# 铣削颤振过程中的振动非线性特征试验*

吴 石， 刘献礼， 肖 飞
（哈尔滨理工大学机械动力工程学院 哈尔滨，150080）

**摘要** 为了分析铣削过程振动信号的非线性特征，使用双谱、李雅普诺夫系数、变形维数和近似熵分析变切深铣削过程中平稳铣削振动信号、颤振孕育振动信号和颤振振动信号。试验结果表明，振动信号在铣削颤振孕育和发生状态时具有强混沌特征，其双谱特征和混沌特征相结合可以作为识别颤振孕育、发生的有效手段，基于球形支持向量机分类器对平稳铣削、颤振孕育和颤振发生进行识别，识别准确率达98.0%。

**关键词** 铣削颤振；颤振预报；非线性特征；双谱；混沌
**中图分类号** TG506.1；O322；TP391.4

## 引 言

颤振是发生在铣削过程中一种强烈的自激振动，颤振是制约切削效率、降低零件加工精度、增加刀具疲劳的主要因素。机床结构刚度的非线性、铣削力的非光滑特性、铣削厚度的动态变化、$x$ 和 $y$ 两个方向振动耦合等因素，使铣削振动信号具有非线性特征。特别在发生铣削颤振时，非线性特征尤其突出，所检测的振动信号会出现明显混沌特征[1-2]。铣削条件的微小扰动或某些初值的微小差异都会引起铣削振动较大的变化，这时铣削状态不仅与当前的铣削条件有关，还与其以前的变化过程有关，此时所检测的物理状态参数与铣削技术参数之间失去了通常的确定性对应关系。如在加工系统中，应用以往常规的线性模型和检测控制方法，必然造成较大的判断误差和控制失误，特别是这种现象多发生在数控变切深铣削和难加工材料的铣削过程中。

在发生铣削颤振时，检测到的振动信号就会偏离高斯分布。由于振动信号的功率谱分析丧失了相位信息[3-4]，难以提取铣削振动信号的非线性特征，因此采用对非高斯信号敏感的高阶谱，来分析非高斯的非线性振动信号[5]，检测振动信号中是否存在二次非线性，从幅值和相位两个方面反映铣削颤振的孕育和发生。同时，一旦铣削过程颤振发生，铣削振动信号的混沌特征就很明显，这样可以对振动信号的时间序列进行混沌特性分析，即计算该时间序列的混沌特征参量，并以振动信号的非线性特征规律进行短期预测，来发现潜在颤振，以便把颤振控制在早期的孕育过程。另外，也可以通过分析铣削过程的混沌特征参量的大小，判断出铣削稳定域，来进行铣削参数优化等。

笔者研究分析了铣削稳定状态、铣削颤振孕育状态和颤振状态下振动信号的非线性特性，找出铣削振动信号的特征值。基于此想法，在试验中对变切深铣削过程的振动信号进行双谱分析和混沌特性（盒子维、最大李雅普诺夫指数、近似熵）分析，辨识铣削稳定状态、颤振孕育状态和颤振状态，并对不同特征提取方法的识别效果进行了比较。

## 1 试验设计

测试系统的结构示意图如图1所示。工件夹持在测力仪上，测力仪紧固在工作台上，3个PCB加速度传感器布置在工件上，用来测量铣削时 $x$，$y$，$z$ 向的振动信号，具体布置如图2所示。采用的PCB加速度传感器灵敏度为10.42 mV/g。数据采集分析系统采用东华 DH5922 信号采集系统，采样频率为5 kHz。

铣削试验在汉川XH715D三轴铣削中心进行，刀具采用齿数为2的硬质合金球头铣刀，牌号为SANDVIK R216.52-06040RAL12GC1630，工件材

* 国家自然科学基金资助项目（编号：51275139）；中国博士后科研基金资助项目（编号：20110491098）；黑龙江省博士后科研基金资助项目（编号：LBH-Z11110）
收稿日期：2012-02-19；修改稿收到日期：2012-05-12

