

复解析最优小波解调法*

刘小峰¹, 张开飞¹, 赵玲²

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆, 400044) (2. 重庆交通大学信息科学与工程学院 重庆, 400044)

摘要 针对齿轮箱故障信号的多分量多频调制特点, 结合基于复解析小波变换的信号分量的包络幅值提取原理, 提出了一种基于峭度和平滑指数的最优小波解调技术。首先, 采用连续小波变换谱的能量熵作为时间尺度分辨率的度量指标, 将其应用到 Morlet 分析小波的参数优化选择中; 其次, 对常规小波峭度算法进行改进, 结合平滑指数对最优小波变化尺度进行迭代搜索; 最后, 针对解调谱线繁杂密集无法分辨的问题, 采用频谱细化的方法提高了复解析小波解调谱的频谱精度。应用试验结果表明, 该复解析最优小波解调方法较传统的解调方法, 可以更加准确地有效地提出齿轮箱复杂信号中的微弱故障特征。

关键词 连续小波变换; 能量熵; 谱峭度; 平滑指数; 故障诊断

中图分类号 TH115; TP395.02

引言

齿轮箱在运转过程中, 若其齿轮存在局部损伤, 会产生间断性冲击激振, 使得在机械设备上测得的振动信号包含迅速衰减的脉冲分量。这种脉冲信号通常在时域上呈一定周期间隔出现, 包含这种冲击的信号频谱中往往会以啮合频率或固有频率为中心的两侧间隔均匀的调制边频^[1]。凭借调制频率和幅值强度可以判断零件损伤的程度和部位, 因此, 解调分析是齿轮箱状态监测与故障诊断的重要方法^[2-3]。从齿轮箱表面采集的振动信号包含了多级传动齿轮及转轴与轴承等多个零部件振动信息, 具有多载波多调制信息的特征, 信号整体包络解调无法得出有效的故障信息, 通常必须先滤波再进行解调分析。使用传统单一带通滤波器, 由于无法准确定位具体的故障特征信号所在频段, 很难准确地提取出隐含故障信息所在的调制频带。国内外许多学者采用小波变换方法实现齿轮箱信号频带的任意划分, 然后根据齿轮箱的理论啮合频率及倍频大致确定故障频带^[4-5]。这种方法虽然在单级齿轮传动系统或结构较简单的齿轮箱系统, 且信噪比高的情况下有效, 但对于工况复杂的多级耦合的齿轮箱系统, 往往会因为其他频率干扰而使齿轮啮合成分无法分辨, 不能有效地提取出有用的故障调制信息^[5-7]。

针对以上问题, 笔者在传统小波包络解调方法

的基础上, 提出了一种对故障特征信息更敏感、解调更准确的最优小波解调方法。该方法采用解析小波变换对信号分量的包络幅值进行提取, 应用最小化时间尺度熵的方法对分析小波参数进行优化选择, 将修正峭度和平滑指数作为故障的度量指标对故障频带进行准确定位, 对解调谱进行了细化分析以提高复解析小波解调谱的频谱精度, 并将这种方法应用到了齿轮箱故障的定位分析中。

1 复解析小波解调法

解析小波变换是一种特殊的连续小波变换, 其小波参数的选择非常灵活, 在低频段也具有细致的信号刻画能力, 可以有效分析信号内部分量的相位和包络幅值。由于 Morlet 小波具有良好的时频局部化能力, 解析小波变换通常采用 Morlet 作为分析小波^[8]。Morlet 小波函数的表达式为

$$\varphi(t) = e^{-\sigma^2 t^2} e^{j\omega_0 t} = e^{-\sigma^2 t^2} \cos(\omega_0 t) + j e^{-\sigma^2 t^2} \sin(\omega_0 t) \quad (1)$$

其中: σ 为一正实数, 它决定小波时域和频域的宽度; ω_0 为一正实数, 它决定小波的衰减振荡频率。

将 $\varphi(t)$ 伸缩平移后就得到一个子波簇, 即

$$\varphi_{b,a}(t) = |a|^{1/2} \varphi\left[\frac{t-b}{a}\right] \quad (a, b \in R, a \neq 0) \quad (2)$$

其中: a 为尺度参数; b 为位置参数。

设 $s(t)$ 为能量有限信号, 则其关于小波函数 $\varphi(t)$

* 国家自然科学基金资助项目(编号:51005261); 重庆大学 211 工程资助项目(编号:S-09106)

