

转子在临界转速点的振动和阻尼比的估计方法*

金 路, 廖明夫, 宋明波

(西北工业大学旋转机械与风能装置测控研究所 西安, 710072)

摘要 以单盘对称转子模型为分析对象, 分析转子在临界转速点时的振动, 导出共振过程的数学模型。提出了两种识别转子阻尼比的新方法: a. 利用衰减自由振动信号, 构造关于其包络的误差函数, 通过迭代法使误差函数达到最小来估计阻尼比, 该方法相比对数衰减率法可以更加准确地估计转子的阻尼比; b. 利用幅频曲线识别转子阻尼比, 即根据转子实测的增减速过程振动数据, 利用最小二乘法预估阻尼比的初值, 再利用寻优法确定转子的阻尼比。通过试验检验, 证明这两种估计阻尼比的方法能够较有效地解决阻尼比估计不准的实际问题。

关键词 转子; 临界转速; 阻尼比; 最小二乘法; 寻优法

中图分类号 V231.96; TH113

引 言

航空发动机、蒸汽发电机组、部分压缩机和鼓风机等旋转机械均工作在超临界区域, 机器起停机过程中, 须通过临界转速。为尽量减小通过临界转速时转子的振动, 一方面, 要求机器快速通过临界转速; 另一方面, 在频繁起停的机器中, 专门加入阻尼器, 例如航空发动机中所应用的挤压油膜阻尼器, 以抑制过临界时的振动。笔者分析了转子在临界转速点的响应, 并建立了一种阻尼比的估计方法。

1 转子在临界转速点时的振动

实际上, 在临界转速点, 转子振动要达到峰值需要一定的时间。当转速为临界转速时, 即转速 $\Omega = \omega$, 转子运动微分方程^[1]变为

$$\ddot{r} + 2D\omega\dot{r} + \omega^2 r = \varepsilon\omega^2 e^{j\omega t} \quad (1)$$

其中: r 为转子的振动; D 为阻尼比; ω 为转子临界转速; ε 为偏心距。

方程的解为

$$r = r_1 + r_2 = e^{-\omega Dt} (A_1 e^{j\sqrt{1-D^2}\omega t} + A_2 e^{-j\sqrt{1-D^2}\omega t}) + X e^{j\omega t} \quad (2)$$

其一阶导数为

$$\begin{aligned} \dot{r} = & (-\omega D) e^{-\omega Dt} (A_1 e^{j\sqrt{1-D^2}\omega t} + A_2 e^{-j\sqrt{1-D^2}\omega t}) + \\ & e^{-\omega Dt} (A_1 j\sqrt{1-D^2}\omega e^{j\sqrt{1-D^2}\omega t} - \\ & A_2 j\sqrt{1-D^2}\omega e^{-j\sqrt{1-D^2}\omega t}) + X(j\omega) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (3)$$

其中: 第 1 项 r_1 为对应于齐次方程的通解; 第 2 项 r_2 为非齐次方程的特解; A_1 和 A_2 为待定常数, 由方程初始条件决定。

X 可由如下方法确定: 对 r_2 分别求 1 阶和 2 阶导数

$$\dot{r}_2 = Xj\omega e^{j\omega t} \quad (4)$$

$$\ddot{r}_2 = -X\omega^2 e^{j\omega t} \quad (5)$$

代入式(1), 可得

$$2D\omega^2 Xj e^{j\omega t} = \varepsilon\omega^2 e^{j\omega t} \quad (6)$$

由此解得

$$X = -j\varepsilon/2D \quad (7)$$

取零初始条件, 即 $t=0, r=0, \dot{r}=0$, 代入式(2)和式(3), 则得

$$\begin{cases} A_1 = \frac{\varepsilon j}{4D} \left(1 + \frac{1-Dj}{\sqrt{1-D^2}} \right) \\ A_2 = \frac{\varepsilon j}{4D} \left(1 - \frac{1-Dj}{\sqrt{1-D^2}} \right) \end{cases} \quad (8)$$

