

基于振动模态的微器件结构设计评价方法*

文永蓬¹, 尚慧琳²

(1. 上海工程技术大学城市轨道交通学院 上海, 201620)

(2. 上海应用技术学院机械工程学院 上海, 200235)

摘要 为了提高微器件的设计效率,提出一种微器件的结构新型设计评价方法。首先,根据理论分析获得微机械陀螺结构设计原则,以典型两质量块微机械陀螺为研究对象,利用有限元工具与模态分析相结合,获得该系统固有频率和相应的振型矩阵;然后,利用模态叠加法求各阶模态对于驱动振动和检测振动的贡献度,并采用能量法分析各阶模态对系统的影响;最后,针对两类音叉式微机械陀螺具体实例模型,分别获得系统各阶模态能量在频域上的分布情况,证明所提出的微结构设计评价方法的正确性。

关键词 微器件;微机械陀螺;结构设计;评价准则;振动模态

中图分类号 TH113.1; O327

引言

微器件一般指微机械陀螺、微加速度计等,其特征尺寸在几微米到几毫米,一般具有性价比高、尺寸微小和重量轻等特点,在航空航天机载设备、状态检测以及姿态调控等方面具有广泛的应用^[1-3]。

微机械陀螺属于典型复杂微型器件之一,对微机械陀螺结构设计的研究近年来取得了一系列的成果。Minhang Bao^[4]通过研究微器件的基本原理、滑膜和压膜阻尼系统、静电驱动系统以及各种检测方法等,提出了一整套关于微器件基本的设计理论和方法。随着研究的深入,对微器件性能的评价主要集中在频域上,存在两种并行的做法:一种是以 Said^[5-6]等为代表提出了高灵敏度的设计理念,针对微器件设计的特点,设计并制造了具有对称、解耦结构微陀螺,实现驱动模态之间和检测模态的高度匹配,显著提高了结构灵敏度;另一种是以 Acar^[7-8]等为代表提出了高带宽的设计理念,认为使用环境会对微器件性能的稳定产生较大的影响,从而从结构参数选择上努力保证驱动模态和检测模态具有一定的带宽,应用这种设计思路设计了多种高稳定性微机械陀螺,以牺牲部分灵敏度为代价赢得了高稳定性。在上述研究中,为了实现其性能方面的要求,微器件模型往往是大自由度、弹性体模型,造成计算量

大和计算时间长等弊端;因此,为了提高设计效率,深入研究微器件结构设计评价方法很有必要。

1 微结构的结构设计评价原则

基于弹性体的微结构多自由度振动方程为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_d \quad (1)$$

其中: M, C, K 分别为微结构的整体质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; F_d 为节点受力矩阵; x, \dot{x}, \ddot{x} 分别为节点的位移、速度和加速度矩阵。

由模态展开定理,有

$$x = \Phi q = \sum_{j=1}^n \phi_j q_j \quad (2)$$

其中: Φ 为系统振型矩阵; q 为系统模态坐标; ϕ_j, q_j 分别为第 j 阶模态振型和模态坐标。

将式(2)代入式(1),并左乘 Φ^T ,则有

$$M_p \ddot{q} + C_p \dot{q} + K_p q = P \quad (3)$$

其中: $M_p = \Phi^T M \Phi$; $C_p = \Phi^T C \Phi$; $K_p = \Phi^T K \Phi$; $P = \Phi^T F_d$ 。

式(3)还可以写成如下形式

$$M_{p_j} \ddot{q}_j(t) + C_{p_j} \dot{q}_j(t) + K_{p_j} q_j(t) = P_j(t) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

若 $P_j(t) = \phi_j^T F e^{i\omega t}$,其中: F 为系统外激励力幅值; ω 为外激励力圆频率。非齐次方程(4)的通解包含瞬态响应 $r_j(t)$ 和稳态响应 $q_j(t)$

