

EMD 端点效应抑制的一种实用方法^{*}

王学敏¹, 黄方林²

(1. 贵州大学土木建筑工程学院 贵阳, 550003) (2. 中南大学土木建筑学院 长沙, 410075)

摘要 根据工程上常见的非平稳随机信号可预测性差、波形不规则等特点,在研究和总结现有端点延拓方法的基础上,提出了一种实用的端点效应抑制方法——极值平移法。该方法以信号端点及其附近极值的特征作为延拓依据,分别在信号两端各添加 2 个极大值点和 2 个极小值点,以此达到抑制端点发散的目的。仿真信号和实测响应的分解结果表明,该方法计算效率高,可有效减轻端点效应对经验模态分解(EMD)结果的影响。

关键词 经验模态分解; 端点效应; 随机信号; 极值平移法

中图分类号 U441.3; TH113

引言

Hilbert-Huang 变换(HHT)是 20 世纪 90 年代后期发展起来的一种时频分析方法^[1],该方法先将信号进行经验模态分解(EMD),产生一组具有不同特征时间尺度的本征模函数(IMF),然后再对每一个 IMF 分别作 Hilbert 变换,得到 Hilbert 谱,该谱能够比较准确地描述信号的能量随时间和频率的变化规律。HHT 不受 Fourier 变换理论的束缚,已被应用于结构健康监测与损伤识别^[2]、机械故障诊断^[3]和气象科学^[4]等领域的研究,并显示出了独特的优点。

EMD 通过多次筛选过程来逐个提取 IMF,在每一次筛选中,都要根据信号的局部极值点采用三次样条曲线分别拟合上、下包络线。但是由于信号的长度有限,端点之外的极值无法确定,因此在用样条曲线拟合时,包络线在端点附近常常会出现幅值很大的现象,称之为端点效应。对于信号的高频 IMF 分量,时间尺度小,极值点间距离小,端点效应仅局限在信号两端较小的部分;而对于低频 IMF 分量,时间尺度大,极值点间的距离大,端点效应会传播到信号的内部。随着 EMD 的不断筛选,端点效应就不断地向内扩散,尤其是当信号比较短时,会严重影响 IMF 的质量,使得分解结果无实际的物理意义;因此,需要研究合适的方法来抑制样条拟合时的端点发散现象,同时又要尽量避免扭曲信号的端部特征。

1 现有端点延拓方法

端点效应的抑制主要在两方面:一是采用其他类型的样条函数,这种方式虽然可以在一定程度上抑制端部发散,但其他样条函数的插值性能通常比三次样条差,一般很少采用;二是对信号或其极值向边界点外延拓,这是目前解决端点效应最行之有效的方式。Huang 等针对端点效应提出了在信号两端增加两组“特征波”的办法延拓,近年来国内外也有不少学者对此问题进行了研究。

文献[5]提出了一种利用神经网络技术对给定信号外延的算法。该算法对大多数信号特别是短信号具有比较好的端点抑制效果,其不足之处是神经网络的学习过程需要的时间较长,大大影响了 EMD 的分解速度,不适合实时信号处理。

文献[6]提出镜像延拓法,该方法的优点是只需对原始信号进行一次性延拓,在处理周期信号时能够取得较理想的效果;但当信号边界处有较强的不对称性时,需要截去一部分数据,把镜面放在具有对称性的极值处,以便获得最佳效果,故不适用于短信号。

此外,还有应用 ARMA 模型^[7]、ARIMA 模型^[8]、Volterra 模型^[9]和多项式拟合^[10]等处理端点效应,这些方法在很大程度上改善了 EMD 的分解质量,对于多数信号,如果应用适当,基本可获得较高的精度,但依然存在一些问题。首先,各种方法的延拓结果因人而异,很难保证分解的统一性,即使利

