# 计及负频率的极高频信号离散频谱校正新方法*

毛育文， 涂亚庆， 张海涛， 肖 玮

（后勤工程学院信息工程系 重庆，401311）

**摘要** 对于机械振动与故障诊断等领域中常见的极高频（接近奈奎斯特频率）信号，传统的离散频谱校正方法存在着较大误差，负频率成分干涉严重是影响其频谱分析精度的重要因素。为提高极高频信号的频谱分析与校正精度，给出了一种计及负频率影响的离散频谱校正新方法。该方法基于Blackman 窗，依据离散频谱的周期性并利用局部谱峰附近的 3 条谱线，建立包含正负频率贡献的离散频谱校正模型，通过对模型的求解获得频率、幅值和相位校正公式。采用频段内扫描的方式对频谱校正公式进行了仿真验证，结果表明所提方法可有效降低负频率成分对极高频信号频谱的干涉影响，提高其频率、幅值和相位校正精度。

**关键词** 频谱校正；负频率；Blackman 窗；高频；极端频率；奈奎斯特

**中图分类号** TN911.6；O329

## 引 言

直接从 FFT 得到的离散频谱，其频率、幅值和相位等参数均可能产生较大的误差[1]。为降低误差，目前已经发展了多种离散频谱校正方法[2-4]，比较常用的有比值法[5]、相位差法[6-7]、能量重心法[8]等。对于解析单频信号（analytical single tone，简称AST），以及频率成分松散（间隔较远）情形，以上校正方法具有较好的性能。但是当信号频率非常低或者接近奈奎斯特频率（即采样频率的一半）时[9-12]，或者信号观测时间极短时[13]，这些校正方法的精度还不太理想[9-18]。

笔者认为信号频率非常低可归为绝对低频信号范畴，信号观测时间极短可归为相对低频信号范畴（信号频率的高低是相对概念，与采集样本中包含的波动周期数有关[13]），此两类信号合称为“极低频信号”。相对而言，依据频谱分析的区间（$[0, f_s/2]$），将接近奈奎斯特频率（$f_s/2$）的待测信号称为“极高频信号”。将“极低频信号”和“极高频信号”统称为“极端频率信号”。该类极端频率信号的共性是负频率成分对正频率谱峰存在较严重的干涉作用[5,9-16]。对这些信号的频谱分析，除频谱泄漏和栅栏效应外，负频率成分的干涉是影响其精度的重要原因[9-10]，因此在进行频谱分析与校正时需要降低或消除负频率影响。

如何消除负频率影响，提高此类信号的频谱分析与校正精度，目前已开展了一些研究，但在普适性、校正精度、计算复杂度等方面都有待进一步发展和完善[16]。为此，在文献[5,9-16]针对极低频、极短时信号研究的基础上，笔者针对同样受负频率干涉影响严重的接近奈奎斯特频率的待测信号（即“极高频信号”）开展研究，提出了一种计及负频率影响的离散频谱校正新方法，以提高其频谱分析校正精度。

## 1 极高频信号分析

极高频信号并非传统定义上的绝对极高频信号，而是相对采样频率而言，特指接近奈奎斯特频率（采样频率的一半）的待测信号。

待测信号频率接近奈奎斯特频率一般出现在采样频率受限的情形。如在故障诊断领域，受硬件设计及成本因素影响，各种在役系统中配属的信号采集装置的采样频率调整范围相对有限与固定[17]，当装备故障信号中含高倍频分量时，故障信号特征频率则往往位于频谱的极高频部分[18]。例如，当现有采集装置的采样频率限定为 1 024 Hz 时，旋转机械转子系统松动故障产生的 10 倍频间谐分量为 500 Hz（基频 50 Hz，10×50 Hz=500 Hz），接近奈奎斯特频率 512 Hz，在频谱分布中相对而言属于高频段信号范畴[19]。

* 国家自然科学基金资助项目（编号：60871098）；重庆市自然科学基金重点资助项目（编号：CSTC2011BA2015）
收稿日期：2011-05-18；修改稿收到日期：2011-06-16