* 国家自然科学基金资助项目(编号:10902071);上海高校选拔培养优秀青年教师科研专项基金资助项目(编号: gjd10010);上海市教育委员会重点学科建设资助项目(编号:J51401);上海市教育委员会085内涵建设资助项目(编号: 0852011XKZY12)

收稿日期:2012-05-08;修改稿收到日期:2012-05-28

$$r_j(t) = e^{-\xi_j \omega_j t} (r_{j0} \cos \omega_{jd} t + \frac{\dot{r}_{j0} + \xi_j \omega_j q_{1j0}}{\omega_{jd}} \sin \omega_{jd} t) \quad (5)$$

$$q_j(t) = \frac{\phi_j^T F}{M_{pj} \omega_j^2 (1 - \bar{\omega}_j^2 + 2i \xi_j \bar{\omega}_j)} e^{i \omega t} \quad (6)$$

其中: r_{j0} 和 \dot{r}_{j0} 为第 j 个模态初始位移和初始速度; $\omega_{jd} = \omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2}$; $\bar{\omega}_j = \omega / \omega_j$; ω_j 为系统第 j 个模态固有圆频率。

瞬态解的振动随时间指数衰减,当振动一段时间后就可忽略,只剩下稳态解起作用。由式(6)可知,随着模态阶数的上升,由于结构固有频率的变大,稳态响应呈下降趋势;所以,高阶模态的影响可以忽略不计。对于一般结构的陀螺模态,取前5阶即可达到计算精度。

式(4)两边同时乘以 $\dot{q}_j(t)$, 并且 $(0, t)$ 积分, 有

$$\frac{1}{2} M_{pj} \dot{q}_j^2(t) + \int_0^t C_{pj} \dot{q}_j^2(t) dt + \frac{1}{2} K_{pj} q_j^2(t) = \int_0^t P_j(t) \dot{q}_j(t) dt \quad (7)$$

式(7)可写成

$$T_j(t) + E_{cj}(t) + U_j(t) = E_{pj}(t) \quad (8)$$

其中: $T_j(t)$, $U_j(t)$ 分别为系统在 t 时刻第 j 阶模态的动能和弹性势能; $E_{cj}(t)$, $E_{pj}(t)$ 分别为系统在 $0 \sim t$ 时间段第 j 阶模态的阻尼耗散能和外界输入能。

若令

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n M_{pj} \dot{q}_j^2(t) \quad (9)$$

$$E_c = \sum_{j=1}^n \int_0^t C_{pj} \dot{q}_j^2(t) dt \quad (10)$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n K_{pj} q_j^2(t) \quad (11)$$

$$E_p = \sum_{j=1}^n \int_0^t P_j(t) \dot{q}_j(t) dt \quad (12)$$

其中: T , E_c , U 和 E_p 分别为前 n 阶模态的总动能、总耗散能、总弹性势能和总外界输入能。

根据模态分析理论可知,系统总的动能和势能等于各阶主振动独自的动能和势能之和,每一阶主振动的动能和势能之和保持不变,不同阶主振动的能量互不交换。由于系统稳定运动之后,外界输入能量和阻尼耗散能量保持不变,故系统总的动能和势能保持不变,则有

$$T + U = E_p - E_c \quad (13)$$

令 $\Lambda_j(t)$ 为第 j 阶主振动的动能和势能之和与系统总的动能和势能之和之比,则有

$$\Lambda_j(t) = \frac{T_j(t) + U_j(t)}{T + U} \quad (14)$$

为了分析方便,对模态进行质量归一化,使各个模态质量等于单位值,即 $M_{pj} = 1$, 那么有 $K_{pj} = \omega_j^2$, 于是有

$$\Lambda_j(t) = \frac{\dot{q}_j^2(t) + \omega_j^2 q_j^2(t)}{\sum_{j=1}^n (\dot{q}_j^2(t) + \omega_j^2 q_j^2(t))} \quad (15)$$

