的传感器优化配置,其振型数据也能拟合



(a) IGA19个传感器



(b) 平分法19个传感器



(c) 平分法25个传感器

图6 不同方法的传感器优化配置图

出桥梁两侧较精确的振型曲线;但相对整数编码遗传算法,增加了12个传感器,即增加了2组试验,从而增加了试验时间和试验成本。

7 结 论

1) 采用整数对自由度集合编码,解决了二进制编码难以对自由度集合进行编码的问题。同时,采用了部分匹配交叉,防止了交叉运算可能会导致多个传感器配置在同一自由度。

2) 同时以MAC矩阵和Fisher信息阵为优化准则,传感器的优化配置既可保证试验模态向量良好的正交性,又对测量数据的抗噪能力及模态参数的估计达到较优。以各阶振型误差为优化准则,利用少数传感器的振型数据即可拟合出桥梁两侧较精确的振型曲线。

3) 将整数编码遗传算法与DEM法、EI法和CMQR法进行了比较。针对模型修正的传感器优化配置,取20个传感器,优化结果表明,遗传算法优于DEM法、EI法和CMQR法。针对模态挠度计算的传感器优化配置,采用遗传算法和DEM法对传感器配置进行了优化。优化结果表明,遗传算法优于DEM法。

参 考 文 献

[1] 王彤,张令弥. 运行模态分析的频域空间域分解法及其应用[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 62-66.
Wang Tong, Zhang Lingmi. Frequency and spatial domain decomposition for operational modal analysis and its application[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2006, 27(1): 62-66. (in Chinese)

[2] 刘宗政,陈恳,郭隆德,等. 基于环境激励的桥梁模态参数识别[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(3): 300-303.
Liu Zongzheng, Chen Ken, Guo Longde, et al. Modal parameter identification of a bridge under ambient excitation[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(3): 300-303. (in Chinese)

[3] Penny J E T, Friswell M I, Garvey S D. Automatic choice of measurement locations for dynamic testing[J]. AIAA Journal, 1994, 32(2): 407-414.

[4] 石秀华,孟祥众,杜向党,等. 基于多岛遗传算法的振动控制传感器优化配置[J]. 振动、测试与诊断, 2008, 28(1): 62-65.
Shi Xiuhua, Meng Xiangzhong, Du Xiangdang, et al. Application of MIGA to optimal disposition of sensors

in active vibration control[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(1): 62-65. (in Chinese)

- [5] 黄维平,刘娟,李华军. 基于遗传算法的传感器优化配置[J]. 工程力学, 2005, 22(1): 113-117.
Huang Weping, Liu Juan, Li Huajun. Optimal sensor placement based on genetic algorithms [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(1): 113-117. (in Chinese)
- [6] 林贤坤,张令弥,郭勤涛,等. 协同进化遗传算法在传感器优化配置中的应用[J]. 振动与冲击, 2009, 28(3): 195-199.
Lin Xiankun, Zhang Lingmi, Guo Qintao, et al. Application of coevolutionary genetic algorithm in optimal sensor placement [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(3): 195-199. (in Chinese)
- [7] Shi Z Y, Law S S, Zhang L M. Optimum sensor placement for structural damage detection[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(11): 1173-1179.
- [8] 刘娟,黄维平. 传感器优化配置的修正逐步累积法[J]. 青岛海洋大学学报, 2003, 33(3): 476-482.
Liu Juan, Huang Weping. Application of a cumulative method of sensor placement for offshore platforms [J]. Journal of Ocean University of Qingdao, 2003, 33(3): 476-482. (in Chinese)
- [9] Daniel C K. Sensor placements for on-orbit modal identification and correlation of large space structures [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1991, 14(2): 251-259.
- [10] 秦仙蓉,张令弥. 一种基于QR分解的逐步累积法传感器配置[J]. 振动、测试与诊断, 2001, 21(3): 168-173.
Qin Xianrong, Zhang Lingmi. Successive sensor placement for modal paring based-on QR-factorization[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2001, 21(3): 168-173. (in Chinese)
- [11] 王小平,曹立明. 遗传算法——理论、应用与软件实现[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2002:124-125.



第一作者简介:覃柏英,女,1979年10月生,讲师。主要研究方向为运筹与控制、结构动态优化。曾发表《模糊聚类分析法在广西区域经济中的应用》(《广西科学院学报》2005年第21卷第1期)等论文。
E-mail: Qby_5911@163.com

通讯作者:林贤坤,男,1976年1月生,博士。主要研究方向为桥梁结构的状态评估、结构力学建模与模型修正、有限元模型确认。

E-mail: linxk0209@yahoo.cn