对于接近奈奎斯特频率的极高频信号,现有的离散频谱校正方法存在着较大误差。图1所示为无噪声情况下,采样频率为1 024 Hz时,靠近512 Hz(奈奎斯特频率)附近的频谱分析与校正结果。图中横坐标表示真实频率,纵坐标表示估计与校正频率,分别采用常用的比值校正法对信号进行分析校正。含圆圈的45°斜线表示信号真实频率,由上至下依次表示相位差校正法、FFT和比值校正法的计算结果。

由图1可知:当信号频率远离奈奎斯特频率(小于510.5 Hz)时,FFT、相位差校正法和比值校正法均具有较高的精度;当待测频率接近奈奎斯特频率时,真实频率与估计校正频率间的偏差显著增大。相位差校正法最大误差达到0.5个频率分辨率,FFT达到1个频率分辨率,比值校正法达到1.4个频率分辨率。

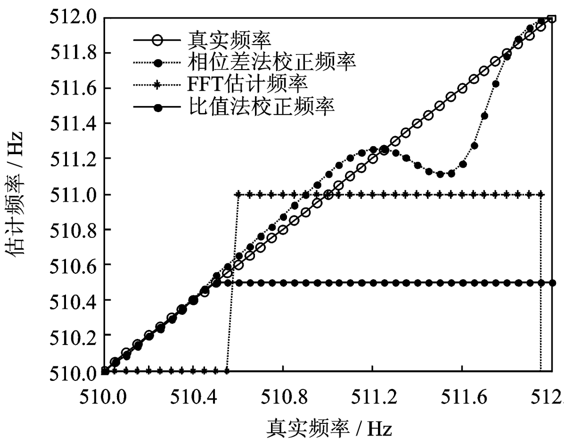



图1 负频率对极高频(接近奈奎斯特频率)信号的影响

由以上分析可知,极高频信号在振动工程、电子测量、仪器仪表、状态检测与故障诊断等领域大量存在,特别是采样频率固定了的采集装置或仪器,难以进行多采样率采样,其对极高频信号的分析与校正存在着较大误差。

## 2 频谱校正新方法

本研究方法的基本思想是利用Blackman窗滚降率大、频谱泄漏较小的特点,首先,建立极高频信号的频谱模型并进行加窗处理,根据离散频谱的周期性,将极高频信号表示为沿频率轴正反方向传播的波形叠加;然后,建立包含正负频率贡献的离散频谱校正模型,依据窗函数性质对其变形,选择局部谱峰附近的3条谱线建立近似线性方程组,通过方程组的求解获得待测频率;最后,利用待测频率进行幅值和相位校正。

### 2.1 极高频信号的频谱模型

设极高频信号$x(t)$的数学模型如下

$$x(t)=A\cos(\omega_0 t+\varphi_0)+D \tag{1}$$

其中:$A,\omega_0,\varphi_0,D$分别为信号的幅值、圆频率、初相位及直流分量。

根据离散频谱的周期性,式(1)具有如下性质

$$y(t)=A\cos[(\omega_0+\beta 2\pi N)t+\varphi_0]+D=x(t) \tag{2}$$

假设信号的观测时长为$T$,在$[0,T]$时间段内对信号加Blackman窗,求其频谱

$$X(\omega)=\int_0^T x(t)w(t-T/2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t \tag{3}$$

其中:离散频谱的分辨率为$\Delta\omega=2\pi/T$;待测频率$\omega_k=k\Delta\omega$($k$为谱线号);$w(t)$为Blackman窗函数。

$$w(t)=0.42+0.5\cos(2\pi t/T)+0.08\cos(4\pi t/T) \tag{4}$$

将式(1)代入式(3),可写成

$$X(\omega)=\int_0^T[A\cos(\omega_0 t+\varphi_0)+D]w(t-T/2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t \tag{5}$$

由时间位移特性可得

$$X(\omega)=A\int_{-T/2}^{T/2}\cos[\omega_0(t+T/2)+\varphi_0]\times w(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(t+T/2)}\mathrm{d}t+D\int_{-T/2}^{T/2}w(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(t+T/2)}\mathrm{d}t \tag{6}$$

