# 弱非平稳转速下转子动平衡方法

## 纪跃波

(集美大学机械工程学院 厦门,361021)

**摘要** 提出弱非平稳转速下转子动平衡方法,通过对动不平衡振动信号的时间频率联合分析处理获取各次动平衡 试验振动信号的转速无关化幅值、相位和振幅转速无关化信号初相点等转速无关化振动信息。根据转速无关化振 动信息给出了分别采用影响系数法、振型平衡法和全息谱平衡法计算不平衡量重径积和相位的方法。弱非平稳转 速下转子动平衡方法免去了现有动平衡方法理论上对平衡转速必须处于恒定转速的严格要求,允许动平衡试验中 平衡转速可以有一定的波动范围,消除现有动平衡方法中转速波动对动平衡精度的影响,实现超精密转子动平衡 技术。

关键词 动平衡;时频分析;影响系数法;振型平衡法;全息谱平衡法 中图分类号 TH877

# 1 问题的提出

目前,国内、外动平衡技术特别是现场动平衡技术普遍采用影响系数法。常用的方法如图1所示,通 过转速计监测转子转速为平衡转速,通过振动传感 器测得转子不平衡量(包括试重)振动信号并对其进 行跟踪滤波,同时记录相位参考点脉冲信号,找出振 动信号的峰值及其对应的相位,确定振动矢量(幅值 和相位)。通过测得转子原始振动矢量和加重后振动 矢量,可由测振仪给出不平衡量的重径积和相位角。



刚性转子动平衡通常采用影响系数法。柔性转 子工作转速通常都在1阶临界转速以上,转子不平 衡可能激发复杂振动,动平衡方法主要包括基于影 响系数法或振型平衡法的多面平衡。获得转子各阶 模态参数后,振型平衡法在理论上比较容易实现转 子动平衡,但在现场应用的最大困难是加重受到转 子轴向位置的限制,难以得到足够的校正平面数。

考虑到转子各径向刚度差异性的客观存在,屈 梁生等[1-3]发明了全息谱动平衡技术。全息谱能快速 辨明转子的不平衡状态,为制订平衡方案作指导。应 用全息谱参数表征平衡平面的振动集成了多传感器 的信息,能充分考虑到转子刚度的各向差异。屈梁生 等的研究<sup>[4-5]</sup>表明,全息谱动平衡技术比只利用单一 方向振动信息的动平衡方法有更高的平衡精度。转 子动平衡工作中各类平衡参数的测量和计算精度 特别是振动幅值与相位信息的准确获取对平衡质量 尤为重要。在实际平衡中,由于平衡误差的产生及传 递环节较多且不易控制,少量的原始误差经积累最 终可能会产生较大的平衡误差,导致平衡失败。文献 「6]结合转子平衡的一般过程,研究了各主要环节可 能产生与传递的误差,给出控制和减少误差的相应 对策。文献[7]研究了准稳态变转速下的主动平衡控 制技术,指出变转速下传统影响系数法动平衡计算 失效。

平衡转速波动与相位基准问题是目前动平衡方 法普遍存在的一个共性问题,这是制约转子动平衡

<sup>\*</sup> 厦门科技计划重点资助项目(编号:3502Z20083024);集美大学创新团队基金资助项目(2009A001) 收稿日期:2011-11-26;修改稿收到日期:2012-01-23

精度及动平衡可靠性的重要原因。客观地面对平衡 转速不恒定状态,研究适应平衡转速不稳定状态下 的动平衡方法具有重要的现实意义。

# 2 平衡转速波动对动平衡影响分析

全息动平衡法、振型平衡法和影响系数法都是 首先选定平衡转速及测点,在选定的转速和测点下 测量转子原始及试车产生的不平衡响应来修正试 重、求取平衡配重,即

$$U = -\frac{R_0(\omega_b, s)}{R(\omega_b, s)}T$$
(1)

