

# 基于不变矩的微弱信号检测方法\*

胥永刚, 马海龙, 冯明时, 崔玲丽

(北京工业大学北京市先进制造技术重点实验室 北京, 100124)

**摘要** 由于混沌振子从混沌状态转变到大尺度周期状态时其相图的对称性将发生较大变化, 提出应用 Hu 氏不变矩对混沌振子相图的状态进行描述, 通过不变矩-策动力关系曲线确定混沌振子相图处于大尺度周期状态的左临界阈值, 根据混沌振子混沌状态和大尺度周期状态下不变矩的差异实现混沌振子相图的自动识别。对仿真和工程实测信号进行了分析, 结果表明, 不变矩值能够准确识别混沌振子相图的状态, 并具有良好的抗噪能力。

**关键词** 混沌振子; 不变矩; 故障诊断; 对称性; 临界阈值

**中图分类号** TN911; TH165

## 引言

随着混沌理论的发展, 对于混沌振子相图的自动识别受到众多学者的关注。Melnikov 方法是近年来被广泛使用的阈值确定方法<sup>[1]</sup>, 但 Melnikov 函数确定的混沌区与实测混沌区有所不同, 该方法确定的临界阈值只在一定范围内是准确的。李月等根据混沌振子周期解几何特征计算信号幅值的大小<sup>[2]</sup>。张宾等利用 Lyapunov 指数的变化判定混沌振子相图状态的变化<sup>[3]</sup>, 应用 Lyapunov 指数描述混沌振子相图由混沌状态到大尺度周期状态的转变过程中存在一个过渡区, 在过渡区内无法判别混沌振子相图的状态。Guanyu Wang 等利用混沌振子的 Floquet 指数估计待检测信号的幅值<sup>[4-5]</sup>, 但文献中没有给出如何确定临界阈值, 且 Floquet 指数曲线的线性区间比较小, 限制了其应用。笔者对相图转变前、后的对称性进行研究, 提出利用不变矩来描述混沌振子相图对称性的变化, 实现混沌振子相图状态的自动识别。

## 1 混沌振子检测器

混沌振子常采用 Holmes 型 Duffing 方程作为检测器, 其形式为

$$x''(t) + kx'(t) - x(t) + x^3(t) = f \cos(\omega t) \quad (1)$$

其中:  $k$  为阻尼比;  $-x(t) + x^3(t)$  为非线性恢复力;  $f \cos(\omega t)$  为周期驱动力。

为了检测任意的周期信号, 令  $t = \omega_0 \tau$ , 代入式 (1) (转换后用  $t$  代替  $\tau$ ) 得到状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}' = \omega_0 y \\ \dot{y}' = \omega_0 (-ky + x - x^3 + F_0 \cos(\omega_0 t)) \end{cases} \quad (2)$$

当加入被测微弱周期信号和外部噪声后, 式 (2) 变为

$$\begin{cases} \dot{x} = \omega_0 y \\ \dot{y} = \omega_0 (-ky + x - x^3 + F_0 \cos(\omega_0 t) + F_1 \cos(\omega_1 t + \theta) + N(t)) \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\omega_0$  为内部周期摄动力的角频率;  $F_0$  为周期策动力的幅值;  $\omega_1$  为待测微弱周期信号的角频率;  $F_1$  为待测信号的幅值;  $\theta$  为待测信号的相位;  $N(t)$  为服从正态分布的随机噪声。

当  $k$  固定时, 逐渐增大周期摄动力的幅值  $F_0$ , 混沌振子相图随之变化, 呈现出 3 种状态, 即小尺度周期状态、混沌状态和大尺度周期状态。混沌振子检测利用了相图从混沌状态向大尺度周期状态转变这一过程。混沌振子相图从混沌状态向大尺度周期状态转变的临界值记为  $F_r$ , 若信号中含有待检测频率则有  $F_1 + F_0 > F_r$ , 此时, 混沌振子相图从混沌状态向大尺度周期状态转变。

## 2 混沌振子相图的不变矩识别

混沌振子相图从混沌状态转变到大尺度周期状态的同时, 其对称性也发生了显著变化。混沌振子处

\* 国家自然科学基金资助项目(编号: 50705001, 51075009); 国家高技术研究发展计划(“八六三”计划)资助项目(编号: 2009AA04Z417)