收稿日期:2011-01-12; 修改稿收到日期:2011-04-29

的连续小波变换为

$$C_s(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \varphi^* \left[\frac{t-b}{a} \right] dt \quad (3)$$

其中: $\varphi^*(t)$ 为 $\varphi(t)$ 的复共轭。

式(3)相当于利用带通滤波器 $\varphi(2\pi af)$ 对 $s(t)$ 进行带通, 该滤波器的中心频率和带宽是随尺度变化而变化的。小波变换的系数 $C_s(a, b)$ 也为复函数, 即

$$C_s(b, a) = C_{sr}(b, a) + jC_{si}(b, a) \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} C_{sr}(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \varphi_r \left[\frac{t-b}{a} \right] dt \\ C_{si}(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \varphi_i \left[\frac{t-b}{a} \right] dt \end{cases} \quad (5)$$

在尺度 a 下 $s(t)$ 分量幅值为

$$A_s(b, a) = |C_s(b, a)| \quad (6)$$

则小波包络解调谱为

$$\text{EnvSpe}\{A_s(b, a)\} = \text{FFT}\{A_s(b, a)\} \quad (7)$$

其中: FFT 表示傅里叶变换。

由于大多数提取的信号分量都是窄带信号, 而噪声分布在整个频带, 所以复小波变换也有一定的噪声抑制作用。只要适当选取尺度 a , 就可改变小波滤波器的中心频率和带宽, 使滤波器的频带覆盖信号中的故障特征频带, 而且小波变换是线性变换, 所得到的的小波系数 $C_s(a, b)$ 是与所要提取分量的解析信号幅度成比例的解析信号。对于齿轮损伤点碰撞产生的冲击宽带信号, 如何最优化地选择小波变换的尺度和 Morlet 小波的初始衰减频率 ω_0 , 直接关系到能否准确有效地提取解调信息。

2 小波参数优化选择

小波系数是由被分析信号与不同时间尺度上小波函数作内积运算得到的。当小波函数与信号相似越大时, 则投影量越大, 所得到的连续小波变换谱的时频聚集性就越好^[9]。只有小波函数具有好的时频支撑性, 展开的小波系数才能准确有效地分析出信号的时频特征, 进而直观明确地反映出信号的故障信息。香农熵可以有效地度量信息能量的集中和散布程度, 使分解出小波系数的最小熵值所对应的小波参数就是最优小波^[10], 因此可作为时频聚集性度量指标对小波参数进行优化选择。小波变换的尺度与基小波采样率、中心频率和信号分析频率关系为

$$a = \omega_0 f_s / f_x f_\omega \quad (8)$$

其中: f_x 为信号分析频率; a 为尺度参数; f_s 为信号采样率; f_ω 为小波采样率; ω_0 为基小波中心频率。

f_x 可以通过频谱分析, 确定分析频率的上下界 $f_{x\min}$ 和 $f_{x\max}$ 。根据式(8)即可确定 a 的取值范围为

$$E = \left(\frac{\omega_0 f_s}{2\pi f_{x\max} f_\omega}, \frac{\omega_0 f_s}{2\pi f_{x\min} f_\omega} \right) \quad (9)$$

因此, 连续小波幅值谱信息测度 SH 为

$$\text{SH} = - \sum_{a \in E} \sum_{b=j} \left(\frac{|A_s(b, a)|^2}{\sum_{j=1}^n |A_s(b, a)|^2} \right) \lg \left(\frac{|A_s(b, a)|^2}{\sum_{j=1}^n |A_s(b, a)|^2} \right) \quad (10)$$

SH 度量了信号能量在小波时间尺度域的集中程度, 调节小波中心频率参数 ω_0 和衰减参数 σ , 当 SH 达到最小值时, 信号在小波时间尺度平面上的能量集中程度最高, 这时的连续小波尺度-幅值-能量谱达到最优时频聚集性, 由此可确定最优 ω_0 和 σ 。