令$D=0$(隔直处理),根据欧拉公式有

$$X(\omega)=\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0(t+T/2)-\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(t+T/2)}\mathrm{d}t+\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0(t+T/2)+\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(t+T/2)}\mathrm{d}t \tag{7}$$

根据式(2)性质

$$X(\omega)=\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_0+\beta_1 2\pi N)(t+T/2)-\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(t+T/2)}\mathrm{d}t+\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_0+\beta_2 2\pi N)(t+T/2)+\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(t+T/2)}\mathrm{d}t \tag{8}$$

整理可得

$$X(\omega)=\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega+\omega_0)(t+T/2)-\mathrm{j}(\varphi_0+\beta_1 2\pi N)}w(t)\mathrm{d}t+\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0)(t+T/2)+\mathrm{j}(\varphi_0+\beta_2 2\pi N)}w(t)\mathrm{d}t \tag{9}$$

利用式(2)性质可得

$$X(\omega)=\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega+\omega_0+\beta_3 2\pi N)(t+T/2)-\mathrm{j}(\varphi_0+\beta_1 2\pi N)}w(t)\mathrm{d}t+\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0+\beta_4 2\pi N)(t+T/2)+\mathrm{j}(\varphi_0+\beta_2 2\pi N)}w(t)\mathrm{d}t \tag{10}$$

式(10)表示的离散频谱可看作以$\omega=-\beta_3 2\pi N$和$\omega=-\beta_4 2\pi N$为起点,沿频率轴正负方向传播的

波形叠加，通常取[0,$N/2$]区间进行频谱分析，故取$\beta_1=\beta_2=\beta_4=0$，则式(10)改写为

$$X(\omega)=\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega+\omega_0+\beta_3 2\pi N)(t+T/2)-\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{d}t+\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0)(t+T/2)+\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{d}t \tag{11}$$

谱线号为

$$k=\omega/\Delta\omega+\beta_3 N \tag{12}$$

若为高频信号，即待测频率接近奈奎斯特频率时，谱线区间为[$N/4$,$N/2$]，取$\beta_3=-1$。将$\beta_3=-1$代入式(11)可得

$$\begin{aligned}X(\omega)&=\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega+\omega_0-2\pi N)(t+T/2)-\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{d}t+\\&\frac{A}{2}\int_{-T/2}^{T/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0)(t+T/2)+\mathrm{j}\varphi_0}w(t)\mathrm{d}t=\\&\frac{A}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}T/2-\mathrm{j}\varphi_0}W(\omega+\omega_0-2\pi N)+\\&\frac{A}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}T/2+\mathrm{j}\varphi_0}W(\omega-\omega_0)\end{aligned} \tag{13}$$

式(13)中，$W(\omega)$为Blackman窗谱

$$\begin{aligned}W(\omega)=&0.42\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega/2}+\\&0.25\left[\frac{\sin(\omega+2\pi/T)T/2}{(\omega+2\pi/T)/2}+\frac{\sin(\omega-2\pi/T)T/2}{(\omega-2\pi/T)/2}\right]+\\&0.04\left[\frac{\sin(\omega+4\pi/T)T/2}{(\omega+4\pi/T)/2}+\frac{\sin(\omega-4\pi/T)T/2}{(\omega-4\pi/T)/2}\right]\end{aligned} \tag{14}$$

