

滚动轴承局部损伤故障动力学建模及仿真*

关贞珍, 郑海起, 王彦刚, 杨杰

(石家庄军械工程学院车辆与电气工程系 石家庄, 050003)

摘要 针对实际齿轮箱轴承系统,建立了转子-故障滚动轴承-轴承座系统非线性振动模型,在模型中充分考虑了轴承间隙、滚珠与滚道的非线性接触力及变柔度 VC 振动。在此基础上,进一步建立了轴承外圈、内圈、滚动体局部损伤故障非线性动力学模型,并运用数值积分的方法进行了动力学仿真与分析。仿真分析结果验证了滚动轴承存在局部故障时的动力学特性,表明轴承局部损伤故障动力学模型的正确性。

关键词 滚动轴承; 故障模型; 动力学特性; 仿真

中图分类号 TH165; TH133.33

引言

国内外对轴承的故障诊断大多集中于故障诊断方法的研究^[1-2],而对滚动轴承故障动力学分析研究较少。对滚动轴承的动力学建模多集中于转子-正常轴承系统的非线性动力学分析,而基于转子-故障轴承系统的非线性动力学模型^[3-5]研究较少。笔者针对实际齿轮箱轴承系统,建立了转子-故障轴承-轴承座系统模型,充分考虑了轴承间隙、滚珠与滚道的非线性接触力及由于刚度变化而产生的变柔度 VC 振动,并在此基础上进一步建立了轴承外圈、内圈、滚动体故障动力学模型,运用数值积分的方法研究了滚动轴承存在局部故障时的动力学特性。

1 正常轴承动力学模型

在齿轮箱中,因为轴承内圈与转轴为过盈配合,轴承外圈与轴承座为较紧的过渡配合或过盈配合,所以齿轮箱轴承系统可简化为两个弹簧-质量单元。考虑到质量单元在垂直 x 方向和水平 y 方向两个方向的运动,根据 Lagrange 方程可得到正常滚动轴承系统动力学微分方程^[3-4]为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + F_x = F + m_1 g \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + F_y = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 x_2 - F_x = m_2 g \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 - c_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_2 y_2 - F_y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中: m_2 为轴承外圈和轴承座的质量; c_1 为转子和轴承阻尼; c_2 为轴承座和基座的阻尼; F 为作用于轴承-转子系统处 x 方向的等效静力; k_2 为轴承座和基座间的刚度系数; F_x, F_y 为非线性轴承力总作用力。

$$F_x = \sum_{i=1}^N F_i \cos \theta_i = k_b \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u)_+^{1.5} \cos \theta_i \quad (2)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^N F_i \sin \theta_i = k_b \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u)_+^{1.5} \sin \theta_i \quad (3)$$

其中: k_b 为载荷变形系数; u 为轴承初始径向游隙; θ_i 为第 i 个滚动体的转角。

2 故障轴承动力学模型

当轴承的元件(内圈、外圈、滚动体)表面出现局部损伤如磨损、断裂时,笔者认为缺陷在两个方面对轴承元件产生影响。一方面,旋转过程中局部损伤会周期性地撞击轴承其他元件表面,产生周期变化的脉冲冲击力,且冲击力的强度和持续时间与轴承元件的相对运动速度、所承受的载荷等因素有关;另一方面,滚珠通过缺陷区域将引起滚珠与内外滚道间的间隙改变,间隙变化将导致轴承非线性接触力发生变化。所以在正常轴承动力学模型式(1)的基础上考虑以上两个方面,进行故障轴承动力学建模。

* 国家自然科学基金资助项目(编号:550775219)

收稿日期:2011-02-27;修改稿收到日期:2011-05-19

2.1 外圈故障轴承动力学模型

假设轴承局部损伤部位为外圈,损伤示意如图1所示。设外圈损伤为一凹坑,形状为一球缺, l_o 为损伤宽度, h_o 为损伤深度, r 为滚珠半径。当滚珠进入损伤区时,轴承与滚道间间隙突然增大,设此间隙变化量为 u'_{outer} ,则 $u'_{outer} = r - \sqrt{r^2 - (l_o/2)^2}$ 。设第 j 个滚珠的角度位置为 θ_j ,缺陷所在的角度位置为 θ_{outer} ,缺陷的角度大小为 β_o ,则

$$\theta_j = \omega_{cage}t + \frac{2\pi}{Z}(j-1), \quad \beta_o = \arcsin\left(\frac{l_o/2}{r}\right)$$

