

输入输出信息有限观测下的结构损伤诊断*

雷 鹰^{1,2}, 江永强¹

(1. 厦门大学建筑与土木工程学院 厦门, 361005) (2. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室 上海, 200092)

摘要 为解决工程结构中激励和响应信息有限观测情况下的结构损伤诊断问题, 提出依次使用扩展卡尔曼估计算法和最小二乘算法, 分别识别结构参数和未知外激励, 推导出相应的递推解析解。所提方法与经典卡尔曼滤波算法相比, 可用于荷载未知情况。通过追踪结构内单元的刚度变化, 对结构损伤进行诊断。分别通过一个小型平面桁架、一个简支梁的损伤诊断数值算例和一个8层剪切钢框架的损伤识别试验, 验证了该方法的可行性和有效性。

关键词 结构参数识别; 结构损伤诊断; 未知激励; 扩展卡尔曼估计; 最小二乘估计

中图分类号 TU312+.3

引言

工程结构的损伤诊断是国内外研究的热点课题之一^[1]。结构损伤诊断中基于结构振动的损伤诊断是一种重要的方法, 其基本原理是结构损伤引起的结构物理参数的变化会引起结构系统动力响应的改变, 通过追踪结构动态特征参数, 如刚度、阻尼等的数值变化, 可以较直接地对结构损伤进行诊断; 因此, 通过观测结构的响应信息来识别损伤时结构的物理特征是结构损伤诊断的一种有效途径, 这种结构识别方法在动力学中属于“反问题”。

由于受条件限制, 通常很难准确测量作用于结构的全部激励, 结构的响应信息也往往难以全部观测。近年来, 输入输出信息有限观测情况下的结构损伤识别受到关注, 国内外学者分别提出了一些未知激励条件下的损伤识别方法^[2-7], 然而这些方法都要求观测结构的位移及速度, 或者由观测的加速度积分得到位移和速度。由于土木工程结构的复杂性以及高昂的安装费用, 同时测量所有自由度的加速度、速度和位移响应是不切实际的, Yang等^[8]提出了未知输入下的扩展卡尔曼滤波方法(EKF-UI)。笔者结合扩展卡尔曼估计算法及递推最小二乘估计算法, 在加速度响应部分观测和外激励未知的条件下, 推导出一种结构分析和计算都更加直观、更加简洁的结构损伤识别方法, 并通过一个小型平面桁架、一个简支梁的损伤模拟数值算例和一个8层剪切钢框架损伤识别试验来验证本研究方法的有效性。

1 扩展卡尔曼参数识别

n 个自由度的线性结构运动方程^[9]可写成如下形式

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = Bf(t) + B^u f^u(t) \quad (1)$$

其中: x, \dot{x} 及 \ddot{x} 分别为结构的位移、速度及加速度响应; M, C, K 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $f(t)$ 为已测外部激励向量; $f^u(t)$ 为未知外部激励向量; B, B^u 分别为 $f(t)$ 和 $f^u(t)$ 的位置矩阵。

引入增广结构状态向量为

$$X = [X_1^T, X_2^T, X_3^T, X_4^T]^T \quad (2)$$

其中: $X_1 = x; X_2 = \dot{x}; X_3 = [k_1, k_2, \dots, k_m]^T; X_4 = [c_1, c_2, \dots, c_m]^T; [X_1^T, X_2^T]^T$ 为结构的状态向量; X_3^T 和 X_4^T 为未知的刚度参数及阻尼参数。

式(1)可以改写为增广状态方程形式

$$\begin{cases} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{cases} = \begin{cases} X_2 \\ M^{-1}[Bf(t) + B^u f^u(t) - (C)_{X_4} X_2 - (K)_{X_3} X_1] \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中: $(C)_{X_4}$ 为由未知阻尼参数向量 X_4 组成的阻尼矩阵; $(K)_{X_3}$ 为由未知刚度参数向量 X_3 组成的刚度矩阵。

由式(3)可知, 增广状态向量方程是关于增广状态向量的非线性方程, 可以表达如下

* 国家自然科学基金资助项目(编号:10672137); 土木工程防灾重点实验室开放课题

收稿日期: 2011-01-17; 修改稿收到日期: 2011-04-14

$$\dot{X} = g(X, f, f^u, t) \quad (4)$$

通常结构上只安置有限的加速度传感器,因此结构观测方程为

$$Y[k] = D\dot{X}_2[k] + v[k] = D_r\{- (C)_{x_1}X_2[k] - (K)_{x_3}X_1[k]\} + Gf[k] + G^u f^u[k] + v[k] \quad (5)$$