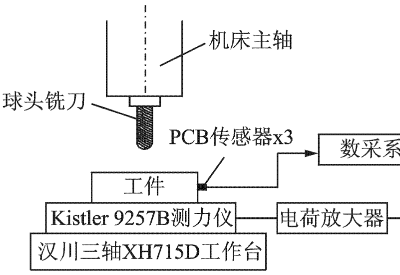



图1 测试系统的结构示意图

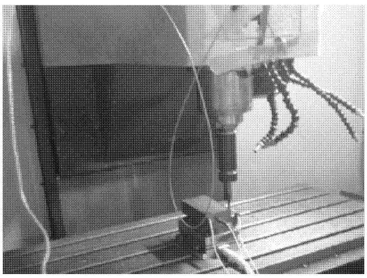


图2 PCB 传感器的具体布置图

料为钛合金 TA15,工件尺寸为 150 mm×77 mm×37 mm。试验过程中沿着宽度方向行切,铣削过程采用冷却液湿切削。试验时,采用变切深来分析不同转速情况,转速分为 2.5,3,3.5,4,4.5 和 5 kr/min 7 档,轴向切深 $a_p$ 变化范围为:0.1～1.2 mm,切宽 $a_e$=0.2 mm,每齿进给量 $f_z$=0.15 mm。

## 2 双谱分析

高阶谱分析是现代信号处理学科的核心内容之一,在正常铣削工况下,振动信号接近高斯分布,一旦发生颤振,振动信号就会偏离高斯性,表现为非平稳性,而高阶谱是分析非平稳和非高斯信号的有力工具。它从更高阶概率结构表征随机信号,可以弥补二阶统计量(功率谱)不包含相位信息的缺陷,可以定量地描述信号中与颤振密切联系的非线性相位耦合,在理论上可以完全抑制高斯噪声的影响。

在高阶谱中,双谱的阶数是最低的,处理方法最简单,同时它包含高阶谱的所有基本特性。本研究首先以双谱分析为研究方法处理铣削振动信号,双谱定义为三阶累积量的二维离散傅里叶变化,常用 $B_x(\omega_1,\omega_2)$ 表示[6]为

$$B_x(f_1,f_2)=\sum_{\tau_1\to-\infty}^{\infty}\sum_{\tau_2\to-\infty}^{\infty}c_{3x}(\tau_1,\tau_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\pi\tau_1 f_1+2\pi\tau_2 f_2)} \quad (1)$$

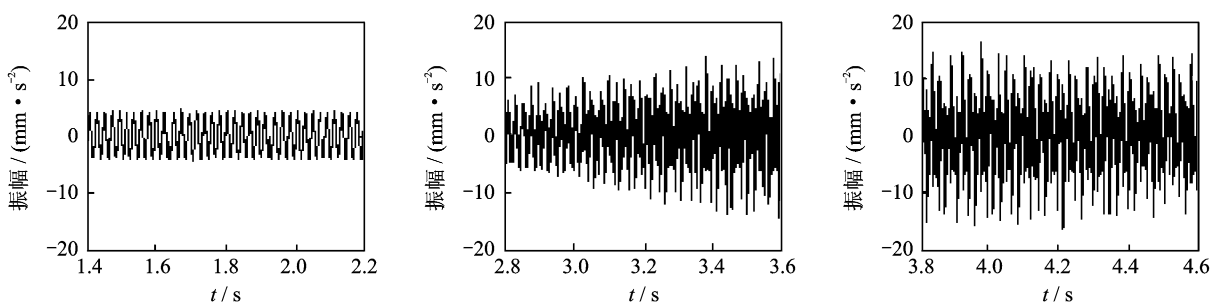
其中:$c_{3x}$ 为三阶累积量;$\tau_1$,$\tau_2$ 为振动信号的时间延迟;$f_1$,$f_2$ 为振动信号的双谱频率。

图3为变切深时工件上PCB传感器测得的铣削振动信号,当转速 $n$=3 kr/min,切深 $a_p$=0.6～0.9 mm 时,图3(a,b,c)分别是平稳铣削振动信号、颤振孕育时振动信号和颤振发生时的振动信号。图4、图5分别是转速为3和5 kr/min 时不同铣削状态下振动信号的双谱等高线图。

