

基于测量数据不确定性的结构参数识别*

杜永峰^{1,2}, 李万润², 李慧^{1,2}

(1. 兰州理工大学西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心 兰州, 730050)

(2. 兰州理工大学甘肃省土木工程防灾减灾重点实验室 兰州, 730050)

摘要 基于模糊理论提出了考虑测量数据不确定性的结构物理参数识别方法。首先,对不确定性参数的有限个离散测量数据进行初步筛选,利用数据拟合方法建立隶属度函数;其次,通过截集法对不确定性参数进行区间分析,得到不确定性参数的区间估计;最后,利用矩阵特征值反问题方法识别结构的刚度矩阵。算例分析表明,该方法在考虑测试数据不确定性的基础上能较好地识别结构刚度,并给出结构刚度区间,使得分析结果更符合实际工程情况。

关键词 剪切型结构;隶属度;结构物理参数;区间分析

中图分类号 TU12; TU311.3

引言

在结构振动控制和结构健康监测的研究中都涉及到结构参数识别问题。结构参数识别方法是通过测试数据识别结构参数,这些参数包括结构物理参数和结构模态参数。当结构性质发生变化时,结构参数也发生相应的变化,因此可以将这些参数的变化作为特征值识别结构损伤。国、内外学者在这方面做了大量的研究^[1-4],这些研究都是基于确定性数据而进行的,即把分析过程中的各种因素作为确定性数据进行处理,而在实际工程中存在各种不确定性因素。陆建辉等^[5-6]推导出了系统总质量已知时的结构物理参数识别方法,当结构总质量已知时可以精确识别出剪切型结构的物理参数,而在实际工程测试过程中结构的实际质量无法精确测量,且测量的数据样本是有限的,无法利用统计方法得到结构质量的统计信息。

笔者基于模糊理论提出了考虑测量数据不确定性的结构物理参数识别方法。首先,根据不确定性参数的有限个离散测试数据对其进行初步筛选,利用数据拟合方法建立不确定性参数的隶属度函数;其次,通过截集法对不确定性参数进行区间分析^[7-9],得到不确定性参数的区间估计;最后,利用矩阵特征值反问题方法识别结构刚度矩阵。算例分析表明,该方法在考虑测试数据不确定性的基础上能较好识别

结构刚度,并给出结构刚度区间,使分析结果更符合工程实际情况。

1 不确定参数的定量化分析

1.1 隶属度函数的确定

隶属度函数的确定是利用模糊技术处理结构参数不确定性的关键。目前,构造隶属度函数的方法还没有一个可遵循的一般性准则。在对实际情况进行处理时,需要针对具体问题根据经验来确定合理的隶属度函数。在结构分析中往往只能够得到不确定性参数的有限个离散测量值。王晓军等^[10]利用差值因子构造了不确定性的隶属度函数,对不确定性参数的有限个离散数据进行不确定性描述和定量化处理,得出其真值估计和区间估计,但在处理过程中并不能将含噪声或野值样本从有效样本集中区分出来。为了防止含噪声或野值样本对数据的影响,笔者在确定隶属度函数之前通过定义一距离函数对数据进行筛选,筛选后再确定参数的隶属度函数消除了含噪声或野值样本对结果产生的影响。根据隶属度的大小利用 α 截集方法判定数据点的有效性,得到不确定参数的估计区间。

考虑某不确定性参数的 N 个测量值,定义均值差值因子为

$$d_i = |\bar{x}_s - \bar{x}| \quad (1)$$

其中: \bar{x}_s 为 $x_i(i=1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,N)$ 的均值;

* 国家自然科学基金资助项目(编号:50978130,51178211);甘肃省建设科技攻关资助项目(编号:JK2010-15)
收稿日期:2011-05-10;修改稿收到日期:2011-06-30

\bar{x} 为 $x_i, i=1, 2, \dots, N$ 的均值。

当 x_i 的均值差值因子 d_i 大于规定的某阈值时, 则认为 x_i 为含噪声或者是野值样本, 将其剔除后, 对数据从小到大重新排列得到该不确定性参数的模糊数为

$$\tilde{x} = \{\tilde{x}_i, 1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$