于是得到转子在临界转速点处的响应为

$$\begin{aligned} r = & \frac{\varepsilon j}{4D} e^{-\omega Dt} \left[\left(1 + \frac{1-Dj}{\sqrt{1-D^2}} \right) e^{j\sqrt{1-D^2}\omega t} + \right. \\ & \left. \left(1 - \frac{1-Dj}{\sqrt{1-D^2}} \right) e^{-j\sqrt{1-D^2}\omega t} \right] - \frac{\varepsilon j}{2D} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (9)$$

图 1 所示为转子振动幅值达到最大值的过

程。无阻尼时, $D=0$, 转子的响应为

$$r = \frac{\varepsilon}{4} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t} - 2j\omega t e^{j\omega t}) \quad (10)$$

式(10)可直接令 $D=0$ 求解式(1)得到, 也可以利用罗必塔法则通过对式(9)求极限得到。

图 2 表示转子振动随时间逐步趋于无穷大。由

* 收稿日期: 2010-10-10; 修改稿收到日期: 2011-02-10

图1和图2可见,在临界转速点,转子的振动幅值随着时间的增长而增长。阻尼比越小,转子达到最大振幅的时间越长,且最大振幅越大,这时,如果快速通过临界转速,就可有效控制振动幅值的增长。

2 阻尼比的估计方法

图1和图2说明了增加阻尼比对临界峰值的影响。目前,阻尼比 D 的估计方法使用较多的是对数衰减率法和半功率点估计法。不论是在锤击下的衰减自由振动信号中,还是在升(或降)速过程测得的幅频特性数据中,都包含有测量误差和噪声影响。另外, D 一般都会小于10%;因此,利用这两种方法估计阻尼比,误差较大。

2.1 根据衰减自由振动信号估计阻尼比

对于实测的衰减自由振动信号,其中必然包含噪声干扰。用若干个周期的峰值求出阻尼比,然后取均值,可达到降噪的目的。取 n 个峰值为 r_0, r_1, \dots, r_{n-1} ,每一周期估计的阻尼比为

$$D_i = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{x_i}{x_{i+1}} \quad (i = 0, 1, \dots, n-2) \quad (11)$$

取平均值,求得

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-2} D_i \quad (12)$$

图3为只用一个周期估计的阻尼比和多周期平均估计的比较,该衰减曲线为某600W风力机叶片实测数据。

也可采取包络逼近的方法求出阻尼比 D 。设衰减自由振动的包络为

$$\tilde{x} = R_0 e^{-\omega D t} \quad (13)$$

构造误差函数

$$f = \sum_{k=0}^n |x(kT) - \tilde{x}(kT)| \quad (14)$$

其中: $x(kT)$ 为测量信号在 $t=kT$ 时的峰值。

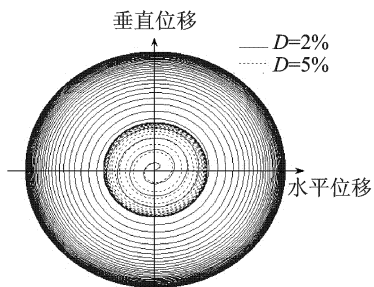


图1 在临界转速处转子振动幅值达到最大值的过程

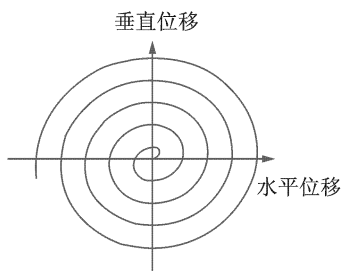


图2 在临界转速处无阻尼转子振动幅值趋于无穷大的过程

分别迭代 R_0 和 ωD 使误差函数 f 达到最小。由于 R_0 和 ωD 是相互独立的,因此可为 R_0 设置一个初值,只迭代求解 ωD 即可,所得结果不受 R_0 的影响。

临界转速 ω 较容易精确确定,求出 ωD 后,就可得到阻尼比 D 值。在误差函数式(14)中,取误差绝对值之和,而未取误差平方之和,目的是减小计算量和计算误差,所得结果是一致的。