利用傅里叶变换,可得式(15)的频率表达式为

$$\Lambda_j(f) = \frac{T_j(f) + U_j(f)}{T + U} \quad (16)$$

$\Lambda_d(f)$, $\Lambda_s(f)$ 和 $\Lambda_{etc}(f)$ 分别为外激励驱动频率为 f 时驱动模态、检测模态和其他模态动能和势能之和与系统总的动能和势能之和之比,那么有

$$\Lambda_d(f) + \Lambda_s(f) + \Lambda_{etc}(f) = 1 \quad (17)$$

系统每一阶模态所具有的动能和势能越大,说明该阶模态越容易被激发且其响应越大。对由驱动振动系统和检测振动系统共同构成的微陀螺振动系统,设驱动模态固有频率为 f_d , 检测模态固有频率为 f_s 。当外激励驱动频率 f 取 f_d 时,驱动振动系统发生共振,则有

$$\Lambda_d(f_d) > \Lambda_s(f_d) \gg \Lambda_{etc}(f_d) \quad (18)$$

当外激励驱动频率 f 取 f_s 时,检测振动系统发生共振,同理有

$$\Lambda_s(f_s) > \Lambda_d(f_s) \gg \Lambda_{etc}(f_s) \quad (19)$$

式(18)和式(19)反映了微器件结构的优秀结构特征,可以作为微器件结构设计评价原则。

2 结构设计评价方法的实现

2.1 模态分析过程

下面以两质量块微机械陀螺为例,具体介绍结构设计评价方法的实现。模态分析过程如下。

1) 建立有限元解析模型,获得固有频率和振型。典型两质量块微机械陀螺模型如图1所示,该陀螺为文献[9-10]中的一半结构,水平方向受到电磁力驱动,由于科氏效应作用,使竖直方向的栅型电极

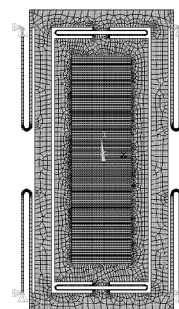


图1 两质量块微机械陀螺有限元模型

与之对应的衬底固定电极之间的电容发生变化。由输入的角速度正比于该电容检测信号,因而可以用于测量角速度。该模型有23 142个节点,前5阶模态固有频率分别为2 294.4,2 394.8,9 843.8,15 476和17 306 Hz。其相应的振型如图2所示,第1阶模态为驱动模态,第2阶模态为检测模态。

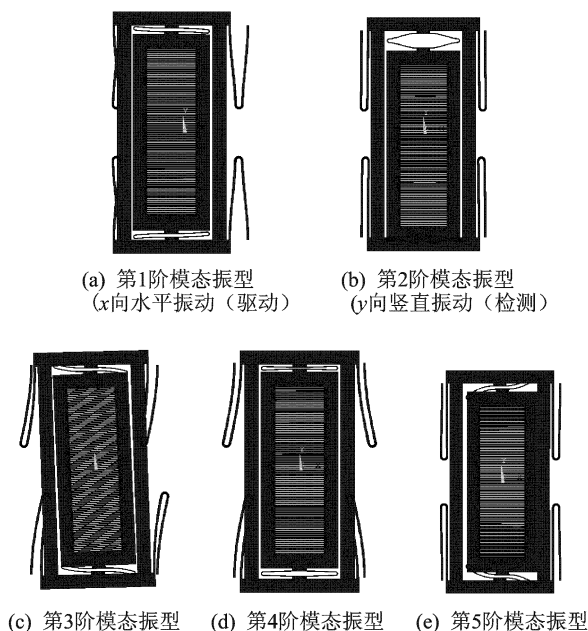


图2 两质量块微机械陀螺有限元模型的前5阶模态

2) 建立分析模型,构建各阶模态对应的系统矩阵 A 、输入矩阵 B 、输出矩阵 C 和直接传递矩阵 D 。分别针对驱动振动系统和检测振动系统搭建Simulink模型,如图3所示,利用状态空间法求系统响应以及各阶模态对于系统响应的贡献。