由图4和图5可以看出,铣削平稳、颤振孕育及颤证发生时振动信号的双谱存在明显的差别。铣削平稳时振动信号主要集中在中心区域0.5 kHz以下的低频段;颤振孕育时振动信号由中心向周围的高频区域扩散,在0.5～5 kHz频段明显增强,产生了大量的谐波分量;颤振发生时振动信号的峰值主要分布在2 kHz 频段内,在1 kHz 以下频段信号能量大大减少,几乎可以忽略。一般认为5 kHz 以下的信号主要因刀具系统自身振动引起,该0.5～5 kHz 频带在颤振前、后变化明显。根据以上特点,可以通过监测在0.5 kHz以上双谱的高频特征变化,检测颤证的孕育和发生。

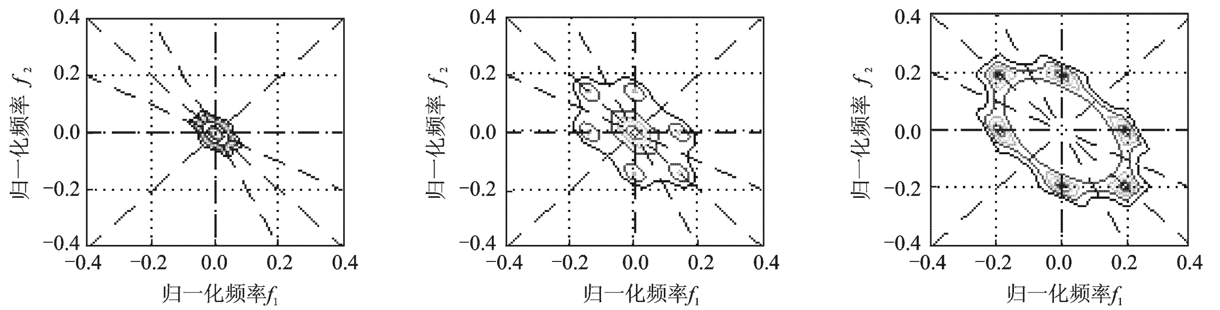
## 3 混沌特征分析

铣削过程中随着切深不断增大,刀具会发生颤振,这时得到的铣削振动信号会发生混沌现象,混沌是指在确定性系统中出现的一种类似无规则、随机



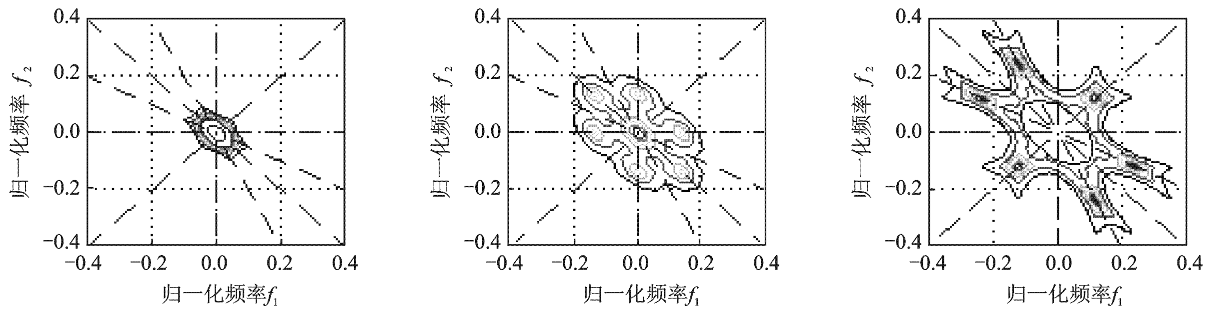

(a) 平稳铣削时的振动信号 (b) 颤振孕育状态下的振动信号 (c) 颤振爆发状态下的振动信号

图3 变切深铣削振动信号($n$=3 kr/min)