从小波与信号的匹配性角度出发, 当小波函数与信号的冲击分量达到最优匹配时, 变换出的小波系数最大程度地反映出信号的冲击特征。峭度是衡量冲击成分最有效的参数指标之一, 如果先用小波变换将信号分解到不同频带上, 再计算每个频带上的信号时域峭度, 就可以检测出故障冲击所在的频带。在尺度 a 下小波系数的峭度值为

$$K_s(a) = C_{4W}(a) / C_{2W}^2(a) - 3 \quad (11)$$

其中: $C_{4W}(a)$ 和 $C_{2W}(a)$ 分别为小波系数的 2 阶矩。

在一个给定的尺度 a 上对信号进行小波变换, 得到小波系数再取绝对值, 计算其时域峭度即可得到小波峭度谱 $K_s(a)$, 它代表了尺度对应的频段内信号分量的峭度。如果该频段正好对应故障的冲击成分, 则 $K_s(a)$ 就会相对较大。通过搜索整个小波尺度域, 找到谱峭度最大的小波系数进行包络解调分析, 就可以获得有用的诊断信息。

从以上分析可知, 故障频带的判定完全取决于对应尺度下的小波系数的峭度。实际中的齿轮故障信号包含了多种复杂干扰噪声, 如果部分噪声所在小波系数的二阶矩 $C_{2W}(a)$ 过小, $K_s(a)$ 就会过大, 导致将该小波系数误判为分解出的冲击分量。齿轮箱早期故障信号经小波变换得到的小波系数, 经过取绝对值后, 各小波系数的峭度差别不大; 因此, 仅凭峭度大小无法完全确定故障频带所在的小波系数。针对以上的问题, 笔者提出了如下改进:

1) 为加大噪声和冲击之间的峭度差距, 计算小波系数的能量包络幅值的峭度, 即

$$K_{\text{sopt}}(a) = \frac{C'_{4W}(a)}{(C'_{2W}(a) + \gamma \max[C'_{2W}])^2} - 3 \quad (12)$$

其中: $C'_{4W}(a)$ 为小波包络幅值 $A_s(b, a)$ 的 4 阶矩; $C'_{2W}(a)$ 为 $A_s(b, a)$ 的 2 阶矩; $\max[C'_{2W}]$ 为所有

$A_s(b, a)$ 2阶矩的最大值; η 为限制2阶矩幅度的常数, 取决于最小2阶矩到最大2阶矩的动态波动范围。

2) 为解决早期故障信号峭度本身较小的问题, 引入了平滑指数对小波系数作进一步的筛选。对于序列尺度下的小波系数, 其包络幅值的平滑指数SI是指 $A(b, a)$ 集合平均数和算数平均数的比值, 即

$$SI(a) = \left(\prod_{i=1}^N A(b_i, a) \right)^{1/N} / \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A(b_i, a) \quad (13)$$

其中: b_i 为小波系数的时间离散序列。

由于正的数据序列的算数平均数大于或等于其集合平均数, SI的取值范围为 $[0, 1]$ 。对于平滑时间序列, SI数值较大, 在所有的数据都相等的理想情况下, $SI=1$; 对于脉冲序列, SI数值很小, 对于比较稀疏的脉冲序列, SI会向零趋近^[11]。故障频带的峭度偏大, 而平滑指数偏小, 当小波系数满足式(14)中的两个条件时, 则该频带判断为故障频带

$$K_{\text{sopt}}(a) \geq T_1, \quad SI(a) \leq T_2 \quad (14)$$

其中: T_1, T_2 为预先设置的峭度阈值和平滑指数阈值。

3 复解析最优小波解调细化谱

笔者提出的复解析最佳小波解调的算法如图1所示。

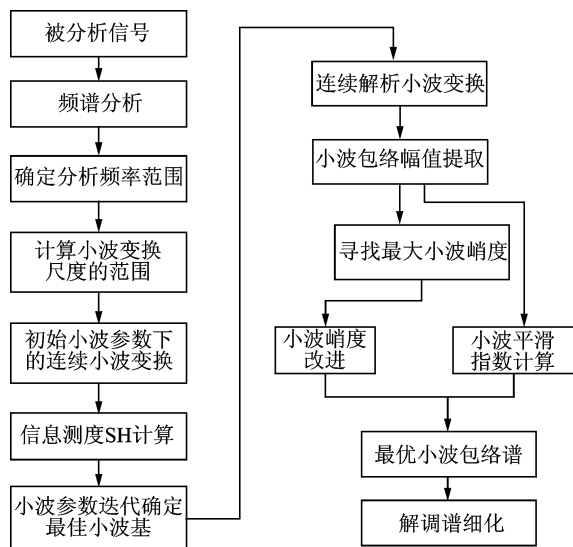


图1 复解析最优小波解调细化法

ω_0 的初始值, 根据频率成分, 按照式(9)确定分解的最大、最小尺度 a , 针对具体的参数值, 并在式(9)中的尺度范围 E 内对被分析信号按照式(3)~式(6)进行连续小波变换;