其中: $\tilde{x}_i \leq \tilde{x}_{i+1}, (i=1, 2, \dots, n-1)$ 。

x 的加权平均值为

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^k \alpha_i \tilde{x}_i \quad (3)$$

其中: α_i 为参数 x_i 的权重; $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ 。

在本研究分析中考虑到各人员测量的水平相同, 将其取相同的值。模糊数的变化范围为 $\Delta x = \tilde{x}_k - \tilde{x}_1$, 构造差值因子来描述隶属度

$$\tilde{A}(x_i) = \begin{cases} 0 & (|\hat{x} - \tilde{x}_i| \geq \Delta x) \\ 1 - \left| \frac{\tilde{x}_i - \hat{x}}{\Delta x} \right| & (|\hat{x} - \tilde{x}_i| < \Delta x) \end{cases} \quad (4)$$

在实际工程测试中只能测试得到少量的测试数据, $\tilde{A}(x_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 仅代表少数离散点的隶属度, 而连续的隶属函数要通过离散点的隶属度进行拟合才能得到。笔者利用多项式拟合方法以 $\tilde{A}(x_i)$ 的最大值为分界点, 将测试的隶属度分成两部分分别进行拟合, 拟合多项式的次数为 $K (K \in N)$ 。

$$f_{1i}(\tilde{x}_i) = \tilde{A}(x_i) \quad (i=1, 2, \dots, v) \quad (5)$$

$$f_{2i}(\tilde{x}_i) = \tilde{A}(x_i) \quad (i=v, v+1, v+2, \dots, n) \quad (6)$$

以 $\tilde{A}(x_i)$ 最大值点的 \tilde{x}_{m_i} 作为初步估计得到真值, 即

$$x_0 = \tilde{x}_{m_i} \quad (7)$$

在 $i \leq v$ 和 $i \geq v$ 时分别对 $\tilde{A}(x_i)$ 进行曲线拟合, 得到

$$f_1(\tilde{x}_i) = 1 + \sum_{k=1}^K a_k (x_0 - \tilde{x}_i)^k \quad (\tilde{x}_i \leq x_0) \quad (8)$$

$$f_2(\tilde{x}_i) = 1 + \sum_{k=1}^K a_k (x_0 - \tilde{x}_i)^k \quad (\tilde{x}_i \geq x_0) \quad (9)$$

即为连续区间上用分段方法表示的隶属函数。

1.2 不确定参数的区间估计

根据隶属度函数对不确定参数进行区间估计有两种常见的方法, 分别为 α 截集方法和置信水平方法。

1) 模糊理论的 α 截集方法。模糊集合 A 的 α 截集为

$$A_\alpha = \{x \mid f(x) \geq \alpha\} \quad (10)$$

其中: α 为阈值, 或置信水平。

给出一定的阈值条件 α 可以构造出关于 x 的不等式为

$$f(x) \geq \alpha \quad (11)$$

解此不等式, 即可得出估计区间 $[x_L, x_U]$ 。

2) 模糊理论的置信水平方法。由于参数的经验概率密度函数 $P(x)$ 在一定程度上可以用隶属函数表示为

$$P(x) = \frac{f(x)}{\int_{x_L}^{x_0} f_1(x) dx \Big|_{q=0} + \int_{x_0}^{x_U} f_2(x) dx \Big|_{q=0}} \quad (12)$$

进行转换后可以求出置信水平 P 为

$$P(x) = \frac{\int_{x_L}^{x_0} f_1(x) dx \Big|_q + \int_{x_0}^{x_U} f_2(x) dx \Big|_q}{\int_{x_L}^{x_0} f_1(x) dx \Big|_{q=0} + \int_{x_0}^{x_U} f_2(x) dx \Big|_{q=0}} \quad (13)$$