(a) 平稳铣削时的振动信号双谱等高线图　(b) 颤振孕育时的振动信号双谱等高线图　(c) 颤振爆发时的振动信号双谱等高线图

图 4　不同铣削状态下振动信号的双谱等高线图($n$=3 kr/min)




(a) 平稳铣削时的振动信号双谱等高线图　(b) 颤振孕育时的振动信号双谱等高线图　(c) 颤振爆发时的振动信号双谱等高线图

图 5　不同铣削状态下振动信号的双谱等高线图($n$=5 kr/min)

的现象,是出现在非线性系统中的一种由自身产生的非周期运动,它对初值条件敏感,存在类似无序的高级有序行为。对于混沌行为可以采用不同的指标作判据,下面采用分形维数、最大Lyapunov 指数和近似熵等3种方法来说明铣削颤振信号的混沌特征。

## 3.1　分形维数

分形维数(fractal dimensions)从测度论和对称理论的角度描述了系统的无序性及不规则性,并能有效地度量系统填充空间的能力,是表征复杂系统的最基本的特征量[7]。笔者采用的是较常用的盒子维数。盒子维数算法的基本思想是:首先,用边长为ε的格子覆盖整个要研究的变切深铣削振动信号(单变量时间序列),其中至少包含一个曲线样本点的格子数为$N(\varepsilon)$;然后,缩小格子的边长为$\varepsilon/2$,得到至少包含一个曲线样本点的格子数$N(\varepsilon/2)$。重复上述步骤得到一系列点,将这些点在对数坐标系下进行拟和,拟和得到的直线斜率即为曲线的盒维数,其定义为

$$D=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\log N(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \tag{2}$$

振动信号的盒维数取决于振动信号在空间中所占的规模,即空间充满的程度。对于一条确定的直线,其盒维数为1.0,对于一般铣削振动信号的盒维数介于1.0～2.0之间。

## 3.2　最大 Lyapunov 指数

最大Lyapunov 指数是描述初始时刻两个无限靠近的点随时间演化而分离的特征,作为混沌运动的特征参量,表示相轨迹的最大发散程度,或对初值的最大敏感程度[8]。

设变切深铣削振动信号为$x_1,x_2,\cdots,x_N$(单变量时间序列),其中$N$为时间序列的总数。根据Packed等提出的时间延迟思想,可以重构出所观察到的动力学系统的相空间。基于这个思想,对时间序列进行相空间重构,得到重构的轨迹$\boldsymbol{X}$为

$$\boldsymbol{X}=[X_1,X_2,\cdots,X_M]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

其中:$M$为相空间重构后轨迹点的个数。

$\boldsymbol{X}_i$为铣削振动系统在间断时间点$i$的状态,它可以表示为

$$\boldsymbol{X}_i=[x_i,x_{i+\tau},\cdots,x_{i+(m-1)\tau}] \tag{4}$$

其中:$\tau$为时间延迟;$m$为嵌入维数;$M=N-(m-1)\tau$。

对重构相空间$\boldsymbol{X}$分为$n$段:$[X_1,X_2,\cdots,X_T]$,$[X_{T+1},X_{T+2},\cdots X_{2T}]$,…,$[X_{(n-1)T+1},X_{(n-1)T+2},\cdots,X_{nT}]$,其中每段的长度$T=M/n$,称为演化时间。

取初始点$X_1$,寻找其最近邻点$X_{1'}$,其距离为$L_1=\|X_1-X_{1'}\|$,其中$\|\ \|$表示欧几米德范数。经

过演化时间 $T$ 后，距离变为 $L_1' = \| X_{1+T} - X_{1'+T} \|$。寻找$X_{1+T}$的最近邻点$X_{(1+T)'}$，得到距离$L_2$。经过演化时间$T$ 后，距离为$L'_2$。依此类推，最大Lyapunov 指数为

$$\lambda = \frac{1}{M\tau}\sum_{i=1}^{n}\log\frac{L'_i}{L_i} \tag{5}$$

其中：$\Delta t$ 为采样时间间隔。

在不同的相空间维数下，如果变切深铣削振动信号的最大Lyapunov 指数大于零，那么振动就处于混沌状态；如果最大 Lyapunov 指数等于零，则系统处于稳定的周期运动状态。

