

阻尼材料动态参数测量的波数方法*

肖和业, 盛美萍, 陈永辉

(西北工业大学航海学院 西安, 710072)

摘要 为了减少阻尼材料动态参数测量中试件的个数,降低测试中人力、物力的消耗,提出了一种测量阻尼材料宽频带动态性能参数的波数方法。该测量方法主要基于 McDaniel 方法,先获得自由阻尼结构的复波数,再通过复刚度公式反推阻尼层材料的弹性模量及损耗因子。测量结果与共振梁法测量值进行对比,验证了波数方法的正确性,表明该方法可用于阻尼材料动态性能参数的测试,进而达到用少量试件测量阻尼材料宽频带动态性能参数的目的。同时开展了测量结果的误差分析,仿真结果表明,波数方法对弹性模量较大的阻尼材料测试效果精度较高,试件阻尼层与基底层厚度比取 5 以上时可获得理想的测量结果。

关键词 阻尼材料; 波数方法; 动态性能参数; 误差放大因子
中图分类号 TB535.1; TH113

引言

阻尼材料由于具有变形耗能的性质,被广泛应用于航空、航天、航海、交通运输和大型机械等领域以控制宽频带随机噪声激励产生的振动和噪声。为了更好地降低机械结构振动、预报阻尼处理的效果,就必须对其阻尼性能进行准确测试。国、内外很多学者对于阻尼材料宽频带特性的测试方法进行了研究。胡卫强等^[1-2]设计了一套测量阻尼材料动态性能的系统。温金鹏等^[3]采用基础激励下的共振驻留法研究了用双悬臂梁试件测试材料阻尼的原理方法。文献[4]运用阻抗方法测量获得了发动机橡胶垫的动态刚度和损耗因子。以上研究大都基于阻尼材料共振梁的测试方法,虽然该方法有相关的国家标准可供参考,且测量结果精度较高,但在测试频率间隔较小、频带较宽的情况下,需要设计、加工一组数量庞大的试件,花费大量人力、物力。如何用较少的试件,方便、准确测量阻尼材料宽频带动态性能参数是一个具有实际意义的问题。

笔者依据 McDaniel 方法^[5-7]测量结构损耗因子,通过测量自由阻尼结构的复波数,运用阻尼梁复刚度公式反推阻尼层材料弹性模量及损耗因子,与共振梁测量值对比,验证了该方法的正确性,实现了用一个试件测量阻尼材料宽频带动态性能参数的功能。为了获得可靠的阻尼材料参数,进一步分析反推过程中的误差放大因子,确定了该方法适用的范围

以及试件阻尼层与基底层厚度比的最佳范围。

1 理论基础

1.1 复波数测量理论

在 McDaniel 方法中,梁振动的傅里叶变换方程^[7]为

$$E^*(\omega)(1 - j\eta(\omega))I \frac{\partial^4 W(x, \omega)}{\partial x^4} - \omega^2 \rho A W(x, \omega) = 0 \quad (1)$$

其中: $E^*(\omega)$, $\eta(\omega)$, ρ 分别为梁的弹性模量、损耗因子、密度; I 为梁横截面的转动惯量; A 为横截面面积; ω 为激励角频率。

其响应^[7]可以表示为

$$W(x, \omega) = c_1(\omega)e^{jkx} + c_2(\omega)e^{-jkx} + c_3(\omega)e^{kx} + c_4(\omega)e^{-kx} \quad (2)$$

其中: $c_1(\omega)$, $c_2(\omega)$, $c_3(\omega)$, $c_4(\omega)$ 分别为位移响应系数; $k = \omega/c$; c 为梁中弯曲波的波速。

式(2)中的复波数可以表示为

$$k = \sqrt[4]{\frac{\rho A}{E^*(\omega)(1 - j\eta(\omega))I} \omega^2} \quad (3)$$