积分限 x_L, x_U 都为截集 q 的函数, 式(13)表示置信水平 p 和截集 q 的函数关系。工程中通常会给出一定的置信水平, 如 $p=90\%$ 或 $p=95\%$, 根据已知的置信水平 p 可以求出相应的截集 q 以及相应的上、下界 x_L 和 x_U 。笔者在分析过程中采用 α 截集确定不确定性参数的区间。

2 剪切型结构模型

假设对于一个具有 n 个自由度框架结构, 在对结构进行动力分析时一般将各层的质量集中到楼板处, 将其简化为一个 n 自由度剪切型结构, 如图1所示, 其质量矩阵与刚度矩阵可以写为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & m_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & \\ & -k_3 & \ddots & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & \ddots & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

其广义特征值问题为

$$\lambda \mathbf{M} \mathbf{X} = \mathbf{K} \mathbf{X} \quad (15)$$

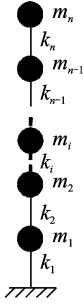


图1 多自由度模型

将式(15)广义特征值问题写成标准特征值问题

$$DX = \lambda X \quad (16)$$

其中

$$D = M^{-1}K =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{k_1 + k_2}{m_1} & \frac{-k_2}{m_1} & & & & & \\ \frac{-k_2}{m_2} & \frac{k_2 + k_3}{m_2} & \frac{-k_3}{m_2} & & & & \\ & \frac{-k_3}{m_3} & \ddots & \ddots & & & \\ & \ddots & & \frac{k_{n-1} + k_n}{m_{n-1}} & \frac{-k_n}{m_{n-1}} & & \\ & & & \frac{-k_n}{m_n} & \frac{k_n}{m_{n-1}} & & \end{bmatrix} \quad (17)$$

若已知特征值问题的特征值与特征向量 \$\Lambda\$ 和 \$\Phi\$, 则可以由下式

$$D = \Phi \Lambda \Phi^{-1} \quad (18)$$

求得三对角矩阵 \$D\$, 写成

$$D = M^{-1}K =$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & -b_1 & & & & & \\ -c_1 & a_2 & -b_2 & & & & \\ & -c_2 & \ddots & \ddots & & & \\ & & \ddots & a_{n-1} & -b_{n-1} & & \\ & & & -c_{n-1} & a_n & & \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中: \$a_i = \frac{k_i + k_{i+1}}{m_i}; b_i = \frac{k_{i+1}}{m_i}; c_i = \frac{k_{i+1}}{m_{i+1}}; k_{n+1} = 0; b_n = c_n = 0; i = 1, 2, \dots, n\$。

利用递推关系式求出各物理参数, 步骤如下:

1) 设 \$m_1\$ 为已知, 由 \$a_1, b_1\$ 求 \$k_1, k_2\$, 公式为

$$k_2 = m_1 b_1 \quad (20)$$

$$k_1 = m_1 a_1 - k_2 = m_1 (a_1 - b_1) \quad (21)$$

2) 由 \$c_1, b_2\$ 求 \$m_2, k_3\$, 公式为

$$m_2 = \frac{k_2}{c_1} = m_1 \frac{b_1}{c_1} \quad (22)$$

$$k_3 = m_2 b_2 = m_1 \frac{b_1 b_2}{c_1} \quad (23)$$

3) 由 \$c_{i-1}, b_i\$ 求 \$m_i, k_{i+1}\$, 公式为

$$m_i = \frac{k_i}{c_{i-1}} = m_1 \prod_{j=1}^{i-1} \frac{b_j}{c_j} \quad (24)$$

$$k_{i+1} = m_i b_i = m_1 b_i \prod_{j=1}^{i-1} \frac{b_j}{c_j} \quad (25)$$

4) 由 \$c_{n-2}, b_{n-1}\$ 求 \$m_{n-1}, k_{i+1}\$, 公式为

$$m_{n-1} = \frac{k_{n-1}}{c_{n-2}} = m_1 \prod_{j=1}^{n-2} \frac{b_j}{c_j} \quad (26)$$

$$k_n = m_{n-1} b_{n-1} = m_1 b_{n-1} \prod_{j=1}^{n-2} \frac{b_j}{c_j} \quad (27)$$