## 2.2 频率校正

选择[$N/4$,$N/2$]区间局部谱峰附近的3条谱线$\omega_1$，$\omega_2$和$\omega_3$，根据式(14)，容易验证

$$W(\omega_1-\omega_0)=W(\omega_2-\omega_0)=W(\omega_3-\omega_0) \tag{15}$$

将式(14)改写为如下形式

$$W(\omega)=N(\omega)/M(\omega) \tag{16}$$

其中

$$M(\omega)=\omega[\omega^2-(2\pi/T)^2][\omega^2-(4\pi/T)^2] \tag{17}$$

$$\begin{aligned}N(\omega)=&0.84\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)\left[\omega^2-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\right]\left[\omega^2-\left(\frac{4\pi}{T}\right)^2\right]+\\&0.5\sin\left[\frac{T}{2}\left(\omega+\frac{2\pi}{T}\right)\right]\omega\left(\omega-\frac{2\pi}{T}\right)\left[\omega^2-\left(\frac{4\pi}{T}\right)^2\right]+\\&0.5\sin\left[\frac{T}{2}\left(\omega-\frac{2\pi}{T}\right)\right]\omega\left(\omega+\frac{2\pi}{T}\right)\left[\omega^2-\left(\frac{4\pi}{T}\right)^2\right]+\\&0.08\sin\left[\frac{T}{2}\left(\omega+\frac{4\pi}{T}\right)\right]\omega\left(\omega-\frac{4\pi}{T}\right)\left[\omega^2-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\right]+\\&0.08\sin\left[\frac{T}{2}\left(\omega-\frac{4\pi}{T}\right)\right]\omega\left(\omega+\frac{4\pi}{T}\right)\left[\omega^2-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\right]\end{aligned} \tag{18}$$

令

$$S=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_0}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T/2}N(\omega_k-\omega_0) \tag{19}$$

$$Q=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_0}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T/2}N(\omega_k+\omega_0-2\pi N) \tag{20}$$

根据前面所选择的3条谱线$\omega_1$，$\omega_2$和$\omega_3$，其幅值满足式(21)所示三元方程组，其中$\omega_0'$为待测频率$\omega_0$的估计值。

$$\begin{cases}\dfrac{1}{M(\omega_1-\omega_0')}S+\dfrac{1}{M(\omega_1+\omega_0'-2\pi N)}Q-X(\omega_1)=0\\\dfrac{1}{M(\omega_2-\omega_0')}S+\dfrac{1}{M(\omega_2+\omega_0'-2\pi N)}Q-X(\omega_2)=0\\\dfrac{1}{M(\omega_3-\omega_0')}S+\dfrac{1}{M(\omega_3+\omega_0'-2\pi N)}Q-X(\omega_3)=0\end{cases} \tag{21}$$

该方程组可视为关于$S$，$Q$的非齐次线性方程组，其存在非零解的条件是系数行列式的值为零，即

$$\begin{vmatrix}\dfrac{1}{M(\omega_1-\omega_0')}&\dfrac{1}{M(\omega_1+\omega_0'-2\pi N)}&X(\omega_1)\\\dfrac{1}{M(\omega_2-\omega_0')}&\dfrac{1}{M(\omega_2+\omega_0'-2\pi N)}&X(\omega_1)\\\dfrac{1}{M(\omega_3-\omega_0')}&\dfrac{1}{M(\omega_3+\omega_0'-2\pi N)}&X(\omega_1)\end{vmatrix}=0 \tag{22}$$

式(22)中，$\omega_0'$为惟一未知量，可化为关于$\omega_0'$的方程，对$f(\omega_0')=0$进行求解，即可获得$\omega_0'$。在仿真试验中，$\omega_0'$的求解可利用Matlab的fzero函数求得。

## 2.3 幅值和相位校正

幅值和相位校正精度取决于频率校正精度。在求得$\omega_0'$的基础上，选择$\omega_0'$附近最高的一条谱线$\omega_m$，利用$X(\omega_m)$进行幅值和相位校正。

根据式(11)可得

$$\begin{aligned}X(\omega_m)=&\frac{A}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_m-\omega_0')T/2+\mathrm{j}\varphi_0}W'(\omega-\omega_0')+\\&\frac{A}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_m+\omega_0'-2\pi N)T/2-\mathrm{j}\varphi_0}W'(\omega+\omega_0'-2\pi N)\end{aligned} \tag{23}$$

令$Y(\omega)=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T/2}W'(\omega)$，则

$$X(\omega_m)=\frac{A}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_0}Y(\omega_m-\omega_0')+\frac{A}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_0}Y(\omega_m+\omega_0'-2\pi N) \tag{24}$$

$$X^*(\omega_m)=\frac{A}{2}[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_0}Y^*(\omega_m-\omega_0')+\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_0}Y^*(\omega_m+\omega_0')] \tag{25}$$