在测试中,传感器测量位移响应时会不可避免地引入噪声。为了降低噪声对测试的影响,在实验中测量值变为激励力 F 至各点位移响应的传递函数,式(2)变为

* 西北工业大学博士论文创新基金资助项目(编号:CX201003)
收稿日期:2010-09-15;修改稿收到日期:2010-12-13

$$H(x_i, \omega) = d_1(\omega)e^{jkx_i} + d_2(\omega)e^{-jkx_i} + d_3(\omega)e^{kx_i} + d_4(\omega)e^{-kx_i} \quad (4)$$

式(4)转化为矩阵的形式为

$$\begin{bmatrix} H(x_1, \omega) \\ \vdots \\ H(x_i, \omega) \\ \vdots \\ H(x_n, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{jkx_1} & e^{-jkx_1} & e^{kx_1} & e^{-kx_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jkx_i} & e^{-jkx_i} & e^{kx_i} & e^{-kx_i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jkx_n} & e^{-jkx_n} & e^{kx_n} & e^{-kx_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中: x_i 代表第 i 个测点位置 ($i=1, 2, \dots, n$); $H(x_i, \omega)$ 为 F 至 x_i 位置位移响应的传递函数; d_i ($i=1, 2, 3, 4$) 为未知系数。

文献[7]通过对 n 个测点测量数据拟合寻优, 获得整个结构的波数。基于此思想, 首先对应测量频率 ω , 假设复波数 k 数值, 将其和 n 个点传递函数的测量结果代入式(5), 运用最小二乘方法将 d_i ($i=1, 2, 3, 4$) 的数值计算出来。将 k, d_i 代入式(4)计算 n 个点估计响应, 并通过下式计算估算结果与实验测量的误差

$$\varepsilon(k) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n |H(x_i, \omega) - \overline{H}(x_i, \omega)|^2 \rho(x_i)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n |\overline{H}(x_i, \omega)|^2 \rho(x_i)}} \quad (6)$$

其中: $\overline{H}(x_i, \omega)$ 为实验测量 x_i 位置传递函数; $H(x_i, \omega)$ 为假设复波数估计获得 x_i 位置传递函数; $\rho(x_i)$ 为 x_i 点位移响应与激励力的相关系数。

通过群智能优化方法进行优化可以获得 $\varepsilon(k)$ 的最小值, 对应的 k 值为结构在频率 ω 的复波数, 整个复合梁的复刚度^[8]为

$$B = m\omega^2/k^4 \quad (7)$$

其中: m 为复合梁的质量; ω 为测量角频率; k 为角频率 ω 对应的复波数。

自由阻尼梁的复刚度^[8]为

$$B = B_1 \frac{1 + 2e_r h(1 + i\beta)(2 + 3h + 2h^2) + e_r^2(1 + i\beta)^2 h^4}{1 + e_r h(1 + i\beta)} \quad (8)$$

其中: $B_1 = E_1 I_1$; $e_r = E_2/E_1$; $h = H_2/H_1$; E_2, H_2, β 分别为阻尼层的弹性模量, 厚度及损耗因子; E_1, H_1, I_1 分别为基底层的弹性模量、厚度、转动惯量。

由公式(7), (8)可得

$$\frac{\rho A \omega^2}{k^4 B_1} = \frac{1 + 2e_r h(1 + i\beta)(2 + 3h + 2h^2) + e_r^2(1 + i\beta)^2 h^4}{1 + e_r h(1 + i\beta)} = \frac{1 + e_r h^3(1 + i\beta) + 3(h + 1)^2 \left[\frac{e_r h(1 + i\beta)}{1 + e_r h(1 + i\beta)} \right]}{1 + e_r h(1 + i\beta)} \quad (9)$$

令 $h^2 = T_1, 3(h + 1)^2 = T_2, \frac{\rho A \omega^2}{k^4 B_1} = K, y = e_r h \cdot (1 + i\beta)$, 则式(9)变为

$$K = 1 + T_1 y + T_2 \frac{y}{1 + y} \quad (10)$$

两边展开可得

$$T_1 y^2 + (T_1 + T_2 + 1 - K)y + 1 - K = 0 \quad (11)$$

y 数值不能为负值, 方程的解为

$$y = \frac{-(T_1 + T_2 + 1 - K) + \sqrt{(T_1 + T_2 + 1 - K)^2 - 4T_1(1 - K)}}{2T_1} \quad (12)$$