5) 由 \$a_n\$ 求 \$m_n\$, 公式为

$$m_n = \frac{k_n}{a_n} = m_1 \frac{k_n}{a_n} \prod_{j=1}^{n-2} \frac{b_j}{c_j} \quad (28)$$

对于多自由度系统只要知道结构的振动特性(频率与振型)和某层的质量(文中假设一层质量已知), 就可以识别出结构的物理参数。在实际工程中对结构质量的测量是一个不确定性的量, 且样本数较少, 概率分析方法受到限制。利用笔者提出的通过较少的测量数据进行不确定性参数的区间估计能较好解决这一问题, 在实际工程应用中有较好的使用价值。

3 算例

为验证提出方法的可靠性, 选取曾参与测试过的一座7层通信大楼作为分析背景进行分析。通过分析可以将其简化为剪切型结构, 各层的刚度与质量如表1所示。通过Matlab编程分析得到结构的频率与振型如表2所示。

表1 结构的原始参数

层号	\$m/\text{kN}\$	刚度\$/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})\$
1	7 092.4	340 900
2	5 723.7	332 000
3	5 397.0	398 900
4	5 397.0	398 900
5	5 397.0	398 900
6	5 397.0	398 900
7	4 344.8	337 500

考虑对实际工程质量的测量存在不确定性, 在本研究选派10名工作人员对结构一层质量进行测量, 每人测试4次, 共得到40组质量样本如表3所示。通过Matlab编程对数据进行筛选, 文中取均值插值因子 \$d\$ 的限值为样本均值 \$\bar{x}\$ 的0.005倍, 通过分

表2 结构的模态参数

阶次	1	2	3	4	5	6	7
f/Hz	1.753 8	5.140 0	8.167 1	10.673 2	12.932 9	15.0544	16.618 4
振 型	0.001 65	-0.004 65	0.006 77	-0.006 8	0.004 387	0.002 155	-0.000 86
	0.003 236	-0.006 79	0.004 075	0.002 766	-0.006 78	-0.006 07	0.003 318
	0.004 414	-0.006 01	-0.002 07	0.006 206	0.000 2	0.006 819	-0.006 36
	0.005 407	-0.003 07	-0.006 35	8.09×10^{-5}	0.006 731	-0.001 2	0.007 72
	0.006 176	0.000 961	-0.004 9	-0.006 17	-0.001 97	-0.005 54	-0.007 05
	0.006 687	0.004 649	0.000 972	-0.002 91	-0.006 21	0.007 106	0.004 521
	0.006 963	0.007 045	0.006 87	0.006 243	0.005 389	-0.003 71	-0.001 77

析发现样本值中的9 000.3的均值差值因子超过了给定的限值,将其剔除,对所剩样本进行隶属度函数的拟合,得到质量的隶属度函数曲线如图2~图4所示。通过 α 截集方法得到当 α 取0.9与0.95时的隶属度曲线,如图5~图6所示。

表3 不同人员测试质量结果 kN

测试人员	样本1	样本2	样本3	样本4
1	7 447.0	7 241.3	7 071.1	6 780.3
2	8 496.7	7 957.7	8 142.1	7 964.8
3	6 212.9	6 305.1	6 915.1	6 468.3
4	7 964.8	7 908.0	6 794.5	6 858.4
5	9 000.3	8 432.9	7 886.7	8 120.8
6	7 943.5	7 787.5	6 525.2	7 064.0
7	6 631.4	6 702.3	7 255.5	7 489.6
8	6 879.6	6 312.9	6 454.1	6 312.2
9	6 915.1	7 801.6	7 376.1	7 659.8
10	6 525.4	6 673.9	6 595.9	6 950.6