^{*} 贵州大学引进人才科研资助项目(编号:2008028)
收稿日期:2010-10-11;修改稿收到日期:2011-03-15

用同一种方法,也可能得到不同的结果;其次,对于随机性很强的非平稳信号,不论选取哪种延拓方法都难以实现信号的较准确预测,都会不可避免地引入误差,任意一种方法并不比其他方法更具适用性,此时应在尽量保证分解效果的前提下采取最简单、快捷的办法。

2 极值平移法

笔者针对工程上常见的随机信号可预测性差、波形不规则等特点,在现有方法基础上,发展了一种实用的端点效应抑制方法——极值平移法。该方法主要基于以下几点考虑:

1) 虽然现有许多成熟的理论可以用来预测信号在端点之外的数值或极值,但对成分十分复杂的信号,很难得到较准确的预测值,预测结果的可信度不高,不如直接添加极值;

2) 实际工程中,许多现场实测信号都是非平稳随机信号,波形杂乱,整体规律不强,因此,延拓的极值需尽可能反映出信号在边界附近的变化趋势;

3) 根据样条插值的要求,在信号的两端点以外各添加 2 个极大值点和 2 个极小值点即可达到抑制端点发散的目的。

极值平移法参照信号起点处的 3 个极值点和终点处的 3 个极值点,将它们各自依次连接并向信号外平行移动 2 次,得到延拓的极值,即将信号两端相邻的一对极大值或极小值点的时间差作为延拓极值的形状特征,其大小取为与最外侧极值点相等。具体做法如图 1 和图 2 所示。

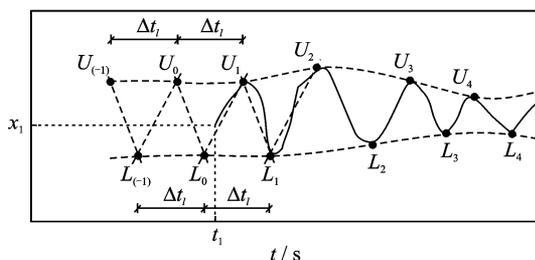
图 1 中 t_1, x_1 和 t_N, x_N 分别为信号 $x(t)$ 的起点和终点对应的时间及数值, U_1, U_2, \dots, U_P 为 $x(t)$ 的 P 个极大值点, L_1, L_2, \dots, L_Q 为 $x(t)$ 的 Q 个极小值点。用 $t_{U_1}, t_{U_2}, \dots, t_{U_P}$ 和 $x_{U_1}, x_{U_2}, \dots, x_{U_P}$ 分别表示 $x(t)$ 各极大值点所对应的时间和数值,用 $t_{L_1}, t_{L_2}, \dots, t_{L_Q}$ 和 $x_{L_1}, x_{L_2}, \dots, x_{L_Q}$ 分别表示 $x(t)$ 各极小值点所对应的时间和数值,则在信号的左端有

$$\Delta t_l = \begin{cases} t_{L_1} - t_{U_1} - \frac{(t_{L_1} - t_{U_2})(x_{L_1} - x_{U_1})}{x_{L_1} - x_{U_2}} & (t_{U_1} < t_{L_1}) \\ t_{U_1} - t_{L_1} + \frac{(t_{L_2} - t_{U_1})(x_{L_1} - x_{U_1})}{x_{L_2} - x_{U_1}} & (t_{U_1} > t_{L_1}) \end{cases}$$

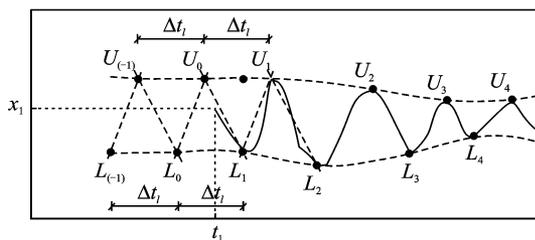
相应地,新添加的 2 个极大值点对应的的时间 $t_{U_0}, t_{U_{(-1)}}$ 和数值 $x_{U_0}, x_{U_{(-1)}}$ 分别为