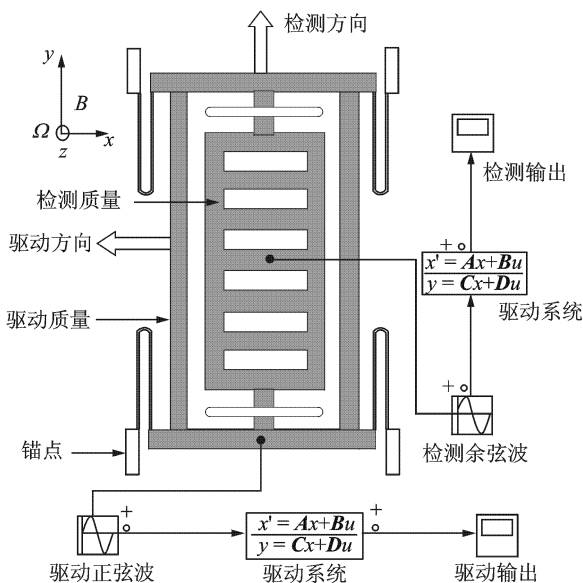
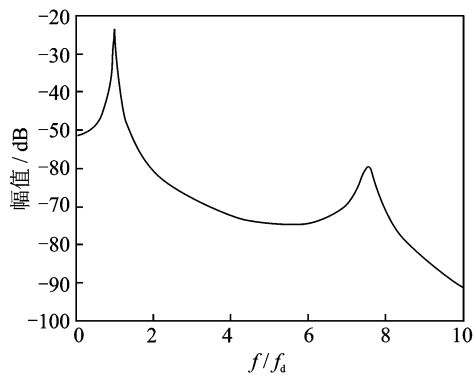


图3 Simulink模型求系统响应示意图

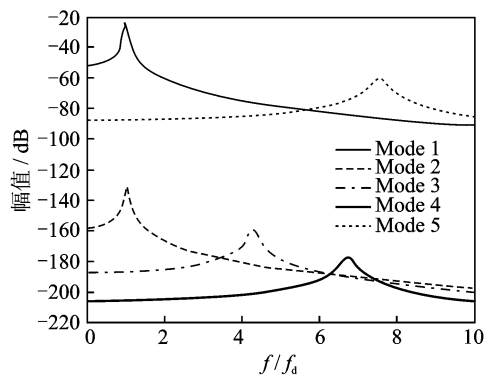
3) 求出各阶主振动的动能和势能之和与系统总的动能和势能之和之比,即 $A_i(f)$,获得各阶模态能量在频域上的分布情况,并利用式(18)和式(19)对结构设计进行评价。

2.2 系统响应

图4为陀螺驱动系统总响应图和各阶模态对驱动振动系统总响应的贡献图。由图4(a)可知,系统的驱动频率取在驱动固有频率处具有最大的幅值,在约7.5倍驱动固有频率处还存在一个峰值;由图4(b)可知,总响应是由各阶模态响应叠加而成,第1阶模态(驱动模态)对于驱动振动具有最大的贡献,第2阶模态(检测模态)、第3和第4阶模态对系统的贡献较小,第5阶模态相对于第2、3和4阶模态贡献稍大。



(a) 驱动振动系统总响应图



(b) 各阶模态对驱动振动系统总响应的贡献图

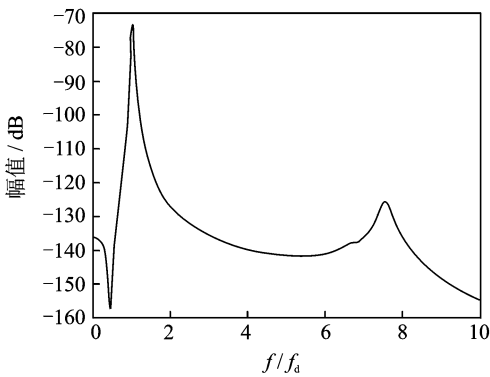
图4 驱动振动系统响应图

图5为陀螺检测系统总响应图和各阶模态对检测振动系统总响应的贡献图。由图5(a)可知,系统的驱动频率取在驱动固有频率和检测固有频率之间时具有最大的幅值,在约7.5倍驱动固有频率处也存在一个峰值;由图5(b)可知,总响应同样是由各阶模态响应叠加而成,第1阶模态(驱动模态)和第2阶模态(检测模态)对于检测振动具有最大的贡献,第3和第4阶模态对系统具有较小的贡献,第5阶模态相