3) 固定步骤1中的 ω_0 值, 将 σ 值增加一个步幅, 重复步骤1, 即为所求的小波系数, 并求出小波系数的熵值, 直至完成 σ 的搜索范围;

4) 将步骤2中的 ω_0 加上一个步幅, σ 设为初始值, 重复步骤3和步骤4, 直至完成 ω_0 的搜索范围;

5) 求前面得到的小波熵值最小的小波, 其所对应的 σ 和 ω_0 值就是得到的最佳外形因子和最佳初始频率, 带入式(1), 此时的小波函数即为最佳小波函数;

6) 得到最佳小波函数后, 在设定的尺度范围内进行连续小波变换, 并计算每个尺度上的小波系数包络幅值峭度, 搜索出最大小波峭度值, 按式(12)中的式子进行改进, 计算出每个尺度上的改进小波峭度 $K_{\text{sopt}}(a)$, 并设定峭度阈值 T_1 ;

7) 对尺度范围 E 内的小波系数包络幅值计算平滑指数 $SI(a)$, 并设定平滑指数阈值 T_2 ;

8) 按照峭度阈值和平滑指数阈值对小波系数进行筛选, 确定最佳小波系数;

9) 对最优小波系数包络幅值进行解调, 并进行细化分析。

4 试验分析

采用本研究方法对低速齿轮上存在磨损故障的齿轮箱振动信号进行分析。啮合齿轮的齿数比为 41 : 37, 大齿轮所在轴的转速为 600 r/min, 计算出齿轮的啮合频率为 410 Hz, 大齿轮所在轴的转频为 10.0 Hz, 小齿轮所在轴的转频为 11.081 Hz。通过安装在箱体表面上的加速度传感器, 用 30 kHz 的采样频率测的变速箱 II 档运行时的振动信号, 如图 2(a) 所示。为去除高次谐波的影响, 模拟滤波器上限截止频率为 3 000 Hz, 被分析信号的频谱如图 2(b) 所示。对该振动信号按照式(3)进行连续小波变换, 得到如图 3 所示的连续小波幅值谱。

从图 2(b) 可以看出, 齿轮箱振动信号的有效频带大致集中在 $[750, 2\ 250]$ 之间。Morlet 小波函数的初始参数选为 $\sigma=10, \omega_0=20$, 按照步骤 2 并结合图 3 中初始连续小波的幅值谱, 可确定齿轮信号的有用成分大致集中的尺度区间 $E=[2, 16]$ 。设定搜索小波参数 σ 和 ω 的搜索步长分别为 10 和 20, 按照式(10)计算 SH, 经迭代搜索得到的最优化小波参

复解析最佳小波解调的算法具体步骤如下:

1) 对振动信号进行频谱分析, 确定小波尺度的变换范围;