## 3.3　近似熵

近似熵(approximate entropy，简称ApEn)是针对非线性信号分析提供的一种新方法，近似熵不但能反映出信号的不规则性和复杂性，而且能体现信号中产生新模式的概率。在表征信号的动态特性方面，近似熵比盒子维数所包含的信息更多[9]。其计算方法如下：设变切深铣削振动信号为 $x_1, x_2, \cdots, x_N$，对这个时间序列构造一组维数为$m$ 的向量$\boldsymbol{X}=[X_1, X_2, \cdots, X_{N-m+1}]$，其中向量 $\boldsymbol{X}_i = [x_i, x_{i+1}, \cdots, x_{i+(m-1)}]$，$i=1,2,\cdots,N-m+1$。定义向量$\boldsymbol{X}_i$ 和$\boldsymbol{X}_j$ 之间的距离$d[\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{X}_j]$为两者对应元素中差值最大的一个，即

$$d[\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{X}_j] = \max[|x_{i+k} - x_{j+k}|] \quad (k = 0,1,\cdots,m-1) \tag{6}$$

对于每一个$i(1\leqslant i\leqslant N-m+1)$，定义

$$C_i^m(r) = \frac{\{d[\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{X}_j] \leqslant r\}}{N-m+1} \tag{7}$$

$C_i^r(r)$表示以$\boldsymbol{X}_i$ 为中心，在维数为$m$、容许偏差为$r$ 的情况下向量$\boldsymbol{X}_i$ 与$\boldsymbol{X}_j$ 的距离$d[\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{X}_j]$小于$r$ 的概率，从而表示所有的$\boldsymbol{X}_i$ 与$\boldsymbol{X}_j$ 之间相互近似的程度，即关联程度。将$C_i^r(r)$取对数，再求其所有的$i$ 平均值，记作$\phi^m(r)$，即

$$\phi^m(r) = \frac{1}{N-m+1}\sum_{i=1}^{N-m+1}\ln C_i^m(r) \tag{8}$$

对维数 $m+1$，重复上述步骤，得 $C_i^{m+1}(r)$和$\phi^{m+1}(r)$。理论上此序列的近似熵定义为

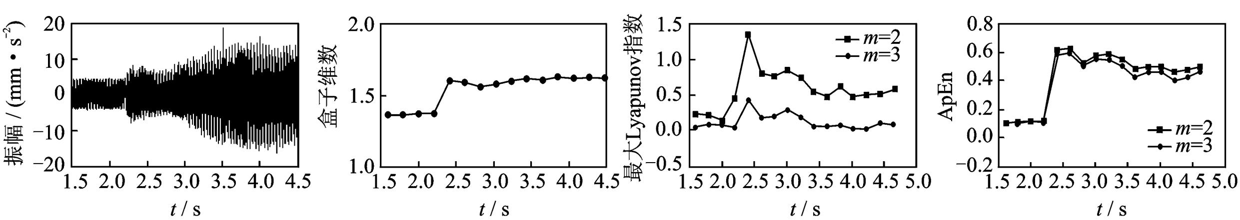
$$\mathrm{ApEn}(m,r) = \lim_{N\to\infty}[\phi^m(r) - \phi^{m+1}(r)] \tag{9}$$

近似值(ApEn)与参数$m,r,N$ 的选取有关。当$m=2$，$r=0.1\sim0.25$ 标准差时，近似值对$N$ 的依赖程度最小。因此计算时，取$r=0.15$ 标准差。近似熵值越大，产生新模式的概率越大，序列的复杂性越大，有助于体现混沌特性[10]。