$$t_{U_0} = t_{U_0} - \Delta t_l, \quad t_{U_{(-1)}} = t_{U_1} - 2\Delta t_l \quad (1)$$

$$x_{U_0} = x_{U_{(-1)}} = x_{U_1} \quad (2)$$

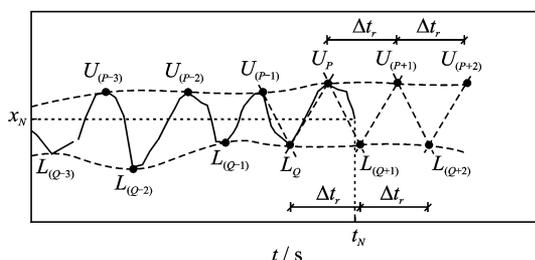


(a) $t_{U_1} < t_{L_1}$ 时

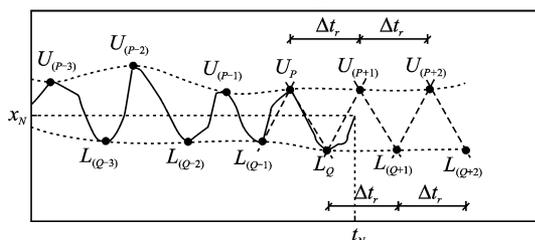


(b) $t_{U_1} > t_{L_1}$ 时

图 1 左端的极值平移法



(a) $t_{U_p} > t_{L_Q}$ 时



(b) $t_{U_p} < t_{L_Q}$ 时

图 2 右端的极值平移法

新添加的 2 个极小值点对应的的时间 $t_{L_0}, t_{L_{(-1)}}$ 和数值 $x_{L_0}, x_{L_{(-1)}}$ 分别为

$$t_{L_0} = t_{L_1} - \Delta t_l, \quad t_{L_{(-1)}} = t_{L_1} - 2\Delta t_l \quad (3)$$

$$x_{L_0} = x_{L_{(-1)}} = x_{L_1} \quad (4)$$

在信号的右端,有

$$\Delta t_r = \begin{cases} t_{U_p} - t_{L_Q} + \frac{(t_{L_Q} - t_{U_{(p-1)}})(x_{L_Q} - x_{U_p})}{x_{L_Q} - x_{U_{(p-1)}}} & (t_{U_p} > t_{L_Q}) \\ t_{L_Q} - t_{U_p} - \frac{(t_{L_{(Q-1)}} - t_{U_p})(x_{L_Q} - x_{U_p})}{x_{L_{(Q-1)}} - x_{U_p}} & (t_{U_p} < t_{L_Q}) \end{cases}$$

相应地,新添加的 2 个极大值点对应的的时间

$t_{U_{(P+1)}}, t_{U_{(P+2)}}$ 和数值 $x_{U_{(P+1)}}, x_{U_{(P+2)}}$ 分别为

$$t_{U_{(P+1)}} = t_{U_P} + \Delta t_r, \quad t_{U_{(P+2)}} = t_{U_P} + 2\Delta t_r \quad (5)$$

$$x_{U_{(P+1)}} = x_{U_{(P+2)}} = x_{U_P} \quad (6)$$

新添加的 2 个极小值点对应的的时间 $t_{L_{(Q+1)}}, t_{L_{(Q+2)}}$ 和数值 $x_{L_{(Q+1)}}, x_{L_{(Q+2)}}$ 分别为