其中: D 为传感器放置位置矩阵; $D_r = DM^{-1}$; $G = DM^{-1}B$; $G^u = DM^{-1}B^u$; k 为 $t = k\Delta t$ (Δt 为采样时间步长)时刻; $v[k]$ 为测量噪声向量,假定其为均值为零、协方差矩阵 $E[v_i v_j^T] = R_i \delta_{ij}$ 的高斯白噪声,其中 δ_{ij} 为 Kroneker 算子。

离散后的观测向量可用以下非线性方程表示

$$Y[k] = h(X[k], t[k]) + Gf[k] + G^u f^u[k] + v[k] \quad (6)$$

其中

$$h(X[k], t[k]) = D_r\{- (C)_{x_1}X_2[k] - (K)_{x_3}X_1[k]\} \quad (7)$$

由扩展卡尔曼预测估计^[10],有状态预测方程为

$$\tilde{X}[k+1|k] = \tilde{X}[k|k-1] + \int_{t[k]}^{t[k+1]} g(X, f, f^u, t) dt \quad (8)$$

最优增益矩阵为

$$K[k] = \varphi[k]P[k]H^T[k](H[k]P[k]H^T[k] + R[k])^{-1} \quad (9)$$

状态估计方程为

$$\hat{X}[k+1|k] = \tilde{X}[k+1|k] + K[k]\{Y[k] - h(\hat{X}[k|k-1], f[k], f^u[k], t)\} \quad (10)$$

估计误差协方差方程为

$$P[k+1|k] = \varphi[k]P[k]\varphi^T[k] - K[k+1]H[k]P[k]\varphi^T[k] + Q[k] \quad (11)$$

其中: R 为观测噪声 v 的协方差矩阵。

$$\varphi[k] \approx I + \Delta t A[k] \quad (12)$$

$$A[k] = \left. \frac{\partial g_i(X, f, f^u, t)}{\partial X_j} \right|_{X=X[k|k-1], f=f[k], f^u=f^u[k]} \quad (13)$$

$$H[k] = \left. \frac{\partial h_i(X, t)}{\partial X_j} \right|_{X=X[k|k-1]} \quad (14)$$

式(13)和(14)为矩阵求导,其中第 (i, j) 个元素为函数的第 i 个分量关于第 j 个变量 x_j 求导。

2 最小二乘法估计未知激励

有了 $k+1$ 时刻增广状态向量的估计值,利用递

推的最小二乘算法,可由式(6)估算 $k+1$ 时刻的未知外激励 $f^u[k+1]$

$$\hat{f}^u[k+1] = ((G^u)^T R^{-1} G^u)^{-1} R^{-1} (G^u)^T \cdot \{Y[k+1] - h(\hat{X}[k+1|k], t[k+1]) - Gf[k+1]\} \quad (15)$$

经典的扩展卡尔曼滤波(EKF)方法只适用于作用在结构上的激励为已知情况。Yang 等^[8]虽然提出了 EKF-UI,但笔者所提方法运用的是扩展的卡尔曼估计算法,这主要是因为扩展的卡尔曼估计可以基于 $t = k\Delta t$ 时刻的结构响应观测值 $(Y_r[1], Y_r[2], \dots, Y_r[k])$ 对 $t = (k+1)\Delta t$ 时刻的结构扩展状态向量进行估计,避免了对结构扩展状态和未知荷载的同时识别,简化了未知荷载作用下结构识别问题的复杂性,进行结构分析和计算更加直观、简洁。

本研究方法在所观测响应数大于作用于结构的未知激励数,未知激励自由度处的结构响应被观测的情况下,可进行结构的参数识别。

3 结构损伤诊断

结构发生损伤时,损伤位置的结构单元参数往往会发生变化,从而导致损伤附近的结构响应发生变化。笔者提出的方法通过观测结构的加速度响应,对结构单元参数进行识别。通过追踪结构单元参数的改变,对结构的损伤位置与程度进行判断。这是基于结构参数识别的结构损伤诊断方法。

4 数值算例

4.1 小型桁架

考虑一个小型桁架,白噪声激励作用在节点4处,如图1所示。水平杆长2 m,斜杆长 $\sqrt{2}$ m,截面积 $A = 7.854 \times 10^{-5} \text{ m}^2$,杆件弹性模量 $E = 2 \times 10^8 \text{ Pa}$,材料密度为 7850 kg/m^3 。杆件的刚度定义为 EA/L ,则水平杆的刚度为 7.85 kN/m ,斜杆的刚度为 11.11 kN/m 。结构阻尼采用 Raleigh 阻尼,假定1,2阶阻尼比为 $\xi_1 = \xi_2 = 0.03$,可计算得到阻尼系数为 $\alpha = 4.151, \beta = 2.1657 \times 10^{-4}$ 。