## 3.4　试验分析

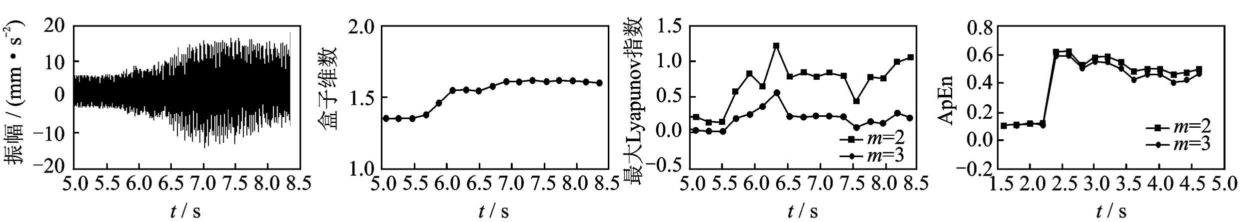
取不同主轴转速的两组变切深振动信号数据，振动信号的采样频率为5 kHz，当转速$n=3$ kr/min，切深$a_p=0.93$ mm，信号进行2.2 s 左右时(或当转速$n=5$ kr/min，切深 $a_p=0.82$ mm，信号进行到5.8 s左右时)开始出现颤振现象，为了分析振动信号随时间混沌变化的情况，对于采集的振动信号每隔1 024 点(时间间隔为0.204 8 s)进行一次盒子维数、最大Lyapunov 指数和近似熵计算，计算结果对应于铣削振动信号，如图6，7 所示。

由图6，7 可以看出，在不同的相空间维数下，铣




(a) 变切深铣削过程中振动信号的变化情况　(b) 盒子维数的变化情况　(c) 最大Lyapunov指数的变化情况　(d) 近似熵的变化情况

图6　变切深铣削过程中振动信号及非线性参数的变化情况($n=3$ kr/min)




(a) 变切深铣削过程中振动信号的变化情况　(b) 盒子维数的变化情况　(c) 最大Lyapunov指数的变化情况　(d) 近似熵的变化情况

图7　变切深铣削过程中振动信号及非线性参数的变化情况($n=5$ kr/min)

削振动时间序列信号的最大Lyapunov指数始终大于零,因而进一步证明了铣削振动行为是混沌的。当最大Lyapunov指数嵌入的维数$m=2$时,振动信号的最大Lyapunov指数较大。在铣削孕育时,其变化较大,颤振孕育阶段和颤振产生阶段的最大Lyapunov指数大于平稳铣削时的指数。最大Lyapunov指数随着相空间嵌入维数$m$的增加越来越接近于零,但始终大于零。

试验时铣削振动信号的盒子维数始终在1.0～2.0之间,平稳切削时在1.3左右,颤振发生时在1.6～1.7之间,大于平稳铣削和颤振孕育时的盒子维数,不同转速下影响不大。

平稳切削时振动信号的近似熵数值在0.1左右,一旦颤振孕育或颤振发生,近似熵数值将提高到0.4～0.6之间。由图6、图7可以看出,颤振孕育发生时振动信号的混沌特征明显于平稳铣削时振动信号的混沌特征。

通过对振动信号的最大Lyapunov指数、盒子维数和近似熵进行分析,在相同的工况条件下进行多组类似的试验研究,试验的重复性很好,重复率达90%以上。

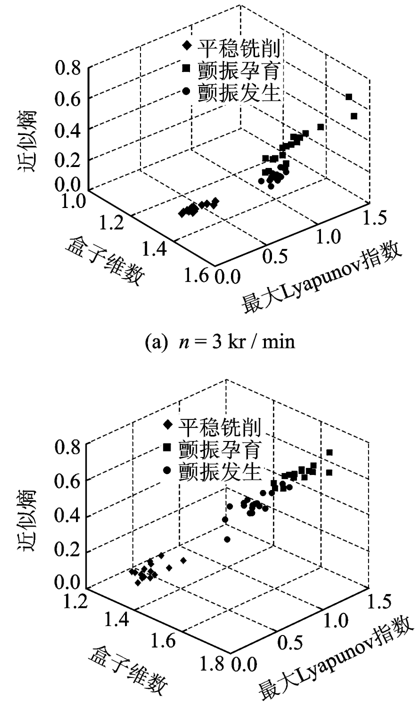
## 4　混沌和双谱特征的颤振识别效果

为了对混沌特征信息有一个全面的描述,将这3种混沌特征(盒子维数、最大Lyapunov指数和近似熵)相结合作为颤振辨识的特征向量,对所有数据一起进行平稳铣削、颤振孕育、颤振发生3类识别。分类器采用球形支持向量机(support vector machine,简称SVM)[11],核函数采用高斯径向基核函数。