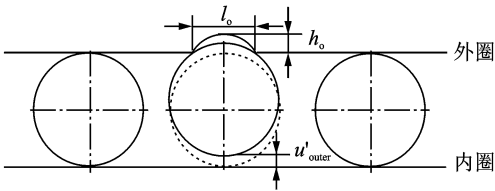


图1 外圈缺陷损伤展开示意图

因间隙变化只有在滚珠进入损伤区域以后才会发生,在滚动体旋转一周范围内,轴承间隙发生改变的条件^[5]可表示为 $\theta_{outer} \leq \theta_j \leq \theta_{outer} + \beta_o$,即 $0 \leq \theta_j - \theta_{outer} \leq \beta_o$,则

$$u'_{outer} = \begin{cases} r - \sqrt{r^2 - (l_o/2)^2} \\ (0 < \text{mod}\left(\frac{\theta_j}{2\pi}\right) - \theta_{outer} < \beta_o) \\ 0 \end{cases} \quad (4)$$

间隙变化引起滚珠与滚道间的非线性恢复力改变,设缺陷在 x 和 y 方向上的总作用力为 F'_{ox} 和 F'_{oy} ,那么

$$F'_{ox} = k_b \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u - u'_{outer})_+^{1.5} \cos \theta_i \quad (5)$$

$$F'_{oy} = k_b \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u - u'_{outer})_+^{1.5} \sin \theta_i \quad (6)$$

另外,当间隙发生改变的时刻也是缺陷在外圈产生冲击的时刻,设此冲击力为 $F_{outer}(\theta)$,则

$$F_{outer}(\theta) = \begin{cases} A & (0 < \text{mod}\left(\frac{\theta_j}{2\pi}\right) - \theta_{outer} < \beta) \\ 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中: A 为冲击力的幅值。

这样,在正常轴承动力学模型式(1)的基础上,外圈缺陷轴承非线性动力学方程可表示为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + F'_{ox} = F + m_1 g \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + F'_{oy} = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 x_2 - F'_{ox} = m_2 g + F_{outer} \cos \theta_{outer} \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 - c_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_2 y_2 - F'_{oy} = F_{outer} \sin \theta_{outer} \end{cases} \quad (8)$$

2.2 内圈故障轴承动力学模型

图2为轴承内圈损伤示意图。设其损伤为一凹坑,形状为一球缺, l_i 为损伤宽度, h_i 为损伤深度。当滚珠进入缺陷损伤区时,轴承与滚道间间隙突然增大,设此间隙变化量为 u'_{inner} ,则 $u'_{inner} = r - \sqrt{r^2 - (l_i/2)^2}$ 。设第 j 个滚珠的角度位置为 θ_j ,缺陷所在的角度位置为 θ_{inner} ,缺陷的角度大小为 β_i ,则 $\theta_j = \omega_{cage}t + \frac{2\pi}{Z}(j-1)$; $\beta_i = \arcsin\left(\frac{l_i/2}{R_i}\right)$ 。该间隙变化只有在滚珠进入损伤区域以后才会发生,在滚动体旋转一周范围内,轴承间隙改变的条件^[5]可以表示为 $\theta_{inner} \leq \theta_j \leq \theta_{inner} + \beta_i$,即 $0 \leq \theta_j - \theta_{inner} \leq \beta_i$,则

$$u'_{inner} = \begin{cases} r - \sqrt{r^2 - (l_i/2)^2} \\ (0 < \text{mod}\left(\frac{\theta_j}{2\pi}\right) - \theta_{inner} < \beta_i) \\ 0 \end{cases} \quad (9)$$

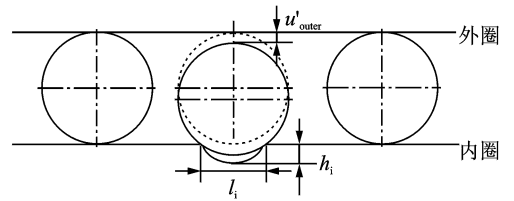


图2 内圈缺陷损伤展开示意图

间隙变化引起滚珠与滚道间的非线性恢复力改变,设缺陷在 x 和 y 方向上的总作用力为 F'_{ix} 和 F'_{iy} ,则

$$F'_{ix} = k_b \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u - u'_{inner})_+^{1.5} \cos \theta_i \quad (10)$$

$$F'_{iy} = k_b \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u - u'_{inner})_+^{1.5} \sin \theta_i \quad (11)$$