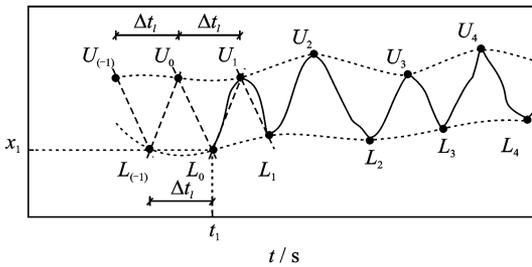
$$t_{L_{(Q+1)}} = t_{L_Q} + \Delta t_r, \quad t_{L_{(Q+2)}} = t_{L_Q} + 2\Delta t_r \quad (7)$$

$$x_{L_{(Q+1)}} = x_{L_{(Q+2)}} = x_{L_Q} \quad (8)$$

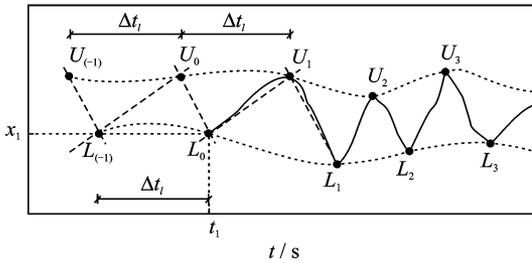
此外,还必须考虑到两种特殊情况:

1) 信号端点的数值比距离端点最近的极大值大或极小值小,即端点的数值超出了距离该端点最近的两个极值所包含的范围,如图 3(a)所示;

2) 进行极值延拓后,至少有一个新添加的极值落在了信号的两端点以内,如图 3(b)所示。



(a) 端点的数值超出最近极值



(b) 添加的极值落在端点之内

图 3 极值平移时的两种特殊情况及处理方法

这时,为了避免信号落在包络线之外的区域或者添加与实际明显不相符的极值,可作如下处理。

在信号的左端,若 $x_1 < x_{L_1}$ 或 $t_{L_0} > t_1$, 则

$$\Delta t_l = t_{U_1} - t_1 + \frac{(t_{L_1} - t_{U_1})(x_1 - x_{U_1})}{x_{L_1} - x_{U_1}}$$

新添加的 2 个极大值点与式(1)和式(2)相同, 2 个极小值点变为

$$t_{L_0} = t_1, \quad t_{L_{(-1)}} = t_1 - \Delta t_l$$

$$x_{L_0} = x_{L_{(-1)}} = x_1$$

若 $x_1 > x_{U_1}$ 或 $t_{U_0} > t_1$, 则

$$\Delta t_l = t_{L_1} - t_1 + \frac{(t_{L_1} - t_{U_1})(x_1 - x_{L_1})}{x_{L_1} - x_{U_1}}$$

新添加的 2 个极小值点与式(3)和式(4)相同,

2 个极大值点变为

$$t_{U_0} = t_1, \quad t_{U_{(-1)}} = t_1 - \Delta t_l$$

$$x_{U_0} = x_{U_{(-1)}} = x_1$$

在信号的右端,若 $x_N < x_{L_Q}$ 或 $t_{L_{(Q+1)}} < t_N$, 则

$$\Delta t_r = t_N - t_{U_P} - \frac{(t_{L_Q} - t_{U_P})(x_N - x_{U_P})}{x_{L_Q} - x_{U_P}}$$

新添加的 2 个极大值点与式(5)和式(6)相同,

2 个极小值点变为

$$t_{L_{(Q+1)}} = t_N, \quad t_{L_{(Q+2)}} = t_N + \Delta t_r$$

$$x_{L_{(Q+1)}} = x_{L_{(Q+2)}} = x_N$$

若 $x_N > x_{U_P}$ 或 $t_{U_{(P+1)}} < t_N$, 则

$$\Delta t_r = t_N - t_{L_Q} - \frac{(t_{L_Q} - t_{U_P})(x_N - x_{L_Q})}{x_{L_Q} - x_{U_P}}$$

新添加的 2 个极小值点与式(7)和式(8)相同,

2 个极大值点变为

$$t_{U_{(P+1)}} = t_N, \quad t_{U_{(P+2)}} = t_N + \Delta t_r$$

$$x_{U_{(P+1)}} = x_{U_{(P+2)}} = x_N$$

3 仿真算例

考虑如下由 2 个简谐波叠加而成的信号

$$x(t) = \sin\left(\frac{2}{20}\pi t\right) + \sin\left(\frac{2}{30}\pi t\right)$$