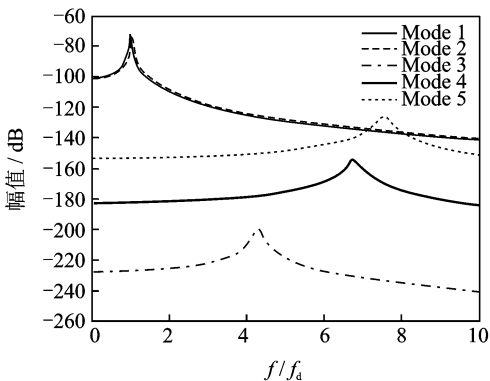
对于第2,3和4阶模态具有稍大的贡献。

总之,陀螺驱动振动和检测振动分别在其固有频率处存在最大响应,总响应是由各阶模态响应叠加获得。离驱动模态固有频率和检测模态固有频率最近的第3阶模态的响应对于驱动振动和检测振动的总响应都具有较小的贡献。第4、第5阶模态的响应虽然对于驱动振动和检测振动的总响应有一定影响,但是实际情况中外激励驱动频率 f 一般取在 f_d 和 f_s 之间,而对于非真空封装的微机械陀螺的 $|f_d - f_s|$ 一般约为100~200 Hz,故当 f/f_d 取值范围约为0.5~1.5时,第3,4,5阶模态对系统的响应可以忽略。

上述是各阶模态响应对于系统响应的影响,下面进一步讨论各阶能量在频域上的分布情况。



(a) 检测振动系统总响应图



(b) 各阶模态对检测振动系统的总响应的贡献图

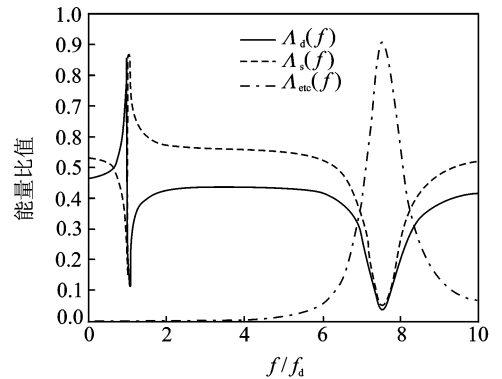
图5 检测振动系统响应图

2.3 模态能量在频域上的分布

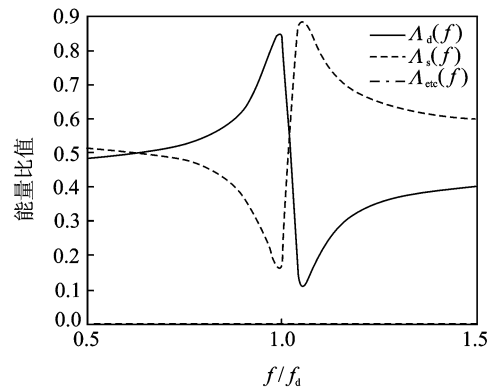
图6为各阶模态能量在频域上的分布图以及分布放大图。如图6(a)所示,系统总能量在频域上是由驱动模态能量、检测模态能量以及其他模态能量之和三大部分组成,并且满足式(17);驱动模态能量和检测模态能量在驱动固有频率($f/f_d=1$)附近有较大的值,其他模态能量之和在7.5倍驱动固有频

率处具有最大值。如图6(b)所示,在驱动固有频率处振动,驱动模态能量最大,约占85%左右;在检测固有频率处振动,检测模态能量最大,约占15%左右;其他模态能量之和所占比例非常小,可以忽略不计,这与系统响应得到的结果相同。