当间隙发生改变的时刻也是缺陷在外圈产生冲击的时刻,设此冲击力为 $F'_{inner}(\theta)$,则

$$F'_{inner}(\theta) = \begin{cases} A & (0 < \text{mod}\left(\frac{\theta_j}{2\pi}\right) - \theta_{inner} < \beta_i) \\ 0 \end{cases} \quad (12)$$

对于内圈上有损伤点的情况来说,伤点引起的脉冲力的大小和方向受载荷分布和损伤点位置的影响。当内圈随轴一起旋转时,其载荷分布函数可以表示成一个时间函数

$$q(t) = \begin{cases} q_{\max} \left[1 - \frac{2x_m}{2x_m - c_d} (1 - \cos(2\pi ft)) \right]^n & |2\pi ft| < \varphi_{\max} \\ 0 & \text{其他位置} \end{cases} \quad (13)$$

当内圈故障发生时,滚珠作用在内圈上的冲击力为 $F_{\text{inner}} = F'_{\text{inner}} q(t)$ 。这样,在正常轴承动力学模型式(1)的基础上,内圈缺陷轴承非线性动力学方程可表示为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + F'_{ix} = \\ F + m_1 g - F_{\text{inner}} \cos \theta_{\text{inner}} \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + F'_{iy} = F_{\text{inner}} \cos \theta_{\text{inner}} \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 x_2 - F'_{ix} = m_2 g \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 - c_1 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_2 y_2 - F'_{iy} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

2.3 滚动体故障轴承动力学模型

图3为轴承滚动体损伤示意图,设其损伤为一凹坑,形状为一球缺, l_r 为损伤宽度。当滚珠缺陷与内外圈接触时,滚珠与滚道间间隙突然增大。设在内圈引起的间隙变化量为 u_{rinner} , 外圈引起的间隙变化量为 u_{router} , 则 $u_{\text{roll}} = u_{\text{rinner}} = u_{\text{router}} = r - \sqrt{r^2 - (l_r/2)^2}$, 滚动体在一周范围内,既与外圈接触又与内圈接触,既在外圈上引起冲击,又在内圈上引起冲击。设在随滚珠一起旋转的坐标系中,第 k 个滚珠有损伤, t 时刻所处位置为 $\theta_k = \omega_{\text{roll}} t + 2\pi(k-1)/Z$ 。在一周范围内,若轴承滚动体缺陷与内圈接触引起间隙量变化^[5], 则应满足 $|\theta_k - \pi/2| < \beta_r$; 若轴承滚动体缺陷与外圈接触引起间隙量变化, 则应满足 $|\theta_k - 3\pi/2| < \beta_r$ 。其中: $\beta_r = \arcsin(0.5l_r/r_{\text{roll}})$, 为损伤角。综合以上分析,得到滚动体缺陷在内、外圈引起间隙变化的函数为

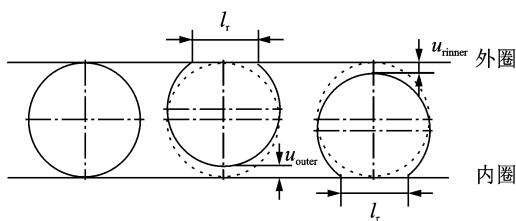


图3 滚动体缺陷损伤展开示意图

$$u'_{\text{router}} = \begin{cases} r - \sqrt{r^2 - (l_r/2)^2} & \left| \text{mod} \left(\frac{\theta_k}{2\pi} \right) - \frac{\pi}{2} \right| < \beta_r \\ 0 & \end{cases} \quad (15)$$

间隙变化引起滚珠与滚道间的非线性恢复力变化,设缺陷在 x 和 y 方向上的总作用力为 F'_{rx} 和 F'_{ry} , 那么

$$F'_{rx} = \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u - u_{\text{roll}})_{+}^{1.5} \cos \theta_i \quad (16)$$

$$F'_{ry} = k_b \sum_{i=1}^N (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i - u - u_{\text{roll}})_{+}^{1.5} \sin \theta_i \quad (17)$$