$x(t)$ 的波形如图 4 所示。

按极值平移法分解得到的 4 阶 IMF 如图 5 中的实线所示。其中:前 2 阶 IMF 的幅值相对较大,分别对应于信号 $x(t)$ 所包含的 2 个简谐波成分;后 2 阶 IMF 的幅值相对较小,在理论上它们是不存在的分量,这些“附加”成分产生的原因主要是三次样条拟合包络线所引入的误差和提取 IMF 过程中延拓方法引入的误差。为表明端点效应的抑制效果,将 c_1 和 c_2 的理论值以点线绘于图中。可以看到,分解结果与理论曲线基本吻合,在端点处产生的误差较小。

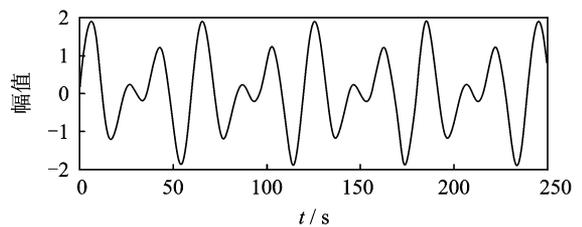


图 4 仿真信号的波形

4 应用实例

为了验证笔者所提方法的实际应用效果,现从

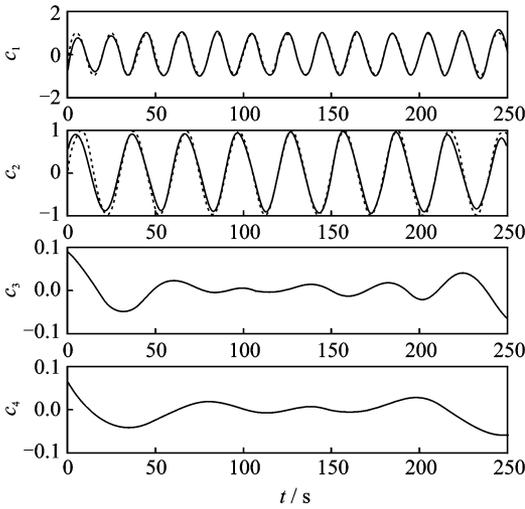


图 5 利用极值平移法得到仿真信号的 IMF(实线)与理论值(点线)的比较

南京长江大桥健康监测系统采集的各种实测响应记录中,选取一条采样频率为 200 Hz、时间长度为 90 s 的竖向加速度响应,截得中间 40~52s 的一段,如图 6 所示。

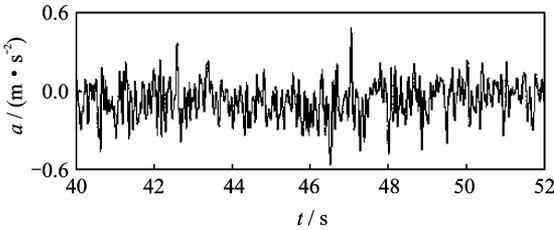


图 6 实测的竖向加速度响应

在 EMD 分解时引入极值平移法,共得到 8 阶 IMF 分量,其中最后 4 阶如图 7 中的实线所示。只

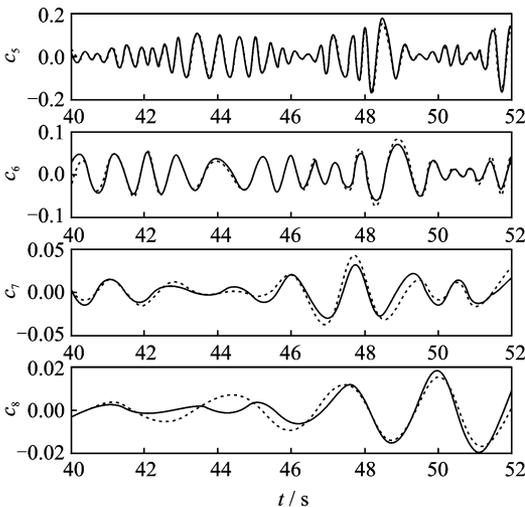


图 7 利用极值平移法得到的低频 IMF(实线)与真实值(点线)的比较

给出这 4 阶 IMF 是考虑到端点对信号的高频分量影响小,主要影响低频分量,将最后几阶 IMF 与真实值相比较更能表现出本研究方法的分解效果。作为比较,图 8 实线给出了利用文献[11]中的包络极值延拓法所得到的最后 4 阶 IMF 分量。