收稿日期: 2010-07-28; 修改稿收到日期: 2010-10-18

于混沌状态时其相图杂乱无章,对称性较差。混沌振子相图处于大尺度周期状态时,相图收敛于同宿周期轨道,对称性显著提高。Hu氏不变矩最初应用于图像识别领域中<sup>[6]</sup>,具有平移、伸缩和旋转不变性,即图形做平移、伸缩和旋转变换时,Hu氏不变矩的值保持不变。但是,不同的图形对应于不同的不变矩的值,即使图像之间区别很细微。目前,Hu氏不变矩已应用在轴心轨迹的识别中<sup>[7]</sup>。在Hu提出的7个不变矩中,不变矩 $\varphi_2$ 表征了图形图像的对称性, $\varphi_2$ 的值越大,图像的对称性就越差,反之亦然。笔者将 $\varphi_2$ 作为刻画混沌振子相图对称性的一种测度。

### 2.1 混沌振子相图的不变矩刻画

在 $R^2$ 坐标平面上,一个二值图像的 $(p+q)$ 阶矩可以表示为

$$m_{pq} = \sum_y \sum_x f(x,y)x^p y^q \quad (4)$$

其中: $f(x,y)$ 为图像的灰度; $m_{pq}$ 依赖于该图像在坐标系中的位置,不具备平移不变性。

$(p+q)$ 阶的中心距 $\mu_{pq}$ 满足平移不变性,定义为

$$\mu_{pq} = \sum_y \sum_x (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x,y) \quad (5)$$

其中: $(\bar{x}, \bar{y})$ 为图像的质心。

$$\begin{cases} \bar{x} = m_{10}/m_{00} \\ \bar{y} = m_{01}/m_{00} \end{cases} \quad (6)$$

对 $\mu_{pq}$ 进行正规化处理得到 $\eta_{pq}$ ,其表达式为

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\frac{p+q}{2}}} \quad (p+q \geq 2) \quad (7)$$

其中: $\eta_{pq}$ 满足平移和伸缩不变性。

不变矩 $\varphi_2$ 的表达式为

$$\varphi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11} \quad (8)$$

在计算不变矩时,将混沌振子相图作二值化处理。在 $R^2$ 平面上,相图所经过的坐标点的灰度值定义为 $f(x,y)=1$ ,相图没有经过的坐标点的灰度值定义为 $f(x,y)=0$ 。以检测5 Hz的频率为例来说明不变矩 $\varphi_2$ 与策动力 $F_0$ 的关系。在输入信号为零的条件下,待检测频率为5 Hz,策动力 $F_0$ 从0增加到1,不变矩 $\varphi_2$ 的值随策动力 $F_0$ 的变化如图1所示。可以看出,不变矩 $\varphi_2$ 与策动力 $F_0$ 曲线在 $F_0=0.66$ 处出现了较大的跃变。当 $F_0 \geq 0.66$ 时,不变矩的值很小,同时随着 $F_0$ 的增大,不变矩 $\varphi_2$ 的值缓慢增加,但变化趋势平稳。当 $F_0 < 0.66$ 时,不变矩的值较大,曲线波动剧烈。拐点前、后混沌振子的相图如图2所示。可以看出, $F_0=0.66$ 不仅是不变矩 $\varphi_2$ 与策动力 $F_0$ 关系曲线变化趋势的拐点,同时也是混沌振子相图处于大