假设斜杆②和水平杆⑥均发生20%的损伤,损伤后②,⑥杆的刚度分别为 8.89 和 6.28 kN/m 。观测信息为节点1,2,3,5的竖向加速度和节点4处的横向及竖向加速度,白噪声激励未知。

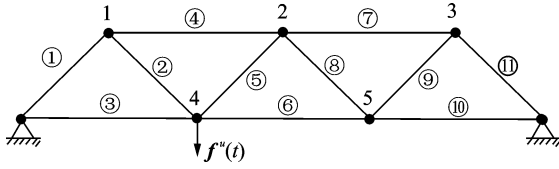


图1 小型桁架示意图

采用笔者提出的方法进行识别,识别结果如表1和图2~图4所示。

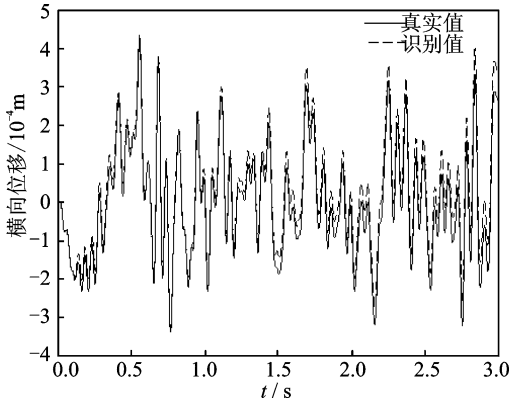


图2 节点1横向位移曲线识别对比

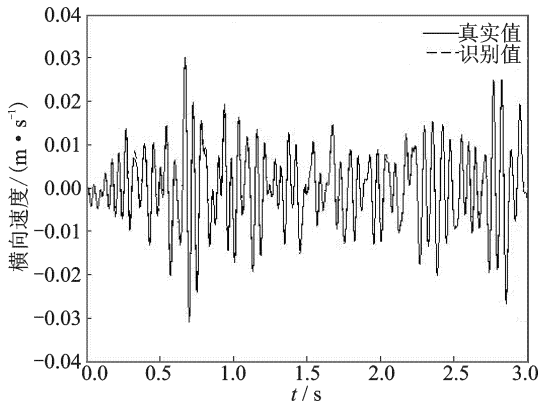


图3 节点1横向速度曲线识别对比

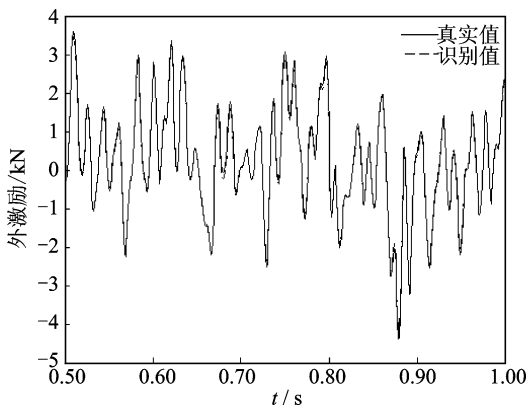


图4 小桁架外激励曲线识别对比

表1 桁架杆件刚度识别结果

杆件 编号	刚度/(kN·m ⁻¹)		识别 误差/ % (准确值) (识别值)	刚度/(kN·m ⁻¹)		识别 误差/ % (准确值) (识别值)
	无损	有损		无损	有损	
1	11.11	11.10	-0.06	11.11	11.05	-0.52
2	11.11	11.18	0.63	8.89	8.96	0.79
3	7.85	7.99	1.86	7.85	7.81	-0.46
4	7.85	8.03	2.30	7.85	8.03	2.33
5	11.11	11.17	0.52	11.11	11.24	1.19
6	7.85	7.65	-2.50	6.28	6.25	-0.48
7	7.85	7.81	-0.49	7.85	7.75	-1.29
8	11.11	11.04	-0.67	11.11	11.05	-0.52
9	11.11	10.99	-1.03	11.11	11.15	0.37
10	7.85	7.80	-0.63	7.85	7.77	-1.03
11	11.11	11.00	-1.03	11.11	11.14	0.29

从表1可以看出,损伤位置发生在杆②和杆⑥,损伤诊断误差分别为0.79%和-0.48%,具有很高的精度;从图2和图3可以看出,所提方法能准确地识别出系统的状态量(位移和速度);从图4可以看出,所提方法能很好识别出未知的外激励。