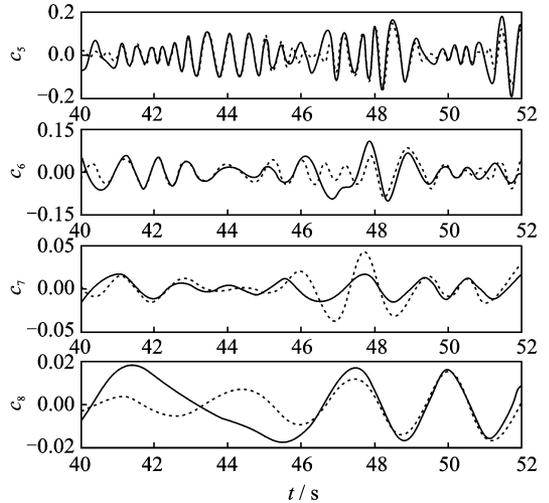


图 8 利用包络极值延拓法得到的低频 IMF(实线)与真实值(点线)的比较

对于仿真信号,各 IMF 分量有理论值可以参照,而对于在工程实际中采集的信号,得到真实准确的 IMF 几乎不可能;因此,笔者对整个 90 s 的响应进行分解,从相应的后面 4 阶 IMF 中,截取出受端点效应“污染”相对很小的 40~52 s 的部分,将其作为近似的真实值,以点线绘于图 7 和图 8 中。可以看到,利用笔者提出的极值平移法所得的分解结果与真实值符合程度良好,比利用包络极值延拓法所得的结果有明显改善,可以满足实际工程分析的需要。

为评估端点对 IMF 的影响程度,采用基于能量的评价指标^[12]

$$\theta_i = \frac{|\text{RMS}_i - \text{RMS}_{re}|}{\text{RMS}_{re}} \times 100\%$$

其中: θ_i 为第 i 个 IMF 的评价指标; RMS_i 和 RMS_{re} 为分解得到的第 i 个 IMF 和相应真实值的有效值。

RMS 按下式计算

$$\text{RMS} = \sqrt{\sum_{j=1}^m s^2(j)/m}$$

其中: m 为信号的采样点数; $s(j)$ 为信号序列。

若端点对 EMD 没有影响,则各 $\theta_i = 0$ 。 θ_i 越大,说明端点对该 IMF 的影响越大。经计算,采用包络极值延拓法时, $\theta_5 \sim \theta_8$ 的值分别为 17.8%, 17.2%, 45.8% 和 33.5%;而采用极值平移法时, $\theta_5 \sim \theta_8$ 的值分别为 7.9%, 6.2%, 17.7% 和 5.5%,分解精度大为提高。

5 结束语

提出了一种实用的端点效应抑制方法——极值平移法。该方法针对工程上常见的随机信号波形杂乱、特征波不明显,且利用现有理论进行预测可信度不高的特点,以端点附近极值的特征作为延拓依据,通过一系列连接极值点的平行线,分别在信号两端各平移添加2个极大值点和2个极小值点,以此解决端点发散现象。另外,该方法还考虑了当端点数值超出新添加的极值,以及新添加的极值落在端点之内这两种特殊情况,从而提高了极值平移法的适用性能。通过仿真算例及对实测南京长江大桥竖向加速度响应的分解结果与相应近似真实值的比较,表明极值平移法计算效率高,容易编程实现,可有效地减轻端点对各IMF分量产生的影响,且不存在诸如信号建模长度的确定、模型定阶、多项式次数的选取等问题,可保证延拓结果的统一性,对处理实际工程中复杂的随机信号尤其有效。