其中: $\omega_b$ 为平衡转速;U,T为转子配重量、试重量;  $R_0(\omega_b, s)$ 为平衡转速 $\omega_b$ 及测点s下转子原始振动量; $R(\omega_b, s)$ 为平衡转速 $\omega_b$ 及测点s下由试重(组)T产生的转子振动量。

可见,转子原始响应与试重产生的响应具有相同的平衡转速、测振点和相位基准。一般来说,转子 不同起车时测振点的相对位置是固定不变的,导致 误差产生的主要原因是平衡转速的波动和相位归一 化处理。

如图1所示,转速的测量和相位基准通常都基 于转子每转发一个脉冲的转速计信号(相位参考点 脉冲信号)实现的。这种转速测量方法只能测得转子 转一周或若干周运动的平均转速,无法准确测得转 子的瞬时转速。转子在完成一转运动过程中在时域 上可能是不平稳的,由其振动信号峰值时刻(或过零 点)与相位参考点脉冲信号之间的时间差和测得的 平均转速确定的相位信息是不准确的,甚至可能是 错误的。由式(1)可以看出,平衡转速的波动或测量 误差直接影响了配重大小的计算。

现有的动平衡法基于平衡转速恒定前提要求, 通过转速计监测转子转速处于平衡转速时采集转子 的振动信号,采用平稳信号分析与处理的方法提取 转子不平衡量振动信号振幅和相位,计算配重重径 积和相位。这种基于平稳信号处理技术的方法由于 实际转速非平稳性的客观存在必然导致误差的产 生。对现有的动平衡法来说,平衡转速的波动造成的 相位测量误差对于影响系数法、振型平衡法动平衡 效果的影响是至关重要的。另外,在弱非平稳(或准 稳态)平衡转速下,振动信号位移幅值与转速的平方 近似成正比,平衡转速的不稳定对振动信号幅值测 量的影响极为显著,影响理论上基于平衡转速恒定 前提的各种动平衡方法的平衡效果。这是造成目前 动平衡精度比较有限、有时甚至出现平衡结果不可 靠的重要原因。

不平衡转子以角速度ω转动时,它对支承的激振力可以表示为

$$F(t) = kmr\omega^2 \sin(\omega t)$$

支承处激振力幅值与转子不平衡量重径积和转 速平方乘积成比例,其中 k 为比例系数,取决于具体 的轴特性。假定从支承点(激振力作用点)到振动位 移传感器测量点的系统为线性系统,其频率特性为

$$G(j\omega) = |G(j\omega)|e^{-j\alpha}$$

传感器检测到的位移振动信号为

 $x(t) = |G(j\omega)| kmr\omega^2 \sin(\omega(t-\tau))$  (2)

从式(2)可以看出,传感器检测到的位移振动信 号幅值受ω的影响很大,如果ω不稳定即平衡转速 不稳定,即使平衡转速波动不大,位移传感器检测到 的位移振动信号幅值也是不稳定的,且振动峰值相 位也将受到很大的影响,因此现有基于平衡转速恒 定前提的动平衡计算方法都将没有意义。

事实上不管转子转速如何波动,转子不平衡信息都会隐含于振动信号中,关键在于如何正确地提取出来。平衡转速通常都远离系统的共振区,平衡转速存在小范围波动时, |G(jω)|变化非常小,近似为常数。从式(2)可以看出,平衡转速波动不大时,传感器检测的位移振动信号幅值与转子不平衡量重径积和转速平方乘积成比例,而位移振动信号相位则随着转速波动而变化。

笔者提出的弱非平稳转速下转子动平衡方法的 关键在于设法消除转速平方因子,得到转速无关化 位移振幅,并通过瞬时频率分析得到现有动平衡计 算方法中需要的位移振动信号峰值相位,通过现有 动平衡计算方法得到不平衡量重径积大小及其 相位。