联立式(24)和式(25)，解得幅值和相位校正公式为

$$\frac{A}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_0}=\frac{Y^*(\omega_m-\omega_0')X(\omega_m)-Y(\omega_m+\omega_0'-2\pi N)X^*(\omega_m)}{|Y(\omega_m-\omega_0')|^2-|Y(\omega_m+\omega_0'-2\pi N)|^2} \tag{26}$$

其中：$\omega_m=m\Delta\omega$。

## 3 仿真验证与分析

### 3.1 参数设置

为验证方法的有效性，在Matlab仿真环境中对本研究方法、比值校正法和相位差校正法进行了对比试验。按式(1)产生仿真信号并进行隔直处理，采用频段内扫描的方式对校正公式进行考核验证。采样频率为1 024 Hz，在考察相位校正误差时初始相位分别设置为110°和175°，扫描的极高频率区间从502 Hz到512 Hz，扫描步长为0.02 Hz。试验参数具体设置如表1所示。

**表1 仿真试验参数设置**

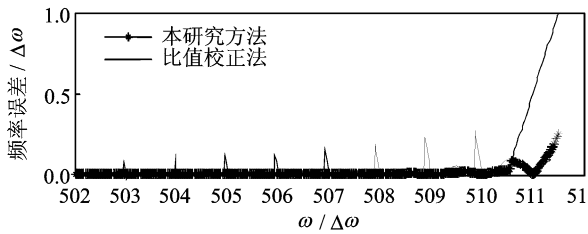
| 参数名 | 设定值 | 参数名 | 设定值 |
| --- | --- | --- | --- |
| 幅值 | $A=1$ | 起始频率 | 502 Hz |
| 初相1 | $\varphi_0=110°$ | 扫描步长 | 0.02 Hz |
| 初相2 | $\varphi_0=175°$ | 终止频率 | 512 Hz |
| 采样频率 | 1 024 Hz | 采样点数 | $N=1\ 024$ |

### 3.2 结果分析

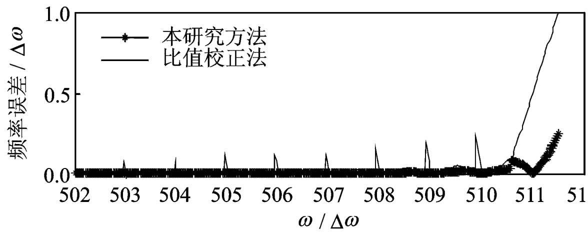
对于所考察的极高频段范围，仿真结果如图2～图6所示。图2～图4显示频率的校正误差；图3是图2(a)的局部放大；图4是对数坐标表示的频率校正误差；图5和图6分别描述幅值校正误差和相位校正误差。对仿真结果分析如下。

1）对于接近奈奎斯特频率的信号，当接近整周期采样条件时，比值较正法和相位差校正法均存在较大的锯齿状误差尖峰，如图2所示。文献[2]指出比值较正法存在较大锯齿状误差是插值方向的错误所致，本质原因则是负频率成分泄漏所导致的正频率主瓣附近谱线高度的改变。笔者研究表明，对于极高频信号，比值较正法和相位差校正法同样存在接近整周期采样条件下误差反而较大的情形，验证了负频率对极端频率信号的干涉影响。当待测频率与奈奎斯特频率相距低于一个频率分辨率时，比值较正法和相位差校正法几乎失效，本研究方法的误差也急剧增加，但不超过0.3个频率分辨率。

2）如图3所示，比值较正法除接近整周期采样附近的锯齿状误差外，半周期采样时的误差是最大的，本研究方法在半周期采样时的误差相对也要大一些，但基本控制在0.02Δω以内，即使在非常接近奈奎斯特频率时，误差上限为0.08Δω，明显低于比值较正法。相位差校正法亦存在同样的情况。