参 考 文 献

- [1] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A, 1998, 454: 903-995.
- [2] Kerschen G, Vakakis A F, Lee Y S, et al. Toward a fundamental understanding of the Hilbert-Huang transform in nonlinear structural dynamics[J]. Journal of Vibration and Control, 2008, 14: 77-105.
- [3] 王醇涛, 陆金铭. 运用HHT边际谱的柴油机故障诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(4): 465-468.
Wang Chuntao, Lu Jinming. Fault diagnosis of diesel engine based on HHT marginal spectrum[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(4): 465-468. (in Chinese)
- [4] McDonald A J, Baumgaertner A J G, Fraser G J, et al. Empirical mode decomposition of the atmospheric wave field[J]. Annales Geophysicae, 2007, 25(2): 375-384.
- [5] 邓拥军, 王伟, 钱成春, 等. EMD方法及Hilbert变换中边界问题的处理[J]. 科学通报, 2001, 46(3): 257-263.
Deng Yongjun, Wang Wei, Qian Chengchun, et al. Management of boundary problem in EMD and HHT[J]. Chinese Science Bulletin, 2001, 46(3): 257-263. (in Chinese)
- [6] Zhao Jinping. Improvement of the mirror extending in empirical mode decomposition method and the technol-

ogy for eliminating frequency mixing[J]. High Technology Letters, 2002, 8(3): 40-47.

- [7] 杨建文, 贾民平. 希尔伯特-黄谱的端点效应分析及处理方法研究[J]. 振动工程学报, 2006, 19(2): 283-288.
Yang Jianwen, Jia Minping. Study on processing method and analysis of end problem of Hilbert-Huang spectrum[J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(2): 283-288. (in Chinese)
- [8] 窦东阳, 赵英凯. 利用ARIMA改进HHT端点效应的方法[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(3): 249-253.
Dou Dongyang, Zhao Yingkai. Method of improving ending effect of Hilbert-Huang transform using autoregressive integrated moving average model[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(3): 249-253. (in Chinese)
- [9] 裘焱, 吴亚锋, 杨永峰, 等. Volterra模型预测在EMD端点延拓中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(1): 70-74.
Qiu Yan, Wu Yafeng, Yang Yongfeng, et al. Application of volterra model prediction to end extension of empirical mode decomposition[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(1): 70-74. (in Chinese)
- [10] 刘慧婷, 张旻, 程家兴. 基于多项式拟合算法的EMD端点问题的处理[J]. 计算机工程与应用, 2004(16): 84-86.
Liu Huiting, Zhang Min, Cheng Jiaying. Dealing with the end issue of EMD based on polynomial fitting algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2004(16): 84-86. (in Chinese)
- [11] 黄大吉, 赵进平, 苏纪兰. 希尔伯特-黄变换的端点延拓[J]. 海洋学报, 2003, 25(1): 1-11.
Huang Daji, Zhao Jinping, Su Jilan. Practical implementation of the Hilbert-Huang transform algorithm[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2003, 23(1): 1-11. (in Chinese)
- [12] 仁达千, 吴昭同, 严拱标. EMD端点效应的评价指标及抑制端点效应的窗函数法[J]. 制造业自动化, 2007, 29(1): 21-24.
Ren Daqian, Wu Zhaotong, Yan Gongbiao. Evaluation of the EMD end effect and its window based method[J]. Manufacturing Automation, 2007, 29(1): 21-24. (in Chinese)

第一作者简介:王学敏,女,1980年11月生,博士,副教授。主要研究方向为桥梁结构动力学、振动信号分析与处理。曾发表《大型桥梁模态参数识别的一种方法》(《工程力学》2007年第24卷第2期)等论文。

E-mail: 43575306@qq.com