# 3 转速无关化振动信息提取

将转子不平衡振动信号当成非平稳信号处理 这与现有动平衡方法假定平衡转速恒定前提下检测 的振动信号为平稳的正弦信号不同,符合振动的客 观事实且不需要平衡转速恒定的前提条件。但是,如 果平衡转速波动范围太大,致使式(2)中的|G(jω) 不再为常数,本研究方法也将失效;因此,本研究方 法限定在转速波动不大的情况,即平衡转速为弱非 平稳转速的情况,这一条件是容易实现的,通常动平 衡时平衡转速客观上是不稳定的,但其波动却不大。

非平稳信号分析与处理理论和方法的研究已经 有了很长的历史,特别是在 20 世纪 80 年代和 90 年 代成为信号分析与处理领域的研究热点,在军事技 术、医电仪器和设备故障诊断等领域有广泛应用。时 频分析理论<sup>[8]</sup>及方法是非平稳信号分析与处理的主 要手段。对时频分析理论的研究始于 20 世纪 40 年 代,其中,Gabor 和 Ville 受到量子力学中类似研究 的启发,把部分数学相似性引入时频分析。Gabor 把 解析信号的重要概念引入时频分析;Ville 则推导出 Wigner 在 1932 年研究量子统计力学时得到的一种 分布。到目前,已经发展了基于瞬时频率的时频分 析、短时傅里叶变换和科恩类时频分布等几种时频 联合分析方法,时频分析成了国内、外信号分析研究 的热点。

实测振动信号通过时频分析,其能量在时间-频 率平面上用联合时频谱表示,振动信号能量聚集在 转子瞬时频率曲线上,噪声能量则分布在时间-频率 相平面上,有用信号与噪声在时间-频率相平面上可 以清楚地分开,便于通过时频滤波的方法将有用振 动信号提取出来。

在弱非平稳转速情况下,支承振动信号的瞬时 幅值和瞬时频率均为时变量,瞬时振幅与瞬时转速 平方成比例,如图2所示。将这些振动信号当成平稳 的正弦信号处理并获取动平衡计算所依据的振动幅 值和相位严格来讲是错误的。一方面,这种振动信号 频谱与噪声频谱交叠在一起,采用单纯的频域滤波 无法有效地提取有用振动信号。但是,通过时频联合 分析方法可以获得振动信号瞬时频率 *f*(*i*),采用 Vold-Kalman 滤波或者分段重叠变中心频率零相位 数字滤波<sup>[9-10]</sup>算法有效提取有用的不平稳振动信 号,将振动信号幅值除以角频率(2π*f*(*i*))的平方,将



图 2 瞬时转速 n(t)=600+50cos314t 的转子振动位移 信号波形

瞬时幅值转化成转速无关化振幅,它是一个与转子 不平衡量重径积成比例的量;另一方面,利用瞬时频 率,由高密采样振动信号通过角域等间隔数值重抽 结合相位参考点脉冲信号可以获得转子振动峰值相 位。将获得的转速无关化幅值和峰值相位作为转子 振动信息应用于影响系数法、振型平衡法配重计算 中,相位参考点脉冲时刻振幅转速无关化振动信号 值构造初相点矢量应用于全息谱平衡法配重计算 中,实现弱非平稳转速下转子动平衡。

采用时间频率联合分析方法对振动信号进行处理,可以使影响系数法、振型平衡法和全息谱平衡法 等动平衡理论推广到平衡转速不恒定的准稳态情况,消除现有动平衡方法平衡转速波动导致的平衡 误差甚至错误。

笔者提出基于时频联合分析理论的弱非平稳转 速下转子动平衡方法。如图3所示,转速无关化振动 信息的测量方法是弱非平稳转速下转子动平衡方法 的关键。由振动传感器拾取的非平稳振动信号如图 4(a)所示,该信号经时频联合分析后得到转子瞬时 转速如图4(b)所示,将传感器测得的振动信号除以 转子瞬时转速平方得到振幅转速无关化振动波形如 图4(c)所示,其振幅为转速无关化振幅A。图4(d)为 转子相位参考点脉冲序列tp0,tp1,…,tpm由于转速的 波动性,脉冲序列之间时间间隔变得不均匀,由于振 动信号频率是瞬变的,振动信号峰值相位无法通过 峰值时刻与相位参考点脉冲之间时间差直接求出。 图 4(b) 所示由时频联合分析获得的瞬时转速曲线 构造等相位间隔内插虚拟键相时标如图 4(e)所示 虚拟键相时标 $t_0,t_1,\dots,t_k,\dots,t_N$  使所划分的各阴 影区间面积相等,这可以通过数值计算使式(3)成 立,求得虚拟键相时标序列 $t_0,t_1$ , …,  $t_k$ , …,  $t_N$ ,其 中△为根据相位测量精度要求确定的相位角增量 间隔