总之,从典型两质量块微机械陀螺模型各阶能量在频域上的分布情况看,系统各阶模态能量均满足式(18)和式(19)。由于两质量块微机械陀螺模型的模态数据具有一定的普遍性,因而式(18)和式(19)反映了微陀螺结构设计最优结构特征,成为微机械陀螺结构设计的一种定性的原则性判据。



(a) 各阶模态能量在频域上的分布图



(b) 各阶模态能量在频域上的分布放大图

图6 各阶模态能量在频域上的分布情况

3 复杂微器件模型算例

本算例采用的复杂模型为一种直接连接型音叉式微机械陀螺和一种间接连接型音叉式微机械陀螺,其有限元模型见图7,分别有51 028,38 730个节点,模型模态数据见表1。

从表1各阶固有频率数值以及振型可知,直接连接型音叉式微机械陀螺驱动模态和检测模态之间存在第3阶模态,该模态为两检测质量块 y 向同向、同下运动,根据文献[9],利用检测电路可以消除该模态的影响,使相应的干扰信号不影响检测模态的

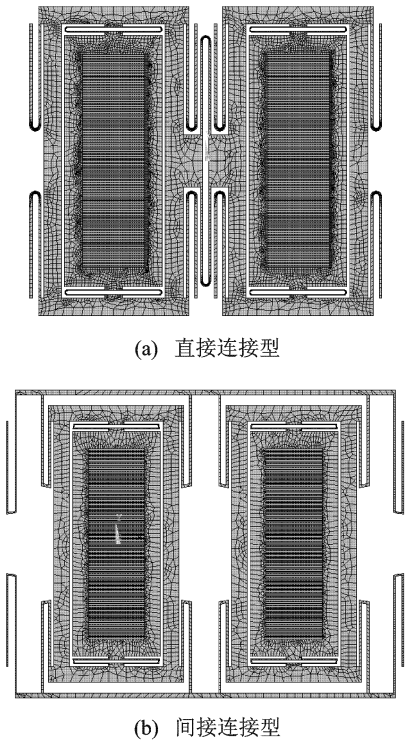


图7 两类音叉振动式微机械陀螺有限元模型

输出,然而该模态是客观存在的,因而存在一定的能量消耗。间接连接型音叉式微机械陀螺仅利用结构设计而不需要外部检测电路就能消除驱动模态和检测模态之间的干扰模态。

图8为音叉式微机械陀螺各阶能量在频域上的分布情况。如图8(a)所示,直接连接型音叉式微机械陀螺的第3阶模态能量在频域上能量占有总能量的55%~73%,而驱动模态能量和检测模态能量尽管满足 $\Delta_d(f_d) > \Delta_s(f_d)$ 和 $\Delta_s(f_s) > \Delta_d(f_s)$,并且部分能量耗散在第3阶模态上,而用于陀螺工作的能量相对较少。如图8(b)所示,间接连接型音叉式微机械陀螺的各阶模态能量均满足式(18)和式(19),在驱动固有频率处驱动模态能量占到95%左右,在检测固有频率处检测模态能量占到70%左右。

综合图8(a)和(b),利用微结构的结构设计评价原则作为判断依据,从结构设计的角度来看,间接连接型音叉式微机械陀螺相比直接连接型音叉式微机械陀螺,其驱动和检测模态能量利用率较高;因此,可以判断该种陀螺具有较合理的结构。

表1 两类音叉振动式微机械陀螺模型模态数据对比

模态阶数	直接连接型			间接连接型		
	振型	固有频率/Hz	说明	振型	固有频率/Hz	说明
第1阶		2 286.0			679.3	
第2阶		2 860.1	驱动模态		2 351.8	
第3阶		2 896.1			2 767.7	驱动模态
第4阶		2 901.7	检测模态		2 922.7	检测模态
第5阶		100 040.0			4 544.2	