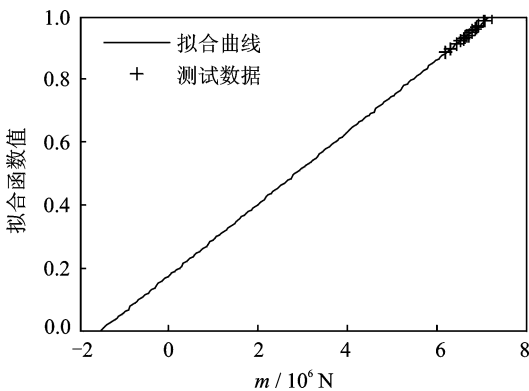


图2 左侧隶属函数拟合曲线

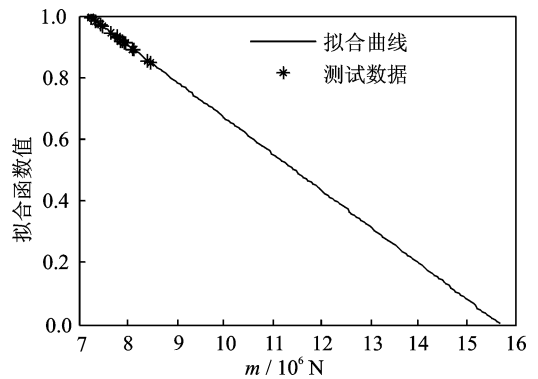


图3 右侧隶属函数拟合曲线

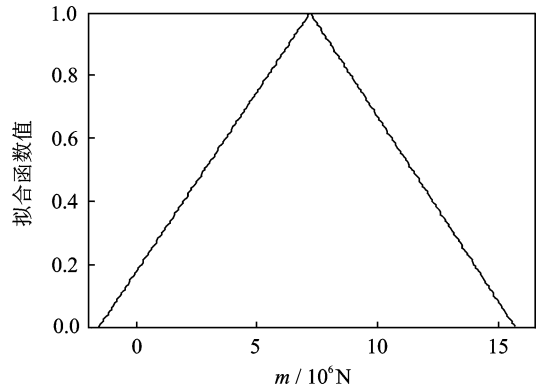


图4 隶属函数曲线

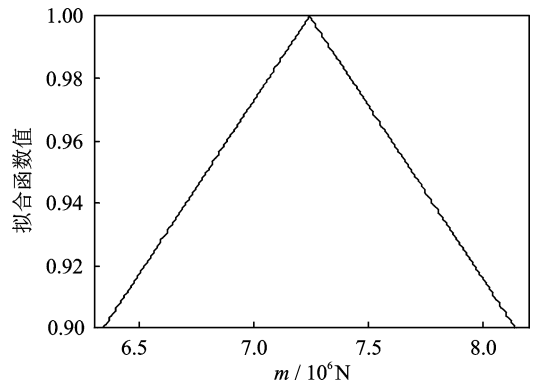


图5 截集 $\alpha=0.9$ 时的隶属度

图5和图6得到在 $\alpha=0.9$ 和 $\alpha=0.95$ 时的质量区间分别为 $m_{0.9}=[6 344.24, 8 140.64]$, $m_{0.95}=[6 784.5, 7 692.02]$,利用区间分析方法与本研究提出的方法计算结构各层的刚度区间,如表4所示。

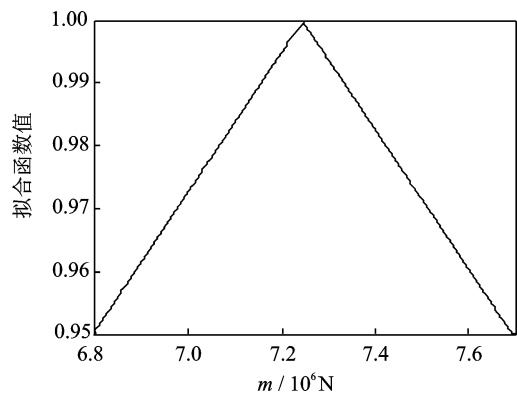
图6 截集 $\alpha=0.95$ 时的隶属度

表4 结构刚度区间

层数	$\text{Alpha} \geq 0.9$	$\text{Alpha} \geq 0.95$
1	[304 940, 391 280]	[326 100, 369 720]
2	[296 980, 381 070]	[317 590, 360 070]
3	[356 820, 457 860]	[381 580, 432 620]
4	[356 820, 457 860]	[381 580, 432 620]
5	[356 820, 457 860]	[381 580, 432 620]
6	[356 820, 457 860]	[381 580, 432 620]
7	[301 900, 387 380]	[322 850, 366 030]