$$\Delta = \int_{t_0}^{t_1} n(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} n(t) dt = \dots = \int_{t_{N-1}}^{t_N} n(t) dt \quad (3)$$

由式(3)求得虚拟键相时标 $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots$  $t_N,$ 将振动信号峰值时刻与虚拟键相时标比较定位 可确定振动信号峰值相位 $\varphi_0$ 。

这里的瞬时转速即瞬时频率可以通过信号时频 分布谱图峰值搜索时频坐标得到,该方法对噪声不 敏感,精度较高。另外,由于转子不平衡振动信号符 合单分量信号的定义,因此可以考虑将它转化成解 析信号后,直接计算瞬时幅值和瞬时频率,但这种方





图 3 转速无关化振动信息的测量方法

法对信号噪声较敏感,只能适用于噪声较小的情况。

利用时频分析结果获得的振动信号瞬时频率对 原始振动信号进行无相位失真的时变带通滤波(可 以考虑采用Vold-Kalman 滤波、变中心频率的零相 位数字带通滤波),得到增强信噪比转子振动信号 分量。

上述方法可以得到弱非平稳转速下转子振动信 号转速无关化振幅和峰值相位。

# 4 弱非平稳转速下转子不平衡量的 计算

利用转速无关化振动信息对动平衡常见的影响 系数法、振型平衡法和全息谱动平衡法进行算法改进,可实现弱非平稳转速下转子动平衡方法。

#### 4.1 影响系数法

假定在平衡时选定了q个校正平面,其沿轴线的z坐标分别为b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, …, b<sub>q</sub>;测振点共n个:z<sub>1</sub>, z<sub>2</sub>, …, z<sub>n</sub>。如果各校正平面都未加试重,测出第*i*个测振点的转速无关化振幅和相位构成初始振动矢量为 b<sub>i0</sub>,在第*j*个校正平面内加试重*m<sub>j</sub>*,测出第*i*个测振 点处转速无关化振幅和相位构成振动矢量为**b**<sub>ij</sub>。影 响系数*a<sub>ij</sub>*为

$$a_{ij} = \frac{\boldsymbol{b}_{ij} - \boldsymbol{b}_{i0}}{m_i} \tag{4}$$



图 4 正弦调频振动信号转速无关化振幅和峰值相位测 量过程

为了动平衡,必须求出*i*=1,2,…,*n*;*j*=1,2 …,*q*的所有影响系数,组成一个*n*×*q*影响系数矩 阵*A*。

根据线性振动理论,假定各测量点的振动可以 看成是由于在校正平面上的一组离散不平衡所引起 的,则有

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{A}\boldsymbol{w} \tag{5}$$

其中:b,b。为n个振动矢量构成的列阵;w为q个校 正面上的校正矢量(由重径积和相位构成)列阵。

测得**b**。后,令**b**=**0**,求解式(5)即可得到w。如果 式(5)为矛盾方程,可用最小二乘法求解。

#### 4.2 振型平衡法

假设一个待平衡的转子有 k 个轴向平面可以用 来施加校正质量,这些平面的轴向坐标分别为  $s_1$ ,  $s_2$ , …,  $s_k$ ;需要平衡掉这个转子的前 n 阶振型,这些 振型在轴向位置  $s_1$ ,  $s_2$ , …,  $s_k$  的振幅分别为