4.2 简支梁

如图5所示,一简支梁划分为4个单元,白噪声激励作用在节点2处。梁全长为6 m,每单元长度为1.5 m,杆件弹性模量 $E=2 \times 10^8$ Pa,材料密度为 7850 kg/m^3 ,梁截面积为 0.1 m^2 。定义单元刚度为 EI/L ,各段单元的刚度为 $111.11 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。单元质量矩阵采用一致质量矩阵,结构阻尼采用Rayleigh阻尼,假定1,2阶阻尼比为 $\xi_1=\xi_2=0.03$,可以计算得到阻尼系数为 $\alpha=0.1919, \beta=0.0030$ 。

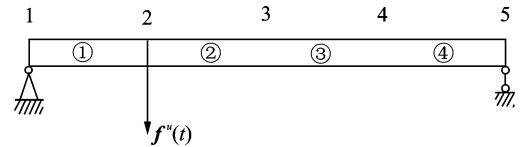


图5 简支梁示意图

假设在单元④发生损伤,单元刚度减少20%,即损伤后刚度为 $88.89 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。由于结构的转角加速度难以测量,因此此算例中只观测节点2,3,4的竖向加速度,而所有节点的转角加速度均不观测。节点2处白噪声激励未知。

采用笔者所提方法进行识别,识别结果如表2和图6~图8所示。

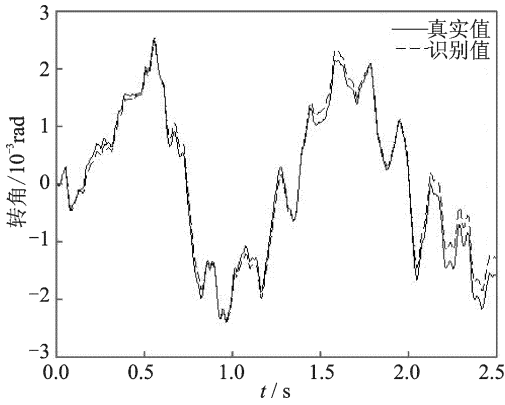


图6 节点4转角曲线识别对比

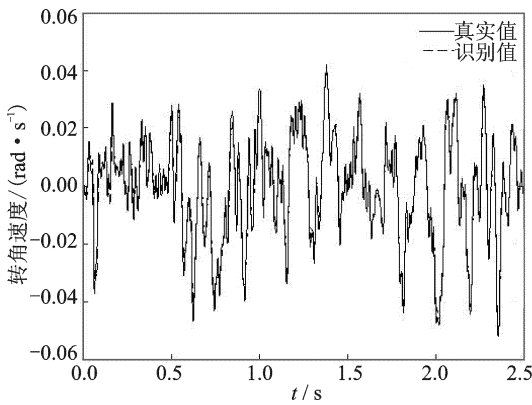


图7 节点4转角速度曲线识别对比

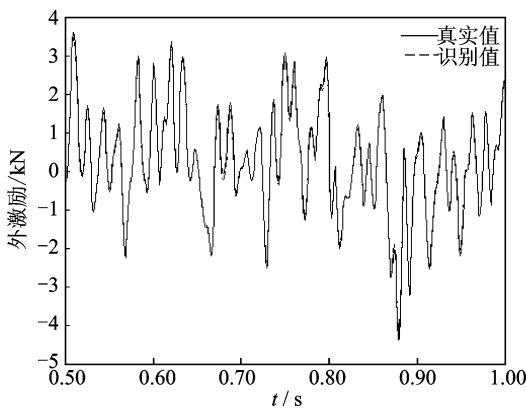


图8 简支梁外激励曲线识别对比

表2 简支梁单元刚度识别结果

杆件 编号	刚度/(kN·m ⁻¹)		识别 误差/ %	刚度/(kN·m ⁻¹)		识别 误差/ %
	无损 (准确值)	无损 (识别值)		有损 (准确值)	有损 (识别值)	
1	111.11	107.13	-3.58	111.11	106.40	-4.24
2	111.11	107.75	-3.03	111.11	109.63	-1.33
3	111.11	111.06	-0.05	111.11	113.19	1.88
4	111.11	112.07	0.87	88.89	89.67	0.88

从表2可以看出,损伤位置发生在单元④,损伤诊断误差为0.88%,因此笔者提出的方法即使在转角不观测的情况下,也具有较高的损伤诊断精度;从图6和图7可以看出,系统的状态量(转角位移和转角速度)能很好地识别出来;从图8可以看出,未知外激励可被很好地识别出来。