事实上,由于周期 T 和 ω 是相关的,在小阻尼比情况下, $T=2\pi/\omega$,故误差函数可表示为

$$f = \sum_{k=0}^n |x(kT) - R_0 e^{-2\pi k D}| \quad (15)$$

从某一时刻 $t=0$, $R_0=x(0)$ 开始,每隔一个周期 T ,计算误差函数 f 中对应的一项。迭代阻尼比 D ,直至误差函数达到最小为止。可见,无须事先确定临界转速 ω 。图4表示利用包络逼近估计的阻尼比和利用多点平均估计的阻尼比的比较,该衰减曲线为某600W风力机叶片实测数据。

由图4可见,利用包络逼近估计得到的阻尼比比利用多点平均估计得到的阻尼比更接近真实曲线。

2.2 根据幅频特性曲线识别阻尼比

实际中往往不易实施锤击试验,但在升(或降)速过程中,可测得转子的幅频特性。在测量信号中,包含误差和噪声,特别是在临界转速点,由于振动剧烈,一般必须快速通过,故很难测到临界峰值。另外,由于转速和工况条件的限制,幅频特性曲线所包含的转速范围非常有限,无法运用半功率点估计方法,或者用此法估计的阻尼比误差较大,但可用以下的寻优估计求得阻尼比。

假设测量得到的转子幅频特性为 $\tilde{R}(\eta)$,转速比 $\eta=\Omega/\omega$ 。理想情况下,转子幅频特性^[2]为

$$R = \frac{\varepsilon \eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} \quad (16)$$

构造误差函数为

$$f = \sum_{k=0}^n |\tilde{R}(\eta_k) - R(\eta_k)| \quad (17)$$

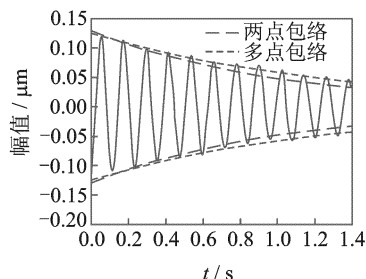


图3 用一个周期估计的阻尼比($D=1.84\%$)和多周期平均估计阻尼比($D=1.43\%$)的比较

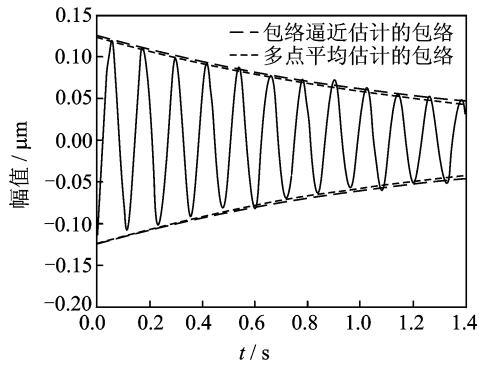


图4 利用包络逼近估计的阻尼比($D=1.31\%$)和利用多点平均估计的阻尼比($D=1.43\%$)的比较

其中: n 为所取临界转速附近的测试点个数。

由于 ϵ 、 ω 和 D 是相互独立的,采用上述类似的方法,设定 ϵ 的初值, $\epsilon=\epsilon_0$,同时选定 D 的初值,迭代 D ,使误差函数达到最小。 ϵ 和 D 的初值可由最小二乘法确定。设 $\lambda=1/\eta=\omega/\Omega$,为转速比的倒数,则式(16)可变为

$$\epsilon^2 - 4\lambda^2 R^2 D^2 = R^2(\lambda^2 - 1)^2 \quad (18)$$

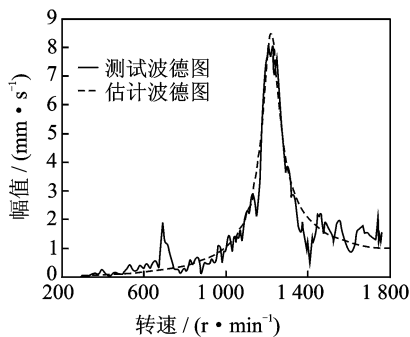


图5 某风电场2#风机水平方向利用寻优法估计阻尼比后计算出的波德图与原波德图对比($D=3\%$)