试验样本如表1所示。本次试验共得到350个样本(每个转速下采集50个样本),每次随机抽取200个作为训练样本,其中平稳铣削样本65个,颤振孕育样本70个,颤振爆发样本65个,剩余的150个作为测试样本,平稳铣削、颤振孕育、颤振发生样本各50个。不同转速下的数据均采用归一化处理,以避免数值计算中的特征值差异过大而引起计算精度降低。

表2试验结果表明,混沌特征能很好地反映不同转速下的平稳铣削和颤振孕育、颤振发生的区别,但是将其作为特征量来辨识颤振孕育和颤振发生,识别的准确率相对较低,得到的测试正确率为76%((37+39)/100),说明仍有部分样本被错误分类。为了提高分类的正确率,将3个混沌特征和双谱特征共同作为特征向量进行测试,测试正确率可达到98.0%((50+48+49)/150),如表3所示。双谱特征的提取方法是:首先,将频域内双谱系数按$f_1$轴和$f_2$轴分解成若干小单元;然后,将每一个单元内的双谱系数进行总和平均;最后,将这些平均后的每个小单元值组成归一化处理后的16维特征向量,再进行主成分分析,分析后为4维向量。

$n=3$ kr/min和$n=5$ kr/min时数据在混沌特征三维空间上的样本分布如图8所示,其中$x,y,z$方向分别用盒子维数、最大Lyapunov指数和近似熵表示。由图8可以看出,不同转速下振动信号的混沌特征变化趋势是一致的,对于颤振孕育和颤振发生的分类效果不是很理想。




(b) $n=5$ kr/min

图8　铣削正常、铣削颤振孕育和铣削颤振的数据组在三维空间上的样本分布

**表1　实验数据统计表**

| 数据编号 | 主轴转速/(kr·min$^{-1}$) | 变切深/mm |
|---|---|---|
| 1 | 2.0 | 0.1～2.0 |
| 2 | 2.5 | 0.1～2.0 |
| 3 | 3.0 | 0.1～2.5 |
| 4 | 3.5 | 0.1～2.5 |
| 5 | 4.0 | 0.1～2.5 |
| 6 | 4.5 | 0.1～3.0 |

**表2　采用混沌特征时多类球SVM对稳定切削、颤振孕育和颤振爆发状态振动信号的识别情况**

| 状　　态 | 正常铣削 | 颤振孕育 | 颤振爆发 |
|---|---|---|---|
| 正常铣削(50) | 50 | 0 | 0 |
| 颤振孕育(50) | 0 | 37 | 13 |
| 颤振爆发(50) | 0 | 11 | 39 |

**表3 采用混沌特征和双谱特征时多类球SVM对稳定切削、颤振孕育和颤振爆发状态振动信号的识别情况**

| 状态 | 正常铣削 | 颤振孕育 | 颤振爆发 |
| --- | --- | --- | --- |
| 正常铣削(50) | 50 | 0 | 0 |
| 颤振孕育(50) | 0 | 48 | 2 |
| 颤振爆发(50) | 0 | 1 | 49 |

# 5 结 论

1）铣削平稳时的振动信号具有弱非线性特征，铣削颤振时的振动信号具有强非线性特征，系统具有混沌特性的根源在于铣削系统的非线性。

2）不同的混沌特征包含不同的非线性信息，将3个混沌特征相结合作为颤振识别的特征向量，能较全面地反映切削颤振的混沌特征。

3）基于球形支持向量机对颤振和平稳铣削的识别准确率达100%，但难于识别颤振孕育和颤振发生，其识别准确率只有76%。

4）将双谱特征与混沌特征相结合，作为颤振识别的特征量，基于球形支持向量机对平稳铣削、颤振孕育和颤振发生进行识别，提高了识别能力，准确率达98.0%。

## 参 考 文 献

[1] Shi Hanmin, Wang Xibin, Lu Tao. Non-free cutting and its degree of freedom confinement[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1999, 121(1):150-153.