阻尼层的弹性模量及损耗因子可通过下式求得

$$\begin{cases} E_2 = \frac{\text{Re}(y)}{h} E_1 \\ \beta = \frac{\text{Im}(y)}{\text{Re}(y)} \end{cases} \quad (13)$$

1.2 误差放大因子

笔者首先通过测量数据拟合结构的复波数 k , 然后依据提出方法获得阻尼层材料的弹性模量及损耗因子。在反推过程中测量误差发生改变, 为了能够获得可靠的 E_2 和 β , 有必要进行误差分析。复波数存在实部和虚部, 可表示为

$$k = a + bi \quad (14)$$

对于加工成型的自由阻尼结构, 基底层材料参数、阻尼层密度、阻尼层与基底层厚度比都已确定, 因此阻尼层弹性模量、损耗因子只为复波数实部 a , 虚部 b 的函数, 即

$$\begin{cases} E_2 = E_2(a, b) \\ \beta = \beta(a, b) \end{cases} \quad (15)$$

E_2, β 的最大误差计算公式^[9]为

$$\frac{\Delta E_2}{E_2} = \left| \frac{\partial E_2}{\partial a} \frac{\Delta a}{E_2} \right| + \left| \frac{\partial E_2}{\partial b} \frac{\Delta b}{E_2} \right| = \left| \frac{\partial E_2}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial a} \frac{\Delta a}{E_2} \right| + \left| \frac{\partial E_2}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial b} \frac{\Delta b}{E_2} \right| = \left| M_1 \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| M_2 \frac{\Delta b}{b} \right| \quad (16)$$

$$\frac{\Delta \beta}{\beta} = \left| \frac{\partial \beta}{\partial a} \frac{\Delta a}{\beta} \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial b} \frac{\Delta b}{\beta} \right| = \left| \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial a} \frac{\Delta a}{\beta} \right| + \left| \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial b} \frac{\Delta b}{\beta} \right| = \left| M_3 \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| M_4 \frac{\Delta b}{b} \right| \quad (17)$$

其中: $M_1 = \frac{\partial E_2}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial a} \frac{a}{E_2}$; $M_2 = \frac{\partial E_2}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial b} \frac{b}{E_2}$; $M_3 = \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial a} \frac{a}{\beta}$; $M_4 = \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial b} \frac{b}{\beta}$; M_1, M_2 分别为阻尼层弹性模量对应于波数实部和虚部的测量误差

差放大因子; M_3, M_4 分别为阻尼层损耗因子对应于波数实部和虚部的测量误差放大因子。

2 实验测量结果

实验中,自由阻尼梁长为 0.3 m,宽为 0.02 m,基底层厚度为 2 mm,材料为钢,阻尼层厚度为 2 mm,在整个梁上从 0.04 m 至 0.26 m 处按 0.01 m 等间距布置 23 个测点,测试系统示意图如图 1 所示。测试中自由阻尼梁通过两根弹性绳悬挂,多通道分析仪产生 50~4 000 Hz 白噪声,通过功率放大器输入激振器,在梁端点处激励。阻抗头在激励点处获取力信号,非接触传感器在测点拾取梁位移响应信号,两路信号经过电荷调理器输入多通道分析仪,计算获得测点位移响应与激励力的传递函数 $H(x)$ 。