当间隙发生改变的时刻也是缺陷在内圈或外圈中产生冲击的时刻,设在外圈产生的冲击力为 F_{router} , 在内圈产生的冲击力 F_{rinner} , 则

$$F_{\text{router}} = \begin{cases} A & \left| \text{mod} \left(\frac{\theta_k}{2\pi} \right) - \frac{\pi}{2} \right| < \beta_r \\ 0 & \end{cases} \quad (18)$$

$$F_{\text{rinner}} = \begin{cases} Aq(t) & \left| \text{mod} \left(\frac{\theta_k}{2\pi} \right) - \frac{3\pi}{2} \right| < \beta_r \\ 0 & \end{cases} \quad (19)$$

这样,在正常轴承动力学模型式(1)的基础上,滚动体损伤轴承非线性动力学方程可表示为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + F'_{rx} = \\ F + m_1 g - F_{\text{rinner}} \cos \beta_r \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + F'_{ry} = F_{\text{rinner}} \sin \beta_r \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 - c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 x_2 - F'_{ix} = \\ m_2 g + F_{\text{router}} \cos \beta_r \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 - c_1 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + k_2 y_2 - F'_{iy} = \\ F_{\text{router}} \sin \beta_r \end{cases} \quad (20)$$

3 故障仿真分析

由于式(1)、式(8)、式(14)、式(20)都为强非线性方程,很难用解析方法来求解。为求得轴承系统的动力学响应,笔者用Runge-Kutta算法进行数值求解。所研究轴承为6206滚动轴承,其参数为: $R_i = 20.40 \text{ mm}$, $R_o = 26.25 \text{ mm}$, $D = 46.5 \text{ mm}$, $F = 20 \text{ N}$, $m_1 = 5 \text{ kg}$, $m_2 = 50 \text{ kg}$, $c_2 = 2000 \text{ (N} \cdot \text{s)/m}$, $c_1 = 1000 \text{ (N} \cdot \text{s)/m}$, $d = 9.5 \text{ mm}$, $k_b = 7.055 \times 10^9 \text{ N/m}$, $k_2 = 2.5 \times 10^9 \text{ N/m}$, $Z = 9$, $\delta = 0$ 。

3.1 正常轴承仿真分析

选取轴承转速为500 r/min,对于无故障轴承,

轴承系统将产生由于轴承刚度周期变化而形成的VC振动^[6-7],而VC振动频率即为滚珠通过频率,即 $f_{vc}=f_{cage}Z=f_r(\frac{R_i}{R_o+R_i}Z)$ 。图4为正常轴承在x方向的振动响应曲线及其频谱。

由图4(a)可知,正常轴承在x方向的运动是周期的,并明显表现出滚珠的通过频率。当一个滚珠离开载荷区时,转子下降,而下一时刻接触一个新的滚珠,转子则随即上升,这种VC振动使振颤迅速出现和消失。由图4(b)可知,振动表现为VC振动频率及