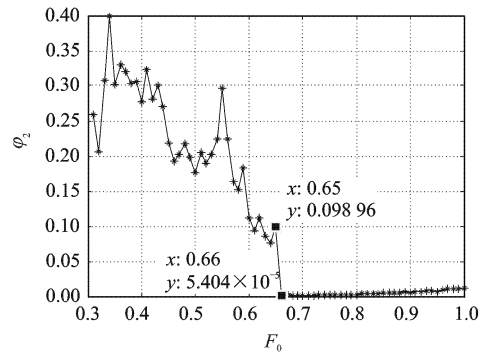


图1 不变矩 $\varphi_2$ 随策动力 $F_0$ 变化的趋势图

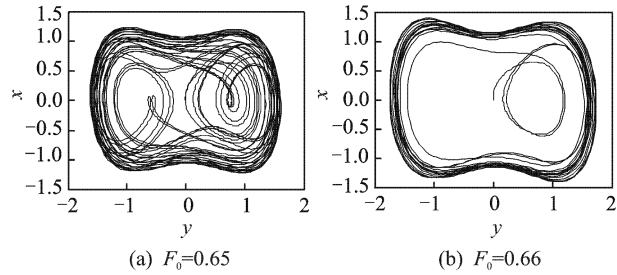


图2 不同状态下的混沌振子相图

尺度周期状态的左临界值。虽然混沌振子相图进入大尺度周期状态后,不变矩的值略有增大,但只要混沌振子相图处于大尺度周期状态,不变矩的值都小于混沌状态不变矩的值;因此,在应用不变矩 $\varphi_2$ 对混沌振子相图的状态进行自动识别时,只需要找到混沌振子相图处于混沌状态时不变矩的最小值 $\varphi_{2-\min}$ 即可。若 $\varphi_2 \ll \varphi_{2-\min}$ ,则此时混沌振子相图处于大尺度周期状态。

### 2.2 数值仿真

构造一个仿真信号

$$y = 0.2\sin(20\pi t) + \sin(50\pi t) + N_{\text{oise}} \quad (9)$$

其中:待检测频率 $f=10$  Hz; $N_{\text{oise}}$ 为随机噪声。

利用混沌振子检测该信号并计算不变矩值,实现混沌振子相图状态的自动识别。首先,绘制不变矩 $\varphi_2$ 与策动力 $F_0$ 的关系曲线,如图3所示。可以看出,混沌振子相图处于大尺度周期状态的左临界值 $F_r=0.5$ ,周期策动力的值略小于0.5即可,混沌振子处于混沌状态时其不变矩的最小值 $\varphi_{2-\min}=0.146$ ;其次,将待检测信号进行归一化处理输入到混沌振子中,得到混沌振子相图如图4所示。可以看出,由于噪声的作用,混沌振子相图收敛于大尺度周期状态不是很明显,容易造成误判。利用不变矩 $\varphi_2$ 对混沌振子相图的状态进行定量刻画。计算混沌振子相图不变矩的值 $\varphi_2=0.0083$ 。显然 $\varphi_2 \ll \varphi_{2-\min}$  ( $\varphi_{2-\min}$

0.146),此时混沌振子相图处于大尺度周期状态。可见,不变矩 $\varphi_2$ 可以有效抑制噪声对混沌振子相图的影响,通过定量描述的方式对混沌振子相图的状态给出准确的判断,实现混沌振子相图的自动识别。

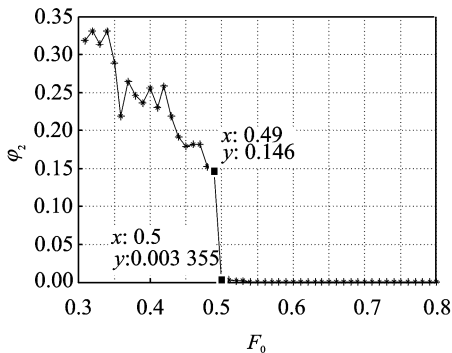


图3 不变矩 $\varphi_2$ 随策动力 $F_0$ 变化的趋势图

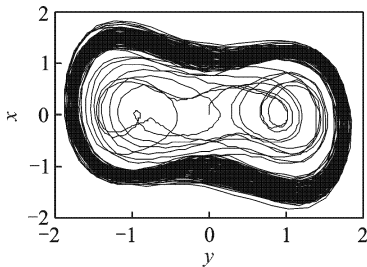


图4 仿真信号的混沌振子相图

### 2.3 噪声对不变矩的影响

虽然混沌振子对噪声具有一定的免疫特性,但若噪声强度较大时,在同宿周期轨道上就会出现毛刺,使同宿周期轨道的收敛性变差,严重时甚至会形成伪混沌状态,难以判断混沌振子相图的状态。