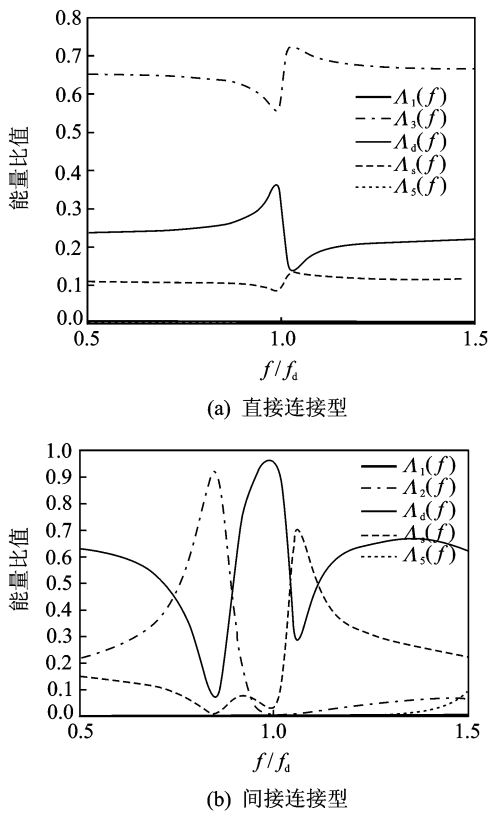


图8 音叉振动式微机械陀螺各阶模态能量在频域上的分布情况

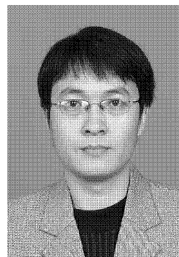
4 结束语

笔者提出了基于振动模式的微机械陀螺结构设计的评价方法,针对具有普遍性的两质量块微机械陀螺振动系统,获得其系统响应以及各阶模态对于系统的贡献,最终获得了微器件结构设计评价原则。以两类音叉振动式微机械陀螺为研究对象,对本研究的结构设计的评价方法进行验证,证明了所提出的微器件结构设计评价原则也适用于复杂微结构的设计。

参 考 文 献

[1] 王喆焱. 微系统设计与制造[M]. 北京:清华大学出版社,2008.

- [2] 孟光,张文明. 微机电系统动力学[M]. 北京:科学出版社,2008.
- [3] 张丽杰,常信. 小型飞行器MEMS姿态测量系统[J]. 振动、测试与诊断,2010,30(6):699-702.
Zhang Lijie, Chang Ji. MEMS-based attitude measurement system for miniature air vehicle[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6):699-702. (in Chinese)
- [4] Bao Minhang. Analysis and design principles of MEMS devices[M]. Holland: Elsevier Press, 2005.
- [5] Said E A, Tayfun A. A single-crystal silicon symmetrical and decoupled MEMS gyroscope on an insulating substrate[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2005, 14(4): 707-717.
- [6] Said E A, Kanber M S, Tayfun A. A low-cost rate-grade nickel microgyroscope[J]. Sensors and Actuators A, 2006, 132:171-181.
- [7] Cenk A, Andrei M S. Inherently robust micromachined gyroscopes with 2-DOF sense-mode oscillator [J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2006, 15(2):380-387.
- [8] Cenk A, Andrei M S. An approach for increasing drive-mode bandwidth of MEMS vibratory gyroscopes [J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2005, 14(3) 520-528.
- [9] 陈永. 基于滑膜阻尼效应的音叉式微机械陀螺研究[D]. 上海:中国科学院上海微系统与信息技术研究所,2004.
- [10] Wen Yongpeng, Shang Huilin. Modeling and simulation for a vibratory tuning-fork MEMS gyroscope[C] // 3rd International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation. China: IEEE Computer Society Press, 2011.



第一作者简介:文永蓬,男,1979年10月生,博士、讲师。主要研究方向为微结构设计方法及动力学。曾发表《音叉振动式微机械陀螺弹性梁的研究》(《高技术通讯》2008年第18卷第12期)等论文。
E-mail:yp.wen@163.com