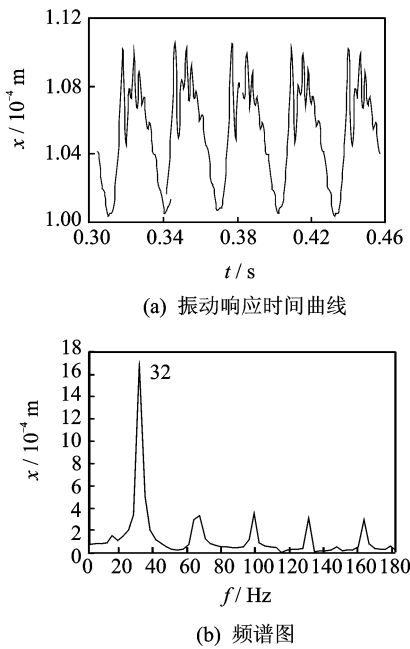


图4 无故障振动响应曲线及其频谱图

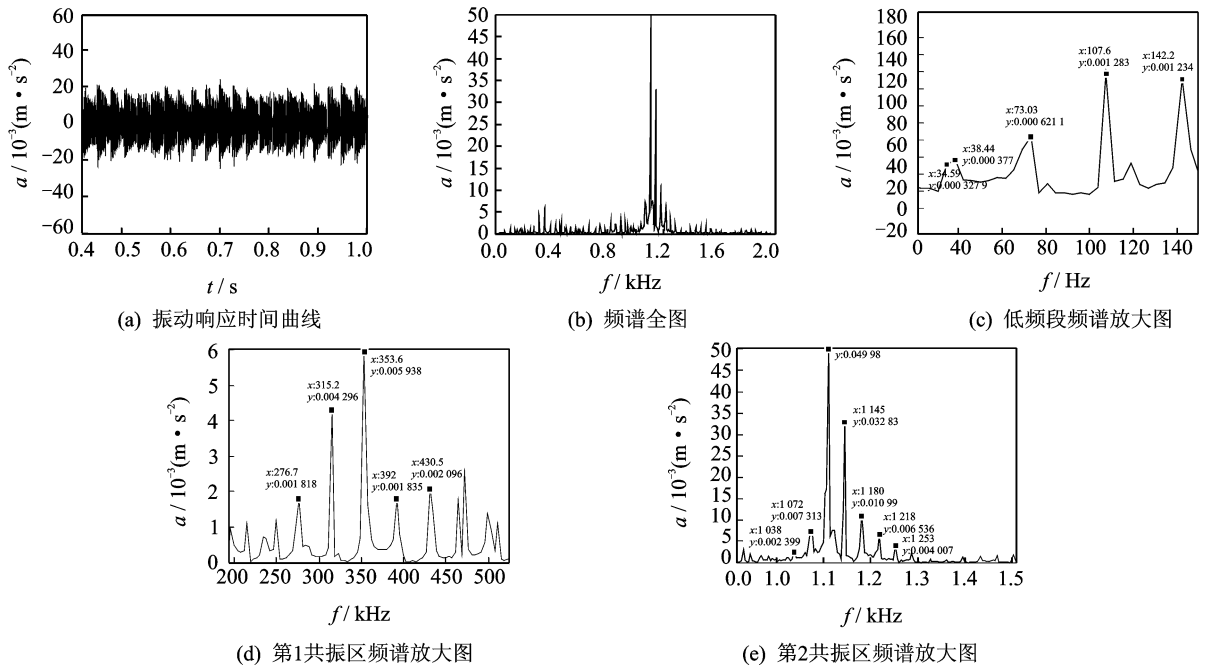


图5 外圈缺陷动力学模型仿真结果

其谐波,图中频率峰值存在的32,64,96和131 Hz即为VC振动的频率及倍频(理论计算 $f_{vc}=32.797$,仿真数值与理论计算的差别为数值计算舍入误差造成)。Fukata的研究^[7]表明,当转速在远离x,y方向两个临界转速时,运动是周期的,表现出滚珠的转动频率及其谐波。本研究结论与此相吻合,证明了正常轴承非线性动力学模型的正确性。

3.2 外圈故障轴承动力学仿真分析

设转轴转速 $n=600$ r/min,得到外圈损伤轴承故障特征频率 $f_{outer}=3.58f_r=35.8$ Hz,外圈故障周期 $T_{outer}=1/f_{outer}=0.023$ s。设外圈损伤宽度 $l_o=2$ mm,损伤深度 $h_o=2$ mm,损伤位置为外圈垂直最下方,对式(8)进行数值求解,得到外圈缺陷轴承故障仿真结果如图5所示。

从图5(a)中可以看出,当外圈存在缺陷时,轴承座处存在明显的冲击响应。图5(b)为其频谱全图,图中存在低频段及两个共振峰。图5(c)为低频段放大谱图,从图中可以看到轴承外圈故障特征频率34.59 Hz的存在。另外图中73.03,107.6,142.2 Hz的相差数值也为轴承外圈故障特征频率,图中38.44 Hz为轴承VC振动频率。从图5(d)中可以看到353 Hz附近,轴承外圈缺陷引起了系统第1个共振峰,在共振峰的左右存在以VC振动频率为间隔的边频带。由图5(e)可以看到1111 Hz附近,轴承外圈缺陷引起了系统第2个共振峰,在共振峰附近存在以VC振动频率为间隔和轴承外圈损伤特征频率

为间隔的边频带。文献[8]指出,外圈损伤在频谱上表现为在共振频率附近出现一系列以外圈故障特征频率为间隔的随频率增大而逐渐衰减的理论谱线,本研究结果与此结论一致,证实了外圈缺陷轴承非线性动力学方程的正确性。