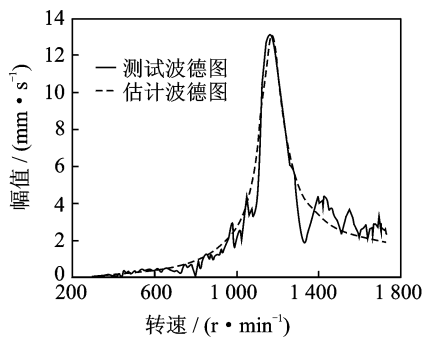


图6 某风电场14#风机水平位置利用寻优法估计阻尼比后计算出的波德图与原波德图对比($D=3.9\%$)

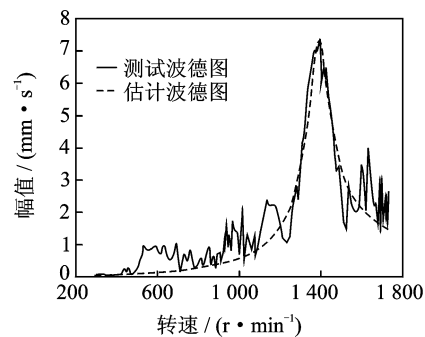


图7 某风电场14#风机垂直位置利用寻优法估计阻尼比后计算出的波德图与原波德图对比($D=3.6\%$)

3 结论

1) 在临界转速点,转子振动要达到峰值需要一定的时间。阻尼越大,达到峰值的时间越短,最大峰值也越小。如果没有阻尼,幅值会达到无限大。所以,在设计超临界运行的机组时,必须考虑到过临界转速时阻尼大小的问题,运行一段时间后,还要定期检验,以确保机组的振动维持在较小的水平。

2) 根据衰减自由振动信号估计阻尼比时,多周期平均估计比单周期估计更接近真实值。利用笔者所述的包络逼近法估计阻尼比相比对数衰减率法可以更加准确地估计转子的阻尼比。

3) 笔者提出的利用幅频特性寻优估计阻尼比的方法,能较好地抑制噪声和测量误差的影响,在有效数据点有限的情况下,仍能较准确地估计阻尼比。

式(18)中 R 可由实测转子幅频特性曲线获取, λ 可由幅频曲线上临界转速除以它附近的各个实测转速得到一组值,临界转速近似为幅频曲线的峰值对应的转速。式(18)成为一组未知数为 ϵ^2 和 D^2 的二元一次矛盾方程组,用 $Ay=b$ 表示,根据最小二乘法理论^[3],可求得

$$y = (A^T A)^{-1} (A^T b) \quad (19)$$

从而得到 ϵ 和 D 的初值。

如果幅频特性曲线中临界转速 ω 误差比较大,则可分别迭代 ω 和 D ,使误差函数 f 最小。图5、图6和图7为某风电场测得的1.5 MW风力发电机组运行约5个月所测的幅频特性曲线和估计的阻尼比。由曲线可见,实测的波德图在很多位置呈锯齿状,如果利用半功率点法,很难确定半功率点的转速和幅值,难以估计阻尼比。利用寻优估计法估计阻尼比后反推出的波德图与实测波德图非常接近,说明这种估计阻尼比的方法比较有效。在风电机组中一般均要加装阻尼器以减振和降噪。运行一定时间后,需对阻尼器的阻尼效果进行检测。

参 考 文 献

- [1] Gasch R, Pfuetzner H. 转子动力学导论[M]. 周仁睦,译. 北京:机械工业出版社,1986:28-29.
- [2] 廖明夫. 转子动力学基础[M]. 西安:西北工业大学出版社,2005:23-24.
- [3] 李信真,车刚明,欧阳洁,等. 计算方法[M]. 西安:西北工业大学出版社,2000:130-135.



第一作者简介:金路,男,1986年2月生,博士研究生。主要研究方向为转子动力学。
E-mail:karlking@mail.nwpu.edu.cn