5 剪切框架试验

由于数值模拟与实际往往存在较大差别,为检验本研究方法的有效性,笔者进行了8层剪切钢框架的损伤识别试验研究。

5.1 试验模型

试验模型如图9所示。为对模型进行损伤模拟,采用了两种厚度不同的支撑钢片,通过更换两种钢片来模拟模型的刚度削减。钢片的具体规格如下:1号钢片为200 mm×30 mm×3 mm;2号钢片为200 mm×30 mm×2.5 mm。钢框架各层质量如表3所示。

表3 钢框架质量表

楼层号	质量/kg
1	8.535
2	8.368
3	8.368
4	8.326
5	8.330
6	8.359
7	8.361
8	7.972

5.2 损伤模拟试验

如图9所示,通过信号发生器使激振器产生白噪声激励,激振器置于模型第3层中点位置。通过安放加速度传感器采集楼层加速度,加速度传感器放置的位置为2,3,4,5,6和8层。

试验过程为:首先,模型中所有支撑钢片采用1号钢片,以此作为模型的无损状态,激振器激振,采集无损状态的加速度数据,采用本研究方法识别各层刚度;然后,将第5层中的两根支撑钢片更换为2号钢片,以此模拟框架的损伤状态,采集损伤状态的加速度数据并用本研究方法识别各层刚度;最后,通过比较两次的识别结果判定损伤的位置和损伤程度。对比结果如表4所示。



图9 损伤模拟试验

表4 试验识别结果

层号	刚度 $k_i / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$		变化量 / %
	无损	损伤	
1	129.83	131.44	1.24
2	128.01	130.49	1.94
3	124.94	123.47	-1.18
4	127.27	123.01	-3.35
5	135.66	106.45	-21.53
6	133.08	134.99	1.44
7	139.33	138.01	-0.95
8	132.57	134.01	1.09

通过表4中无损和损伤两种情况下的识别结果对比可以看出,第5层的刚度出现了较大的减小,其余各层的刚度变化非常小;因此,可以确定损伤出现在第5层,损伤量为21.53%。

6 结束语

笔者提出结合扩展卡尔曼估计算法及递推最小二乘估计算法分别识别结构参数和未知外激励的方法。该方法简化了未知荷载作用下结构识别问题的复杂性,具有分析和计算更加直观、简洁的优点。与经典的扩展卡尔曼滤波相比,可适用于作用在结构上的激励未知的情况。本研究方法在所观测响应数大于未知激励数,未知激励自由度处的结构响应被观测的情况下,可对结构进行参数识别。通过追踪结构内单元刚度的变化,可以对结构损伤位置和损伤程度进行诊断。

参 考 文 献

望[J]. 振动、测试与诊断, 2003, 23(2): 79-85.

Guo Wanlin, Shao Renping, Feng Qian. A review and prospect of damage detection in structures[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2003, 23(2): 79-85. (in Chinese)

- [2] Ling Xiaolin, Haldar A. Element level system identification with unknown input with rayleigh damping [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130(8): 877-885.
- [3] Kathuda H, Martinez H, Hladar A. Health assessment at local level with unknown input excitation [J]. Structural Engineering, 2005, 131(6): 956-965.
- [4] Lei Ying, Lei Jiayan, Song Yu. Element level structural damage detection with limited observations and with unknown inputs [C] // Proceedings of SPIE's Conference on Health Monitoring of Structural and Biological Systems. San Diego, CA, USA; Edited by Kundu, Tribikram, 2007.
- [5] Zhao Xin, Xu Y L, Chen J, et al. Hybrid identification method for multi-story buildings with unknown ground motion; theory [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 291: 215-239.
- [6] Demetriou M A. Using unknown input observers for robust adaptive fault detection in vector second-order systems [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19: 291-309.
- [7] 陈学前, 陈大林. 基于强迫振动响应的结构损伤识别 [J]. 振动、测试与诊断, 2005, 25(2): 98-100.
Chen Xueqian, Chen Dalin. Structural damage identification based on response of forced vibration [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(2): 98-100. (in Chinese)
- [8] Yang J N, Pan S, Huang H. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identification II: unknown inputs [J]. Structural Control Health Monitoring, 2007, 14(3): 497-521.
- [9] 李国强, 李杰. 工程结构动力检测理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2002: 153-159.
- [10] 王翼. 现代控制理论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 123-130.

第一作者简介: 雷鹰, 男, 1966年5月生, 教授。主要研究方向为结构工程力学。曾发表《Algorithms for time synchronization of wireless structural monitoring sensors》(《Earthquake Engineering and Structural Dynamics》2005, Vol. 24, No. 6) 等论文。

E-mail: ylei@xmu.edu.cn