可以看出,结构的精确解都包含在该区间内。采取不同的阈值得到结构的刚度区间也是不同的,阈值越大,区间的下限值越大,上限值越小,包含的区间越小,分析得到的结果就越靠近精确解,当阈值 $\alpha=1$ 时得到结构刚度的精确解。通过分析说明,考虑测量的不确定性可以得到结构的刚度区间,利用刚度区间反映结构的实际状态更符合土木工程实际情况。

4 结束语

在土木工程结构健康监测中大量数据是通过现场测试得到,这使得测试得到的数据存在大量的不确定性。笔者基于模糊理论提出了一种考虑测量数据不确定性的结构物理参数识别方法。算例分析表明,该方法在考虑测试数据不确定性的基础上能较好地识别结构刚度,并给出结构刚度区间,使得分析结果更符合实际工程情况。

参 考 文 献

- [1] Doebling S W, Farrar C R, Prime M B. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics; a literature review[R]. USA: Los Alamos National Laboratory, 1996:5-62.
- [2] 李国强,李杰. 工程结构动力检测理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2002:50-78.

- [3] 郭惠勇,李正良,彭川. 结构损伤动力识别技术与进展[J]. 重庆建筑大学学报,2008,30(1):140-145. Guo Huiyong, Li Zhengliang, Peng Chuan. Researches and advances in structural damage dynamic identification technology[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2008,30(1):140-145. (in Chinese)
- [4] 何伟,陈淮,王博. 运用改进残余力向量法的结构损伤识别研究[J]. 振动、测试与诊断,2009,29(4):379-382. He Wei, Chen Huai, Wang Bo. Structural damage identification by using improved residual force vector[J]. Journal of Vibration, Measurement Diagnosis, 2009,29(4):379-382. (in Chinese)
- [5] 陆建辉,王新宇. 结构剪切模型物理参数辨识[J]. 振动工程学报,2004,17(S):769-770. Lu Jianhui, Wang Xinning. Shearing structure dynamical physical parameter identification using mode data[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004,17(S):769-770. (in Chinese)
- [6] 王树青. 海洋平台结构的系统辨识与振动控制技术研究[D]. 青岛:中国海洋大学,2003:86-94.
- [7] 王晓军,邱志平. 含不确定参数弹簧质量系统振动反问题的区间分析法[J]. 固体力学学报,2004,25(4):462-466. Wang Xiaojun, Qiu Zhiping. Inverse vibration problem of spring-mass system with parameter uncertainty via interval analysis[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2004,25(4):462-466. (in Chinese)
- [8] 张汝清. 现代计算力学[M]. 重庆:重庆大学出版社,2004:284-305.
- [9] 苏静波,邵建国. 基于区间分析的工程结构不确定性研究现状与展望[J]. 力学进展,2005,35(3):338-344. Su Jingbo, Shao Jianguo. Current research and prospects on interval analysis in engineering structure uncertainty analysis[J]. Advance in Mechanics, 2005,35(3):338-344. (in Chinese)
- [10] 王晓军,杨海峰,邱志平,等. 基于测量数据的不确定性结构分析的模糊理论[J]. 北京航空航天大学学报,2010,36(8):887-891. Wang Xiaojun, Yang Haifeng, Qiu Zhiping, et al. Fuzzy theory for uncertain structural analysis based on measurement data[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010,36(8):887-891. (in Chinese)



第一作者简介:杜永峰,男,1962年3月生,教授、博士生导师。主要研究方向为抗震、减震控制以及结构健康监测。曾发表《滞变智能隔震结构的序列最优控制算法》《《计算力学学报》2007年第24卷第1期》等论文。

E-mail:dooyf@lut.cn