 $\phi_1(s_1), \phi_1(s_2), \dots, \phi_1(s_k);$  $\phi_2(s_1), \phi_2(s_2), \dots, \phi_2(s_k);$  $\vdots$ 

 $\phi_n(s_1), \phi_n(s_2), \dots, \phi_n(s_k)$ 

 $P_1, P_2, \dots, P_k$ 分别为在k个平面上施加的校 正质量。将测得的转子上存在的原始转速无关化振 动矢量(转速无关化振幅和相位)按振型分解,假设 它包含的第j阶振型的成分为 $c_j$ ;第j阶振型的模态 质量为 $N_j(j=1, 2, \dots, n)$ 。根据振动模态理论可以 得到

$$\begin{cases} \phi_{1}(s_{1})P_{1} + \phi_{1}(s_{2})P_{2} + \dots + \phi_{1}(s_{k})P_{k} = -c_{1}N_{1} \\ \phi_{2}(s_{1})P_{1} + \phi_{2}(s_{2})P_{2} + \dots + \phi_{2}(s_{k})P_{k} = -c_{2}N_{2} \\ \vdots \end{cases}$$
(6)

 $\left[\phi_n(s_1)P_1+\phi_n(s_2)P_2+\cdots+\phi_n(s_k)P_k\right]=-c_nN_n$ 

当施加校正质量可以产生的不平衡与转子原始 存在的不平衡大小相等、方向相反时,达到了平衡目 的,即式(6)中的右边等于左边。在其他参数已知的 条件下,从方程解得的 P<sub>i</sub> 就是需要施加的校正质 量。k=n时,校正质量的平面数与平衡振型的个数 相等,方程 P<sub>i</sub> 有惟一解。当式(6)为矛盾方程时,采 用最小二乘法求解。

#### 4.3 全息谱动平衡法

文献[4]对全息谱动平衡概念与实施过程作了 详尽地介绍,并给出了实例步骤,图5为该文介绍的 试验装置图。弱非平稳转速下全息谱动平衡由于采 用转速无关化初相点矢量,有望突破全息谱动平衡 思想中平衡转速稳定的要求,说明如下。



图 5 全息谱动平衡试验装置

与影响系数法和振型平衡法不同,全息谱利用 x,y两向振动的综合振动信息,两个方向的振动信 息在时间上要求同步。在实施上可以通过相位参考 点信号脉冲触发*x*,*y*两路信号的同步采集。相位参 考点信号脉冲时刻两路信号值综合成初相点振动信 息,满足时间同步要求。

在平稳转速下,初相点的矢量表达式为

 $H = \sqrt{(x \sin \alpha)^{2} + (y \sin \beta)^{2}} \angle \arctan \frac{y \sin \beta}{x \sin \alpha}$ (7) 其中: $\alpha$ , $\beta$ 与转子转速无关;x,y为振幅,与转子转 速平方成比例。

如果转速产生小的波动,则*x*,*y*也将相应产生 变化,但它们的比值保持不变。由式(7)可以看出,初 相点矢量相位不随转速波动的影响,这一点比采用 单一方向振动信息优越,但其幅值仍然与转速的平 方成比例,这样,试重振动试验与原始振动试验可能 由于转速的差异而影响初相点矢量的可比较性。因 此,在弱非平稳转速下转子动平衡方法中,将*x*,*y* 两 路振动信号幅值进行转速无关化处理,取这两路经 幅值转速无关化处理后相位参考点信号脉冲时刻信 号值*s<sub>x</sub>*和*s<sub>y</sub>*构造非平稳转速下初相点矢量为

$$\boldsymbol{H}' = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \angle \arctan \frac{s_y}{s_x} \tag{8}$$