(a) 与比值校正法的比较



(b) 与相位差校正法的比较

图2 频率校正误差

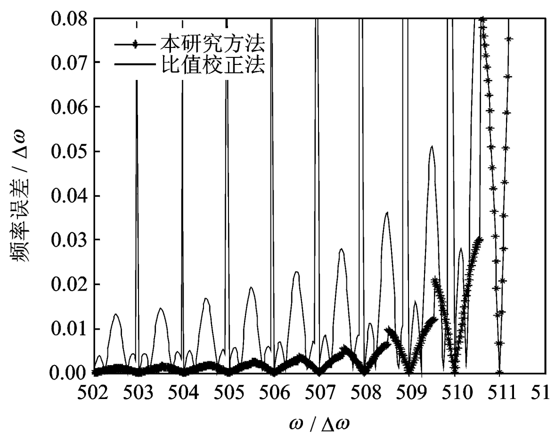



图3 频率校正误差(局部放大图)

3）如图4所示，奈奎斯特频率附近，随着信号频率的增加，本研究方法、比值较正法和相位差校正法的频率校正误差都有增加的趋势，但本研究方法的误差保持在较稳定的范围，且始终低于比值较正法和相位差校正法。3种方法整周期采样的频率校正误差依然是最小的，比值较正法和相位差校正法可达$10^{-13}$ Δω，本研究方法最低可到$10^{-17}$Δω。相位差校正法的最小误差存在间隔1个频率分辨率分布的情况，原因可能与相位差校正法选取的两段信号起始间距有关。

4）幅值校正结果如图5所示。当待测频率距离奈奎斯特频率小于1个频率分辨率时，本研究方法、比值较正法和相位差校正法均存在较大的误差，这是由于幅值校正建立在频率校正的基础上。因为比值校正法相比相位差校正法在幅值校正方面有更好的精度[1]，图5给出了本研究方法与比值校正法的比较。