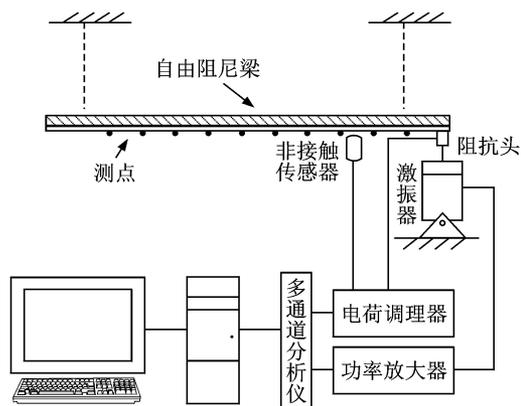


图1 测试系统示意图

文献[7]中波数分析频率下限为梁的第1阶模态频率,此时通过梁上测点只能拟合出半个弯曲波形,为了在拟合过程中至少包含一个弯曲波形,分析下限频率提升到梁的第2阶模态频率。一个完整的弯曲波至少用6个测点进行测量才能还原其基本形状^[4],因此22个测点最多可以描述3个半弯曲波,测试的上限频率为梁的第7阶模态频率。实验测得复合梁第2阶模态频率为289 Hz,第7阶模态频率为3 430 Hz,由于多个测点在3 kHz以上的信噪比不足10 dB,本次阻尼测量的频率范围定为289~3 000 Hz。依据22个测点数据通过拟合寻优获得阻尼材料弹性模量及损耗因子与共振梁法测量值对比如图2所示。阻尼材料弹性模量及损耗因子的测量结果与值接近,一致性好,且随着频率上升,两种方法测量结果之间的差距减小,产生这一现象的原因主要有两个:

1) 两种测量方法的测试边界不同。频率较低时波长较长,不同边界对测量结果的影响较大,这时两种方法测量结果的差异较大。随着频率的增加波长

变短,边界带来的影响减小,两种方法测量结果的差异也下降。

2) 本研究方法获得阻尼材料的特性是由波数测量结果反推而来,这一过程存在误差放大因子,其数值随着阻尼材料弹性模量的增加而减小。由于被测材料的弹性模量随频率上升而增大,测试中误差放大因子随频率增大而减小,测量结果精度增加;因此随着频率上升,两种方法的测量结果差异减小。

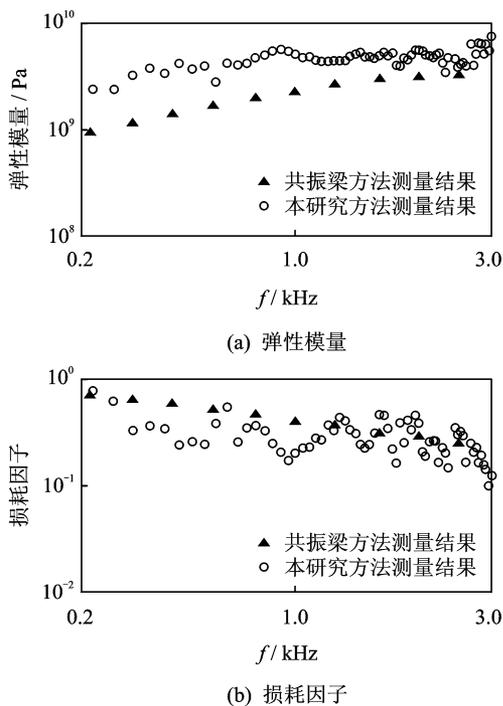
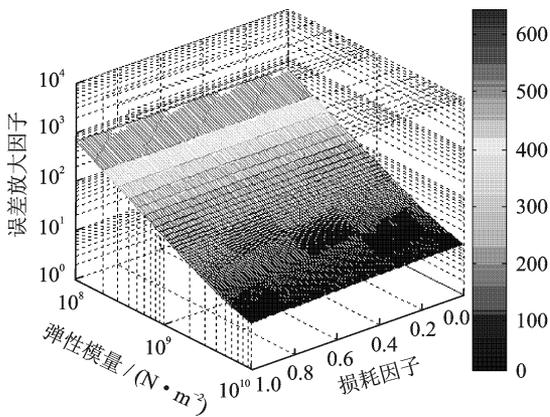
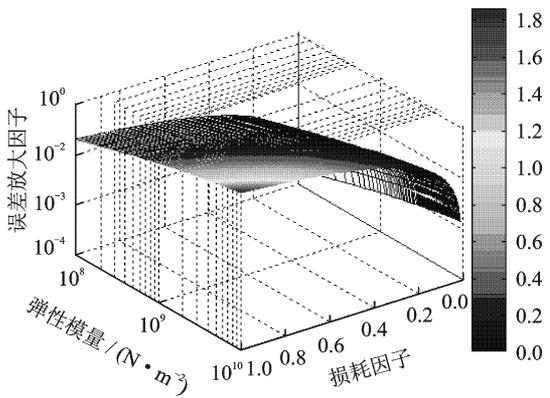
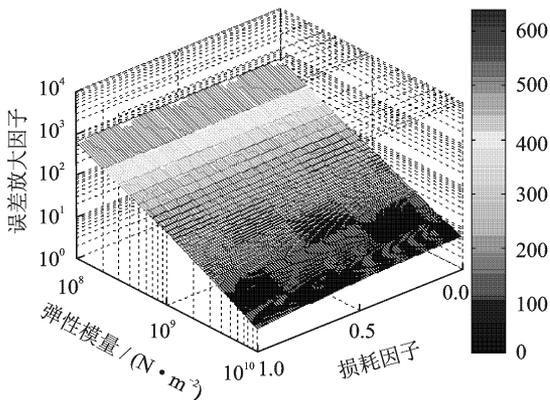
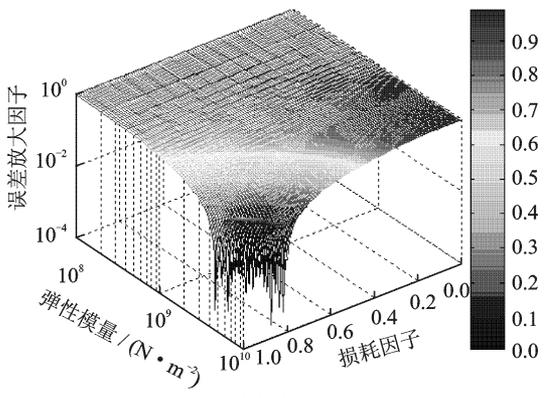