通过一个仿真信号讨论噪声对不变矩 $\varphi_2$ 识别的影响。构造仿真信号为

$$y = 0.2\sin(20\pi t) + aN_{\text{oise}} \quad (10)$$

其中:检测频率为10 Hz; $N_{\text{oise}}$ 为随机噪声;改变 $a$ 值的大小相当于改变了噪声强度的大小。

不变矩 $\varphi_2$ 与噪声强度的关系曲线如图5所示。

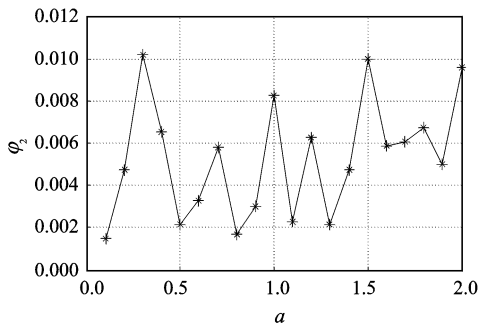


图5 不变矩 $\varphi_2$ 随噪声强度 $a$ 变化的趋势图

可以看出,随着噪声强度的不断增加,不变矩的值也出现了一定的波动,但对其最大值 $\varphi_2 = 0.01$ 仍有 $\varphi_2 \ll \varphi_{2-\min}$  ( $\varphi_{2-\min} = 0.146$ )的关系存在,说明不变矩 $\varphi_2$ 具有较好的抗噪能力。

### 3 工程应用实例

2008年3月中旬,某高线厂在线监测系统发现某架轧机振动出现异常,但无法确定是否有故障发生以及故障类型。4月初检修时,对该架轧机进行解体检查,发现增速箱一轴的轴承内圈严重点蚀。笔者针对该案例进行分析,分析2月1日的数据(即解体检查前二个月)原始信号的采样频率为2 kHz,采样点数为2 048。根据系统结构参数和转速得到理论故障特征频率为15.9 Hz。图6为振动信号的时域波形

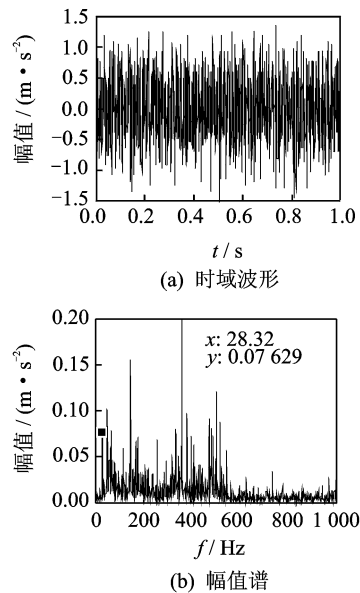


图6 原始振动信号的时域波形及幅值谱

及其幅值谱。从信号的时域波形可以看出,信号的总体振动幅值比较小,处于正常的允许范围之内。频谱图中在低频段可识别出最低频率为28.32 Hz的频率,而故障特征频率15.9 Hz则无法识别;因此,从信号的时域及频谱图中无法得到任何有关设备故障的信息。下面使用混沌振子对该信号进行分析,并对混沌振子的相图状态进行自动识别。

1) 利用不变矩 $\varphi_2$ 策动力 $F_0$ 曲线找到混沌振子相图处于大尺度周期状态时策动力的临界值及混沌振子相图处于混沌状态的最小不变矩的值 $\varphi_{2\min}$ 。从图7得出混沌振子处于大尺度周期状态的策动力临界值 $F_r = 0.73$ ,将策动力的值设为 $F_0 = 0.71$ ,得到混沌振子处于混沌状态的最小不变矩值 $\varphi_{2\min} = 0.0223$ 。

2) 将信号输入混沌振子系统中并计算不变矩

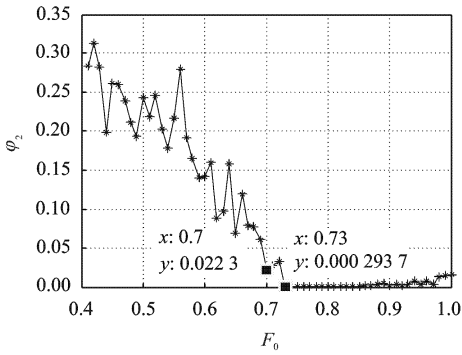


图7 不变矩  $\varphi_2$  随策动力  $F_0$  变化的趋势图

的值  $\varphi_2 = 0.00019931$ , 得到  $\varphi_2 \ll \varphi_{2min}$ , 即此时混沌振子相图处于大尺度周期状态。相应的混沌振子相图如图8所示。信号输入到混沌振子系统, 此时混沌振子的相图呈现出大尺度周期状态, 与利用不变矩得到的结果一致, 说明原始信号中确实包含 15.9 Hz 这一频率成分, 因为设备处于故障早期阶段, 时域波形及幅值谱不明显; 因此, 利用混沌振子的对称特性可以准确地描述混沌振子相图的状态, 实现了混沌振子相图状态的自动化检测。