2) 给定 Morlet 小波的外形因子 σ 和初始频率

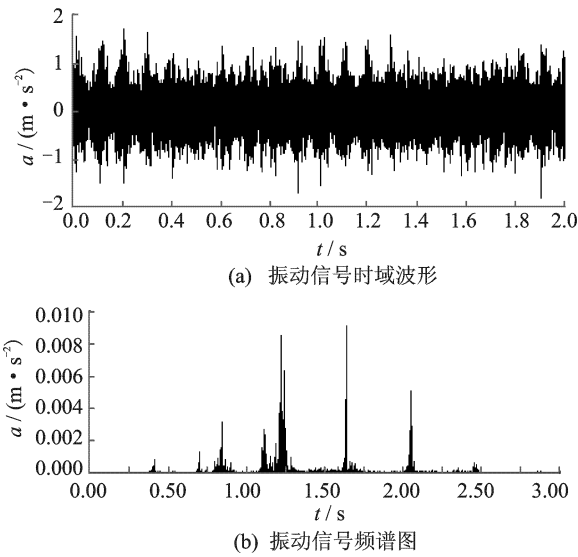


图2 齿轮箱振动信号

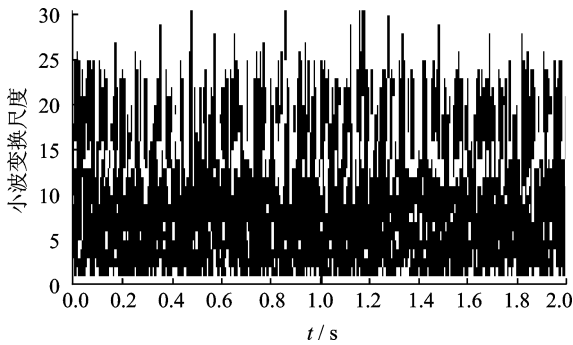


图3 齿轮箱振动信号连续小波幅值谱

数 $\sigma=470, \omega_0=7\ 380$ 。采用该最优小波函数得到的连续小波变换谱如图4所示。比较图4与图3可知,经过优化后的小波连续谱的时间尺度分辨率得到了较大的提高,冲击信号的瞬时宽频特征在谱图中也更加清晰。

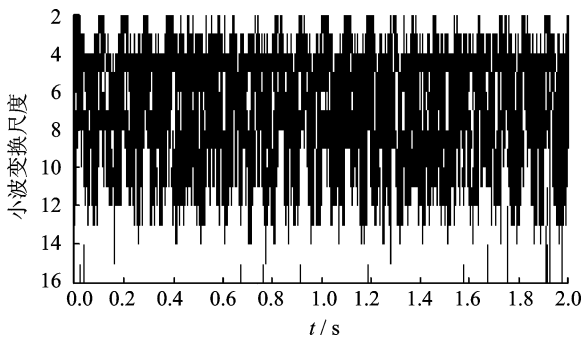


图4 最优小波连续变换谱

在图4的基础上,设定变换尺度 a 的搜索步长为0.1,按照步骤6~步骤8,计算每个搜索尺度下的小波系数包络幅值的峭度和平滑指数并进行筛选,得

到的尺度为 $a=6.1$ 时分解出的为最优小波系数,其包络幅值谱如图5所示,进行解调分析得到图6所示的最优小波系数的解调谱。

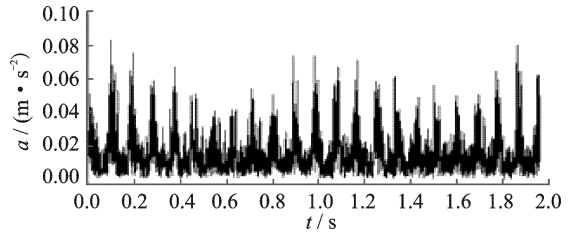


图5 最优小波系数包络幅值谱

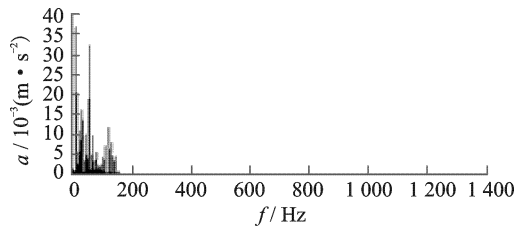


图6 最优小波系数解调谱

从图5可看出,解调频率都密集在低频段,而两个齿轮的故障频率分别为10 Hz和11.08 Hz,相差不大;因此,几乎无法辨识出解调谱中的故障频率。为提高解调谱的分辨率,准确诊断出缺陷类型,需要对解调谱进行低频段细化。对图5中的包络信号进行重新抽样,即每去10个点抽取1个点,重新组成新的数据序列,再对新的数据序列进行频谱分析,得10倍细化后的解调谱,如图7所示。

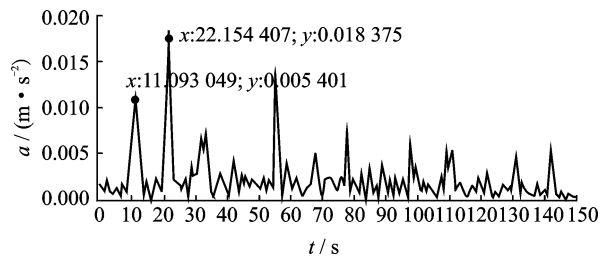


图7 最优小波系数解调细化谱

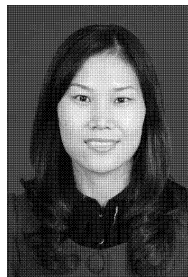
图7中的主频成分包括小齿轮所在轴的转频为11.093 Hz(与理论值11.081 Hz非常接近),其倍频为22.174 Hz,由此可断定是小齿轮出现了故障。采用本研究方法得到的齿轮故障诊断结果与事实相符,验证了本研究方法的可行性。从图6与图7的比较可以看出,细化后的包络谱所提取的特征频率(这里为转频11.093 Hz)比未细化的包络谱所提取的特征频率的精度高,更接近于理论值,降低了误诊断的概率,提高了故障诊断的准确性。