图2 阻尼材料测量结果与共振梁法测量值对比

通过对两种方法测量结果的比较,验证了本研究方法测试阻尼材料特性的正确性。在共振梁法测试过程中,通过一根复合梁可以获得3~4个频点的测量结果^[10],结合图2中共振梁法测量结果的频点个数可知,测量300~3 000 Hz 阻尼材料的参数需要4~5根不同长度的复合梁,而该方法只需要一根复合梁就能获得多个频点的数值,实现了用少量试件测量阻尼材料宽频带动态性能参数的功能。

3 误差放大因子分析

拟合优化中误差函数 $\epsilon(k)$ 为复波数 k 的拟合误差,在阻尼材料参数的反推过程中对其具有一定的放大作用。对于此次实验结构参数,误差放大因子 $M_1 \sim M_4$ 随阻尼层材料弹性模量及损耗因子的变化曲线如图3所示。误差放大系数 M_1, M_3 数值很大,且高出 M_2, M_4 数值很多,这说明弹性模量及损耗因子的计算误差主要来源于波数的实部。对应实验测量的弹性模量和损耗因子, M_1, M_3 数值在10~80之

(a) 弹性模量的波数实部误差放大因子 M_1 (b) 弹性模量的波数虚部误差放大因子 M_2 (c) 损耗因子的波数实部误差放大因子 M_3 (d) 损耗因子的波数虚部误差放大因子 M_4

间, M_2, M_4 数值在 0.4~0.8 范围内。由于 M_1, M_3 较大, 弹性模量和损耗因子的测量结果较为分散, 这与图 2 的分析结果一致, 说明了弹性模量和损耗因子的测量结果离散度较大是由反推过程中的误差放大因子较大引起的。由图 3 可知, 随着阻尼层材料弹性模量增大, M_1, M_3 数值减小, 弹性模量及损耗因子的放大因子降低。对于一般阻尼材料随着频率提升, 其弹性模量增加, 运用波数方法测量阻尼材料弹性模量及损耗因子的误差减小, 这与图 2 的分析结果一致, 验证了误差放大因子分析的正确性, 为实验测量误差找到了根本来源。