[2] Banihasan M, Bakhtiari-Nejad F. Chaotic vibrations in high-speed milling[J]. Nonlinear Dynamics, 2011, 66(4): 557-574.

[3] 石莉，贾春德，孙玉龙. 应用小波研究动态铣削力及预报铣削颤振[J]. 哈尔滨工业大学学报，2006，38(10)：1778-1780.
Shi li, Jia Chunde, Sun Yulong. Research on dynamic milling force with wavelet analysis and forecasting milling chatter [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 38(10): 1778-1780. (in Chinese)

[4] 石莉，陈尔涛，姜增辉. 正交车铣铝合金薄壁回转体振动信号的试验分析[J]. 兵工学报，2009，30(3)：357-360.
Shi Li, Chen Ertao, Jiang Zenghui. Test analysis on vibration signal of thin aluminium-alloy cylinder machined with orthogonal turn-milling[J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(3): 357-360. (in Chinese)

[5] 胡友民，李锡文，杜润生，等. 双谱分析在铣刀状态监测中的应用[J]. 振动、测试与诊断，2002，22(4)：254-259.
Hu Youmin, Li Xiwen, Du Runsheng, et al. Application of bispectrum analysis to helical cutter condition monitoring[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2002, 22(4): 254-259. (in Chinese)

[6] Collis W B, White P R, Hammond J K. Higher-order spectra: the bispectrum and trispectrum [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1998, 12(3): 375-394.

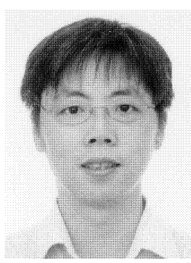
[7] 张征凯，薛松，张优云. 基于特征参数的旋转机械智能故障诊断方法[J]. 振动、测试与诊断，2009，29(3)：256-260.
Zhang Zhengkai, Xue Song, Zhang Youyun. Intelligent fault diagnosis of rotating machinery using characteristic parameters[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(3): 256-260. (in Chinese)

[8] 杨智春，张蕊丽. 基于最大李雅普诺夫指数的壁板热颤振特性分析[J]. 西北工业大学学报，2009，27(6)：770-776.
Yang Zhichun, Zhang Ruili. Analysis of panel thermal flutter using maximum Lyapunov exponent [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2009, 27(6): 770-776. (in Chinese)

[9] 胥永刚，何正嘉. 分形维数和近似熵用于度量信号复杂性的比较研究[J]. 振动与冲击，2003，22(3)：25-28.
Xu Yonggang, He Zhengjia. Research on comparison between approximate entropy and fractal dimension for complexity measure of signals[J]. Journal of Vibration and Shock, 2003, 22(3): 25-28. (in Chinese)

[10] Pérez-Canales D, Álvarez-Ramírez J, Jáuregui-Correa J C. Identification of dynamic instabilities in machining process using the approximate entropy method[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(6): 556-564.

[11] 吴石，刘献礼，王艳鑫. 基于连续小波和多类球支持向量机的颤振预报[J]. 振动、测试与诊断，2012，32(1)：46-50.
Wu Shi, Liu Xianli, Wang Yanxin. Chatter prediction based on continuous wavelet features and multi-class spherical support vector machine [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(1): 46-50. (in Chinese)



**第一作者简介**：吴石，男，1971年8月生，博士、教授。主要研究方向为机械振动检测与故障诊断。曾发表《Research of cutter geometric parameter effect on machining stability area in high speed milling process》(《Advanced Materials Research》2011, Vol. 100, No. 10)等论文。
E-mail：wushi971819@163.com