其中:H'由转速无关化振动信息构造,为一个转速 无关化初相点矢量。

### 5 结束语

提出了弱非平稳转速下转子动平衡的方法。在 弱非平稳转动情况下,远离谐振区的转子支承振动 系统幅频特性可近似为常数,通过时频联合分析理 论处理振动传感器获得的非平稳振动信号,获取转 子瞬时转速,消除振动信号瞬时幅值中的转速因子 实现振动信号幅值转速无关化。另外,通过软件产生 虚拟键相时标对幅值转速无关化振动信号数据进行 等角域重采样,结合相位参考点脉冲序列,获取振动 信号转速无关化峰值相位。各次振动试验所获得的 转速无关化幅值和相位、振幅转速无关化信号初相 点振动信息只跟转子系统的物理特性有关。根据这 些振动信息分别采用影响系数法、振型平衡法和全 息谱平衡法可以计算不平衡量重径积和相位。

弱非平稳转速下转子动平衡方法免去了现有动 平衡方法对平衡转速的平稳性要求,可以完全消除 转速波动对平衡精度的影响,可广泛用于现场动平 衡和现有动平衡机的改造。

#### 参考文献

- [1] 屈梁生,徐光华,邱海.转子全息动平衡方法:中国, ZL97108694.X[P].1998-08-26.
- [2] 屈梁生,徐宾刚.非对称转子的全息动平衡方法:中国, ZL00113755.7[P].2000-08-23.
- [3] 屈梁生,张西宁,吴松涛.柔性转子轴系全息动平衡方法:中国,ZL02114673.X[P].2003-03-05.
- [4] 屈梁生,邱海,徐光华.全息动平衡技术:原理与实践
  [J].中国机械工程,1998,9(1):60-63.
  Qu Liangsheng,Qiu Hai,Xu Guanghua. Holographic dynamic balance technology: principles and practice
  [J]. Chinese Mechanical Engineering,1998,9(1):60-

63. (in Chinese)

- [5] 刘石,屈梁生.全息谱技术在现场动平衡前故障诊断中的应用[J].振动、测试与诊断,2004,24(4):270-274.
  Liu Shi, Qu Liangsheng. Fault diagnosis prior the field balancing based on holospecrum[J]. Journal of Vibration, Measurement &. Diagnosis, 2004, 24(4): 270-274. (in Chinese)
- [6] 徐宾刚,屈梁生,陶肖明.柔性转子现场动平衡误差研 究[J]. 机械科学与技术,2004,23(12):1457-1462.
  Xu Bingang, Qu Liangsheng, Tao Xiaoming. Investigation on balancing errors in the field balancing of a flexible rotor[J]. Mechanical Science and Technology,2004,23(12):1457-1462. (in Chinese)
- [7] 胡兵,方之楚.变速转子准稳态主动平衡系统的增益调 度控制[J].应用力学学报,2006(1):137-141.

Hu Bing, Fang Zhichu. Gain-scheduling control of quasi steady-state active balancing system of speedvarying rotor[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2006(1):137-141. (in Chinese)

- [8] L.科恩.时频分析:理论与应用[M].白居宪,译.西安 西安交通大学出版社,1998:1-100.
- [9] 纪跃波,秦树人,汤宝平.零相位数字滤波器[J].重庆 大学学报:自然科学版,2000,11:5-8.
  Ji Yuebo, Qin Shuren, Tang Baoping. Digital filtering with zero phase error[J]. Journal of Chongqing University:Natural Science Edition,2000,11:5-8. (in
- [10] 郭瑜,秦树人,汤宝平.基于分段重叠零相位滤波的阶 比跟踪滤波法[J].振动工程学报,2003,16(4):399-403.

Guo Yu, Qin Shuren, Tang Baoping. Method of order tracking filtering of rotating machinery based on zero-phase distortion digital filtering with segmentation overlap [J]. Journal of Vibration Engineering, 2003,16(4):399-403. (in Chinese)



Chinese)

作者简介:纪跃波,男,1969年10月生, 教授。主要研究方向为动态测试与信号 处理、计算机测控技术研究。曾发表《超 声波电动机定子非线性特性的时频分析 与工作模态快速确定》(《机械工程学报》 2007年第11期)等论文。

E-mail: ybji@jmu.edu.cn