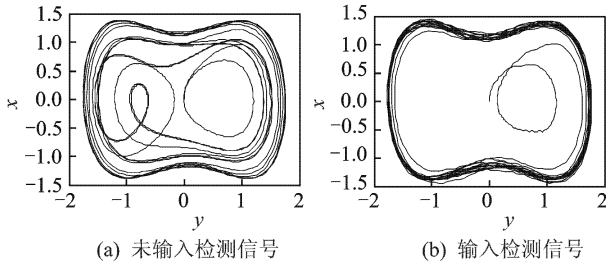


图8 振动的混沌振子相图

## 4 结 论

1) 混沌振子相图从混沌状态向大尺度周期状态转变的同时, 混沌振子相图的对称性也显著增强。利用 Hu 氏不变矩反映混沌振子相图的变化, 构建不变矩-策动力变化曲线, 找到了混沌振子相图处于大尺度周期状态的临界阈值。

2) 在混沌振子相图处于混沌状态和大尺度周期状态时不变矩的值出现了跃变。利用混沌状态的不变矩的值大于大尺度周期状态, 实现了混沌振子相图状态的自动检测。对实际工程数据的分析结果表明, 不变矩的值可以较好地表征出混沌振子相图变化的阈值及混沌振子相图的状态, 为检测混沌振子在工程实际中的应用提供了技术支持。

的混沌振子算法[J], 地球物理学报, 2005, 48(6): 1428-1433.

Li Yue, Yang Baojun, Zhao Xueping, et al. An algorithm of chaotic vibrator to detect weak events in seismic prospecting records[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2005, 48(6):1428-1433. (in Chinese)

[2] 李月, 徐凯, 杨宝俊, 等. 混沌振子系统周期几何解特征量分析与微弱周期信号的定量检测[J]. 物理学报, 2008, 57(6):3353-3358.

Li Yue, Xu Kai, Yang Baojun, et al. Analysis of the geometric characteristic quantity of the periodic solutions of the chaotic oscillator system and the quantitative detection of weak periodic signal[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(6):3353-3358. (in Chinese)

[3] 张宾, 李月, 马海涛. 微弱信号混沌检测临界阈值的 Lyapunov 指数算法[J]. 地球物理学进展, 2003, 18(4):748-751.

Zhang Bin, Li Yue, Ma Haitao. An algorithm based on Lyapunov exponents to determine the threshold of chaotic detection for weak signal[J]. Progress in Geophysics, 2003, 18(4):748-751. (in Chinese)

[4] Wang Guanyu, Zheng Wei, He Sailing. Estimation of amplitude and phase of a weak signal by using the property of sensitive dependence on initial conditions of a nonlinear oscillator[J]. Signal Processing, 2002, 82(1):103-115.

[5] 路鹏, 李月. 微弱正弦信号幅值混沌检测的一种改进方案[J]. 电子学报, 2005, 33(3):527-529.

Lu Peng, Li Yue. A modified chaos based weak sinusoidal signal amplitude detection approach[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(3): 527-529. (in Chinese)

[6] Hu M K. Visual pattern recognition by moment invariant [J]. IEEE Trans on Information Theory, 1962, 1(8):179-187.

[7] 翁桂荣, 薛峰. 几种特征描述方法在轴心轨迹识别中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2007, 27(4):295-299.

Weng Guirong, Xue Feng. Application of several feature description methods to identification of shaft orbit[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2007, 27(4):295-299. (in Chinese)



第一作者简介:胥永刚,男,1975年10月生,博士、副教授。主要研究方向为机械故障诊断、现代信号处理等。曾发表《机电设备早期故障微弱信号的非线性检测方法及应用》(《振动工程学报》2011年第5期)等论文。

E-mail: xyg@bjut.edu.cn

## 参 考 文 献

[1] 李月, 杨宝俊, 赵雪平, 等. 检测地震勘探微弱同相轴