3.3 内圈故障轴承动力学仿真分析

选取转轴转速 $n=600$ r/min,得到内圈损伤轴承故障特征频率 $f_{\text{inner}}=5.42 f=54.2$ Hz,即内圈故障周期为 $T_{\text{inner}}=1/f_{\text{inner}}=0.0185$ s。设内圈损伤宽度 $l_i=2$ mm,损伤深度 $h_i=2$ mm,损伤位置为内圈垂直最下方,对式(14)进行数值求解,得到内圈故障轴承仿真结果如图6所示。

由图6(a)可知,当轴承存在内圈缺陷,由损伤所产生的脉冲冲击信号到来时,对轴承系统产生了冲击作用,振动幅值突然增加。冲击过后,轴承系统即产生了一系列衰减振动。从图6(b)频谱图中可以看出,内圈故障通过频率53.8 Hz及其倍频107.6 Hz。由于内圈故障位置不断地随轴承旋转而改变,所以内圈故障冲击受到旋转频率的调制,表现为在内圈故障频率周围存在间隔等于轴频的调制谱线,如63.34 Hz和119.1 Hz。另外在264 Hz附近冲击产生了一个共振峰,在共振峰的周期存在多个边频带,边频带的间隔为11.53 Hz,也与轴的旋转频率相符,且多个边频带的间隔为53.81 Hz,正好为内圈单点损伤特征频率。文献[8]的研究表明,内圈损伤在内圈故障特征频率的各阶倍频处有幅值逐渐下降的谱

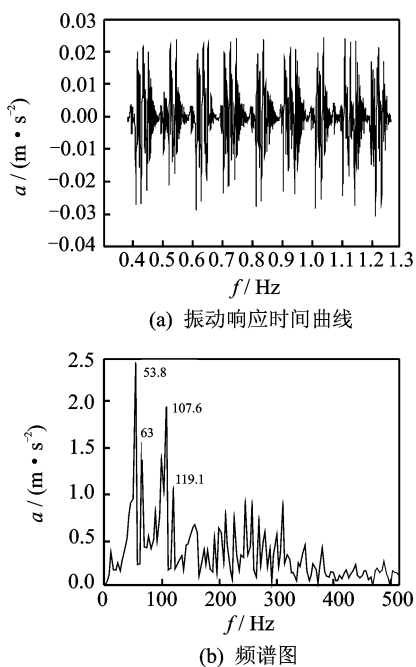


图6 内圈缺陷轴承动力学仿真结果

线,并且以各阶倍频为中心,在其两旁有间隔等于旋转频率的调制谱线,本研究结果与此结论一致,证实了内圈缺陷轴承非线性动力学方程的正确性。

3.4 滚动体故障轴承动力学仿真分析

设转轴转速 $n=600$ r/min,得到滚动体故障特征频率 $f_{\text{roll}}=2.345 f=23.45$ Hz,滚动体在内、外圈上引起的脉冲冲击的间隔为 $T_{\text{outer}}/2=0.0213$ s。设滚动体损伤宽度 $l_r=2$ mm,损伤深度 $h_r=2$ mm,对式(20)进行数值求解,得到滚动体损伤轴承动力学仿真结果如图7所示。