5 结束语

笔者提出的复解析最优小波的解调方法,不仅对分析小波参数进行了优化选择,而且在传统小波峭度基础上,对其进行了改进,提高了小波系数筛选的准确性。为了解决齿轮箱早期故障信号分解出的小波系数特征不明显的问题,增设了平滑指数,对故障频带所在的小波系数起到了更好的定位作用。为解决调制频带密集繁杂无法分辨的问题,将频谱细化方法引入到解调谱的细化中,能更准确地捕捉到信号的故障信息。

参 考 文 献

- [1] 丁康,李巍华,朱小勇. 齿轮及齿轮箱故障诊断实用技术[M]. 北京:机械工业出版社,2006:13-26.
- [2] Lin Jing, Zuo Ming. Gearbox fault diagnosis using adaptive waveter filter[J]. Mechanical System and Signal Processing, 2003,17(6):1259-1269.
- [3] 李辉,郑海起,唐力伟. 瞬时频率估计的齿轮箱升降速信号阶次跟踪[J]. 振动、测试与诊断,2007,27(2):125-128.
Li Hui, Zheng Haiqi, Tang Liwei. Order tracking of speed-up signal for gearbox based on instantaneous frequency estimation [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2007, 27(2):125-128. (in Chinese)
- [4] 罗洁思,于德介,彭富强. 齿轮箱故障振动信号的阶比多尺度形态学解调[J]. 机械工程学报,2010,46(11):114-118.
Luo Jiesi, Yu Dejie, Peng Fuqiang. The order multi-scale morphology demodulation of the vibration dignal of a fault gearbox with rotating speed fluctuation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(11):114-118. (in Chinese)
- [5] 杨国安. 机械设备故障诊断实用技术[M]. 北京:中国石化出版社,2007:256-272.
- [6] 樊可清,王玲,陈保平. 基于小波分析的工程信号调制解调方法及其应用[J]. 电子与信息学报,2001,23(8):758-763.
Fan Keqing, Wang Ling, Chen Baoping. Demodulating methods based on wavelet analysis and their application to engineering signals[J]. Journal of Electron-
- ics & Information Technology, 2001,23(8):758-763. (in Chinese)
- [7] 程军圣,张亢,杨宇. 局部均值分解方法在调制信号处理中的应用[J]. 振动、测试与诊断,2010,30(4):362-364.
Cheng Junsheng, Zhang Kang, Yang Yu. Application of local mean decomposition method to the processing of modulated signals [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(4):362-364. (in Chinese)
- [8] 申建红,李春祥,李锦华. 基于解析小波变换识别结构的模态阻尼参数[J]. 振动与冲击,2009,28(10):89-93.
Shen Jianhong, Li Chunxiang, Li Jinhua. Identifying structural modal damping parameters based on analytic wavelet transformation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(10):89-93. (in Chinese)
- [9] Meneghftti U. Application of the envelope and wavelet transform analyses for the diagnosis of incipient faults in ball bearings [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(2):287-302.
- [10] 梁霖,徐光华. 基于自适应复平移Morlet小波的轴承包络解调分析方法[J]. 机械工程学报,2006,42(10):151-154.
Lang Lin, Xu Guanghua. Optimal envelope demodulation method based on adaptive complex shifted Morlet wavelet in bearing diagnosis [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006,42(10):151-154. (in Chinese)
- [11] 赵协广,戴炬. 基于平滑指数和小波的滚动轴承故障诊断[J]. 轴承,2009(11):39-42.
Zhao Xieguang, Dai Ju. Fault diagnosis of rolling bearing based on smooth index and wavelet [J]. Bearing, 2009(11):39-42. (in Chinese)



第一作者简介:刘小峰,女,1980年9月生,副教授、博士。主要研究方向为虚拟测试、信号处理、设备状态检测与诊断。曾发表《Hybrid wavelet packet-teager energy analysis and its application for gearbox fault diagnosis》(《Chinese Journal of Mechanical Engineering》2007, Vol. 20, No. 6)等论文。
E-mail:liuxfeng0080@126.com