为了分析阻尼层与基底层厚度比对误差放大因子的影响, 保持其他参数不变, 改变厚度比, 误差放大因子 $M_1 \sim M_4$ 随阻尼材料弹性模量及厚度比变化曲线如图 4 所示。随着阻尼层与基底层厚度比增大, M_1, M_3 数值迅速减小, M_2 数值增大, M_1, M_3 和 M_2, M_4 差距减小, 当厚度比超过一定数值时, $M_1 \sim M_4$ 数值趋于常数。这说明随着厚度比增加, 反推过程对复波数误差放大作用减小, 弹性模量及损耗因子误差由波数实部和虚部误差共同组成。由图 4 可知, 当阻尼层与基底层厚度比大于 5 时, 误差放大因子的数值基本不发生变化, 因此阻尼试件阻尼层与基底层的厚度比最好选为 5 以上。

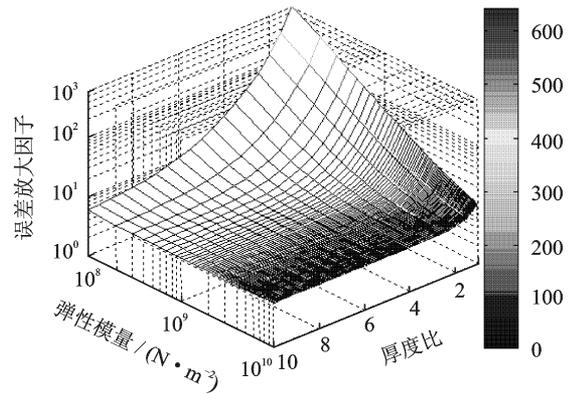
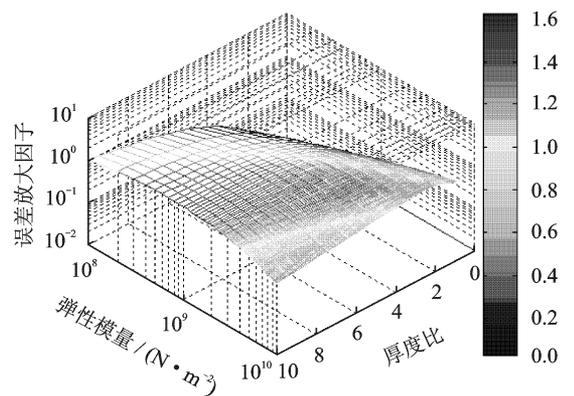
(a) 弹性模量的波数实部误差放大因子 M_1 (b) 弹性模量的波数虚部误差放大因子 M_2

图 3 误差放大因子

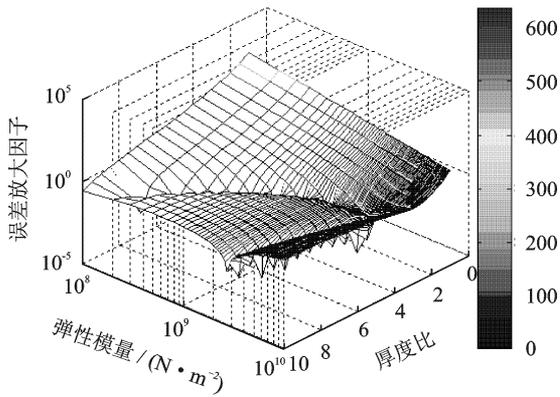
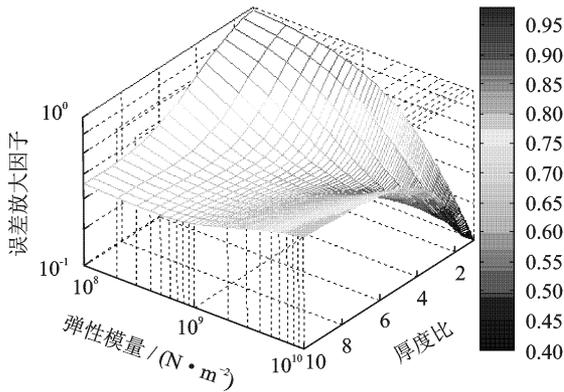
(c) 损耗因子的波数实部误差放大因子 M_r (d) 损耗因子的波数虚部误差放大因子 M_i