从图7(a)中可以看出,当滚动体存在缺陷时,轴承座处存在明显的冲击响应。图7(b)为其频谱,从

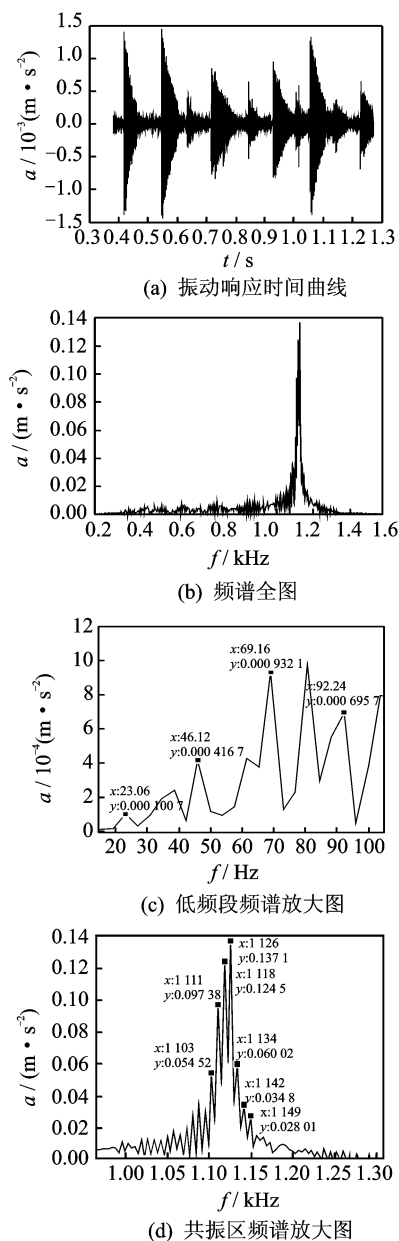


图7 滚动体缺陷轴承动力学仿真结果

图中可以看出存在低频段及一个共振峰。图7(c)为低频段放大谱图,从图中可以看到轴承滚动体故障特征频率23.06 Hz及其倍频的存在。从图7(d)可以看到在1 126 Hz附近,轴承外圈缺陷引起了系统共振,在共振峰的附近存在以8 Hz左右为间隔的边频带,此频率为保持架通过频率。另外,1 126 Hz与1 103 Hz和1 149 Hz分别相差23 Hz,即滚动体故障特征频率。文献[9]指出滚动体损伤是以滚动体自转频率各阶倍频为中心的谱线,两边的谱线为调制边频带,间隔等于滚动体公转频率(保持架特征频率)。本研究计算结果与此结论充分吻合,证明了滚动体故障非线性动力学方程的正确性。

4 结束语

针对实际齿轮箱轴承系统,在正常轴承动力学模型的基础上,考虑轴承局部损伤引起故障冲击及轴承间隙而引起的非线性接触力变换等因素,建立了轴承局部损伤外圈缺陷、内圈缺陷和滚动体缺陷的动力学模型。利用数值积分对此模型进行了动力学仿真和分析,其结果验证了滚动轴承局部损伤动力学模型的正确性。

参 考 文 献

- [1] 李辉,郑海起,唐力伟. 基于阶次跟踪和变换时频谱的轴承故障诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(2): 138-142.
Li Hui, Zheng Haiqi, Tang Liwei. Bearing fault diagnosis based on order tracking and Teager-Huang transform[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(2): 138-142. (in Chinese)
- [2] Tse P W, Gontarz S, Wang X J. Enhanced eigenvector algorithm for recovering multiple sources of vibration on signals in machine fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21 (7): 2794-2813.

- [3] Mcfaddent P, Smith J. The vibration produced by multiple point defects in a rolling element bearing[J]. Journal of Sound and Vibration, 1985, 98 (2): 263-273.
- [4] 曹冲锋,宋京伟,王秋红. 滚动轴承外圈局部故障的动态特性及计算机仿真[J]. 华东交通大学学报, 2005 (4): 123-126.
Cao Chongfeng, Song Jingwei, Wang Qiuhong. Dynamic characteristics for the part fault of outer race in a ball bearing and computer simulation[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2005 (4): 123-126. (in Chinese)
- [5] 陈恩利,于雪梅,申永军. 奇异性检测在滚动轴承外圈损伤故障诊断中的应用[J]. 轴承, 2006(5): 28-30.
Chen Enli, Yu Xuemei, Shen Yongjun. Application of singularity detection to outer ring damage diagnosis of rolling bearings [J]. Bearing, 2006 (5): 28-30. (in Chinese)
- [6] 陈果. 转子-滚动轴承-机匣耦合系统中滚动轴承故障的动力学分析[J]. 振动工程学报, 2008, 21(6): 577-587.
Chen Guo. Dynamic analysis of ball bearing faults in rotor-ball bearing-stator coupling system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(6): 577-587. (in Chinese)
- [7] Mevel B, Guyader J L. Routs to chaos in ball bearing [J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 162 (3): 471-487.
- [8] 梅宏斌. 滚动轴承振动监测与诊断[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996: 50-70.



第一作者简介:关贞珍,女,1975年9月生,博士研究生、讲师。主要研究方向为计算机自动检测与故障诊断。曾发表《基于非线性几何不变量的轴承故障诊断方法研究》(《振动与冲击》2009年第28卷第11期)等论文。

E-mail: gzzletter@sina.com