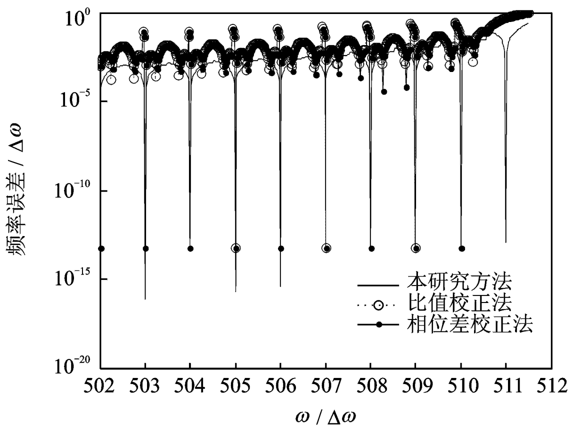



图4　频率校正误差（对数坐标）

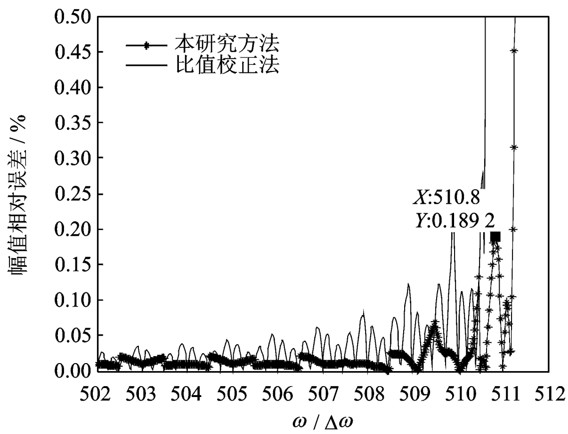



图5　幅值校正误差

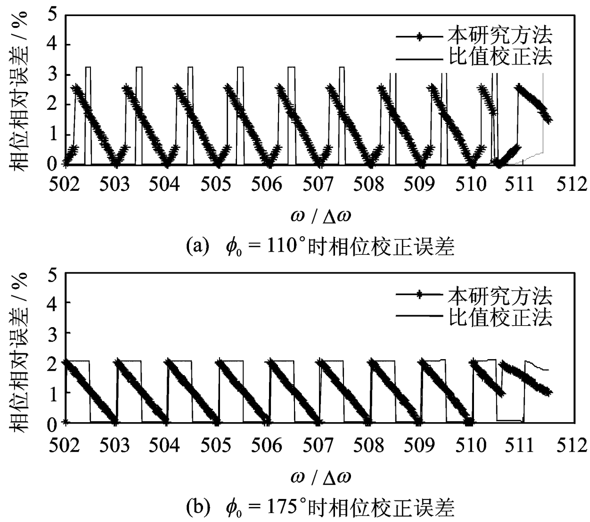



图6　相位校正误差

当待测频率距离奈奎斯特频率超过1.5$\Delta\omega$时，比值校正法存在着波浪形的误差，在接近整周期采样时达到最大值，这与频率校正的锯齿状误差有关。本研究方法的最大相对误差较稳定地控制在0.2%以内，明显低于比值校正法。

5）相位校正结果如图6所示。考虑到相位校正的敏感性，设定了两个不同初相条件进行考核。图6给出了本研究方法与相位差校正法的比较。本研究方法的校正相位在接近整周期采样时存在着锯齿状的跳变，其原因可能与校正公式在整周期采样附近取共轭有关，但相位相对误差控制在2.7%以内。相位差校正法所得相位存在着方波型的误差，其方波型顶部误差均超过2%，且随着初相不同，其方波型误差顶部的宽度和高度都有变化，这可能与相位差校正法两段信号起始点的截取间隔长度有关。因此，在相位校正方面，除局部范围外，本研究方法总体校正效果相比相位差校正法有一定的优越性。

## 4　结束语

对于振动工程实际中大量存在的极低频信号、极短时信号、极高频（接近奈奎斯特频率）信号等极端频率信号，传统的离散频谱校正方法还存在着较大的误差，负频率成分对正频率谱峰的干扰是影响其频谱分析精度的重要原因。笔者针对极端频率信号中的极高频信号，基于Blackman窗，提出了一种计及负频率影响的离散频谱校正新方法。该方法依据离散频率的周期性，利用局部谱峰附近的3条谱线构建了包含正负频率贡献的频谱校正模型，通过对模型的求解获得频率、幅值和相位校正参数。仿真试验显示本研究方法的频率校正误差上限为0.08$\Delta\omega$，幅值误差上限为0.2%，相位误差上限为2.7%，表明该方法对于消除负频率成分对极高频信号的干涉影响具有较好的效果。

## 参　考　文　献


［1］ 丁康，谢明，杨志坚. 离散频谱分析校正理论与技术［M］. 北京：科学出版社，2008：1-4.

［2］ 段明虎，秦树人，李宁. 离散频谱的校正方法综述［J］. 振动与冲击，2007 (11)：138-145.
Duan Minghu, Qin Shuren, Li Ning. Review of correction methods for discrete spectrum［J］. Journal of Vibration and Shock, 2007 (11)：138-145. (in Chinese)

［3］ Zhong Youming, Tang Baoping, Qin Shuren. A technique of deconvolution-based spectrum correction［C］// 7th International Symposium on Measurement Technology and Intelligent Instruments. Huddersfield, England：Institute of Physics Publishing, 2005：280-283.

［4］ Vladimír H, David S. Frequency spectrum cor-rection method for the ADC testing[C]//Instrumentation and Measurement Technology Conference. Como, Italy: IEEE Press, 2004: 533-536.

[5] 陈奎孚,王建立,张森文.频谱校正的复比值法[J].振动工程学报,2008,21(3):314-318.
Chen Kuifu, Wang Jianli, Zhang Senwen. Spectrum correction based on the complex ratio of discrete spectrum around the main-lobe[J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(3): 314-318. (in Chinese)

[6] Zhu Limin, Li Hanxiong, Ding Han, et al. Noise influence on estimation of signal parameter from the phase difference of discrete Fourier transforms[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2002, 16(6): 991-1004.

[7] Ding Kang, Xie Ming. Phase difference correction method for phase and frequency in spectral analysis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2000, 14(5): 835-843.