图4 不同厚度比误差放大因子

4 结束语

运用波数方法和共振梁方法测量阻尼材料弹性模量及损耗因子,所得结果一致,验证了波数方法的准确性,实现了用一个试件测量阻尼材料宽频带动态性能参数的功能。由于波数方法测量结果的精度随阻尼材料的弹性模量增大而增加,为了保证测量结果的精度,波数方法适合于弹性模量较大的硬阻尼材料的参数测量。波数方法测量结果的精度随着试件阻尼层与基底层厚度比的增大而增加,但阻尼层与基底层厚度比大于5时,测量精度增加很小。为了获得理想的测量结果,建议阻尼层厚度与基底层厚度比选取5以上。

参 考 文 献

[1] 胡卫强,王敏庆,刘志宏,等. 阻尼材料动态力学参数自动测试系统的设计[J]. 振动、测试与诊断, 2008, 28(4):347-349.

Hu Weiqiang, Wang Mingqing, Liu Zhihong, et al. An automatic test system for damping material's DMP test by swept sine half power bandwidth method[J].

Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(4):347-349. (in Chinese)

[2] 胡卫强,王敏庆,盛美萍,等. 阻尼材料动态性能参数的宽频带测试研究[J]. 机械科学与技术, 2007, 11(26):1425-1428.

Hu Weiqiang, Wang Mingqing, Sheng Meiping, et al. Broadband measurement of dynamic performance parameters of damping materials[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2007, 26(11):1425-1428. (in Chinese)

[3] 温金鹏,杨智春,李斌,等. 材料阻尼测试方法研究[J]. 振动、测试与诊断, 2008, 28(3):220-224.

Wen Jinpeng, Yang Zhichun, Li Bin, et al. A method for material damping measurement[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(3):220-224. (in Chinese)

[4] Ooi L E, Ripin Z M. Dynamic stiffness and loss factor measurement of engine rubber mount by impact test [J]. Materials and Design, 2011, 32(4):1880-1887.

[5] McDaniel J G, Dupont P. A wave approach to estimating frequency-dependent damping under transient loading[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(2):433-449.

[6] McDaniel J G, Shepard W S. Estimation of structural wave numbers from spatially sparse response measurements[J]. Journal of the Acoustical Society of American, 2000, 108(4):1674-1682.

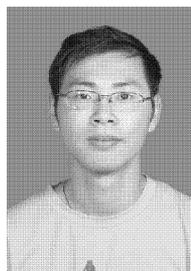
[7] Rak M, Mohamed I, Holnicki-Szulc J. Identification of structural loss factor from spatially distributed measurements on beams with viscoelastic layer [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 310:801-811.

[8] 戴德沛. 阻尼减振降噪技术[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1986:91-94.

[9] 朱蓓丽,沈庆元. 粘弹性材料复剪切模量的测量及误差分析[J]. 噪声与振动控制, 1999, 12:38-41.

Zhu Peili, Sheng Qingyuan. Measurement and error analysis of damping material's complex shear modulus [J]. Noise and Vibration Control, 1999, 12:38-41. (in Chinese)

[10] 张同根,陆近煜,陈耀辉,等. GB/T 1640621996 声学材料阻尼性能的弯曲共振测试方法[S]. 北京:国家技术监督局, 1996.



第一作者简介:肖和业,男,1985年11月生,博士。主要研究方向为振动与噪声控制、阻尼减振技术及结构有限元分析。曾发表《变阻尼层复合梁动力特性的优化分析》(《振动、测试与诊断》2010年第30卷第1期)等论文。

E-mail:raulwavell@163.com