[8] 丁康,郑春松,杨志坚.离散频谱能量重心法频率校正精度分析及改进[J].机械工程学报,2010(5):43-48.
Ding Kang, Zheng Chunsong, Yang Zhijian. Frequency estimation accuracy analysis and improvement of energy barycenter correction method for discrete spectrum[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010(5): 43- 48. (in Chinese)

[9] 谢明,丁康,莫克斌.频谱校正时谱线干涉的影响及判定方法[J].振动工程学报,1998,11(1):52-57.
Xie Ming, Ding Kang, Mo Kebin. Spectrum line interaction and distinguish method of the spectrum interpo lation correction[J]. Journal of Vibration Engineering, 1998, 11(1): 52-57. (in Chinese)

[10] 杜衡.振动信号处理中傅里叶级数的形象化分析[J].振动、测试与诊断,2004(12):314-316.
Du Heng. Analysis of Fourier series in vibration signal processing[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2004(12): 314-316. (in Chinese)

[11] 陈奎孚,张森文,郭幸福.消除负频率影响的频谱校正[J].机械强度,2004,26(1):25-28.
Chen Kuifu, Zhang Senwen, Guo Xingfu. Spectrum rectifying with negative frequency contribution Eliminating[J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(1): 25-28. (in Chinese)

[12] 陈奎孚,王建立,张森文.低频成份的频谱校正[J].振动工程学报,2008,21(1):38-42.
Chen Kuifu, Wang Jianli, Zhang Senwen. Correction of frequency spectrum for low frequency components [J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(1): 38-42. (in Chinese)

[13] 陈奎孚,王建立,张森文.短记录加汉宁窗的频谱校正[J].振动与冲击,2008,27(4):49-51.
Chen Kuifu, Wang Jianli, Zhang Senwen. Spectrum correction for short signalsbased on Hanning [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(4): 49-51. (in Chinese)

[14] 张海涛,涂亚庆.基于FFT的一种计及负频率影响的相位差测量新方法[J].计量学报,2008,29(2):168-171.
Zhang Haitao, Tu Yaqing. A new method for phase diference measurement based on FFT with negative frequency contribution[J]. ACTA Metrological Sinica, 2008, 29(2): 168-171. (in Chinese)

[15] 张海涛,涂亚庆.计及负频率影响的科里奥利质量流量计信号处理方法[J].仪器仪表学报,2007,28(3):539-544.
Zhang Haitao, Tu Yaqing. New signal processing method with negative frequency contribution for Coriolis mass flowmeter[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, 28(3): 539-544. (in Chinese)

[16] 毛育文,涂亚庆,张海涛,等.计及负频率影响的频谱分析方法及研究进展[J].电测与仪表,2011,48(5):27-32.
Mao Yuwen, Tu Yaqing, Zhang Haitao, et al. Advances and trends in spectrum analyses methodology with negative frequency contribution [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2011, 48(5): 27-32. (in Chinese)

[17] 赵玲,刘小峰,秦树人,等.HHT新方法及其在齿轮箱故障诊断中的应用[J].振动、测试与诊断,2011,31(2):207-211, 167.
Zhao Lin, Liu Xiaofeng, Qin Shuren, et al. New HHT method and its application in gearbox fault diagnosis [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(2): 207-211, 167. (in Chinese)

[18] 向玲,杨世锡,唐贵基.次同步谐振下机组轴系弯扭振动信号分析[J].振动、测试与诊断,2011,31(2):233-236,269.
Xiang Lin, Yang Shixi, Tang Guiji. Crankle vibration analysis for engines radices frequency synchronous syntony[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(2): 233-236, 269. (in Chinese)

[19] 张平,张小栋.证据熵在旋转机械故障诊断中的应用[J].振动、测试与诊断,2010,30(1):55-58.
Zhang Ping, Zhang Xiaodong. Application of proof entropy in fault diagnosis of rotating machinery[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(1): 55-58. (in Chinese)

**第一作者简介**:毛育文,男,1982年11月生,博士研究生。主要研究方向为数字信号处理。曾发表《计及负频率影响的频谱分析方法及研究进展》(《电测与仪表》2011年第48卷第5期)等论文。
E-mail:maoyuwen111@126.com