

基于平稳小波变换的相空间重构方法^{*}

章立军¹, 张利欣¹, 阳建宏², 黎敏²

(1. 北京科技大学国家材料服役安全科学中心 北京, 100083) (2. 北京科技大学机械工程学院 北京, 100083)

摘要 针对非线性信号特征提取问题, 提出一种基于平稳小波变换的相空间重构方法。对信号进行多层平稳小波分解, 利用得到的不同尺度小波系数进行相空间重构, 通过局部切空间变换方法提取蕴涵在相空间高维数据集中信号的低维形态特征。仿真试验结果表明, 非线性信号经过平稳小波变换后, 吸引子轨迹与原有轨迹具有相似的结构。利用局部切空间变换可获得带有高斯白噪声的非线性信号的低维形态特征, 该低维形态特征与原有非线性信号的吸引子轨迹相似。这种相空间重构方法较传统的方法具有一定的优势, 可以用于提取含有噪声的机械振动信号的故障特征。

关键词 非线性; 平稳小波变换; 相空间重构; 降维; 低维形态特征

中图分类号 TH113; O322

引言

利用传统的线性信号分析方法研究混沌等非线性信号有一定的局限性。近年来, 非线性信号分析方法的研究受到广大学者的极大关注。徐金梧等^[1]提出利用局部投影算法分析非线性时间序列; 游荣义等^[2]研究了相空间中脑电近似熵和信息熵的计算方法; 吕小青等^[3]提出了一种确定延迟时间互信息的一种算法; 冯广斌等^[4]提出将相空间重构理论与支持向量机结合实现内燃机振动监测数据的建模及预测。

20世纪90年代发展起来的平稳小波变换(stationary wavelet transform, 简称SWT)^[5]因具有平移不变性而成为小波领域研究热点之一。离散小波变换(discrete wavelet transform, 简称DWT)的小波系数可以被用来提取信号的特征信息^[6]。游荣义^[7]等指出混沌时间序列的小波变换实质上是在重构的相空间中, 混沌吸引子向小波滤波器张量所张成的空间中的投影, 与Packard等^[8-9]提出的时间延迟相空间重构方法本质上是一致的。赵先进等^[10]提出一种柴油机表面低频振动的状态空间重构方法。

由于SWT分解后的小波系数长度具有与原始信号长度一致的特征, 可以利用SWT分解后的小波系数进行相空间重构来构造高维特征数据。Hughes等^[11]提出利用小波系数构造的高维特征数据进行

Sammon映射, 提取心电信号的低维形态特征, 并对降维后的信号利用隐式马尔可夫模型分割来提取心电信号的PR间隔和QT间隔。笔者针对非线性信号特征提取问题, 提出一种基于SWT的相空间重构新方法, 并进而应用非线性降维算法提取信号的低维形态特征。

1 经典的相空间重构方法

1.1 相空间重构方法的基本原理

时间延迟相空间重构方法是一种十分方便有效的从单变量时间序列构造相空间的方法。对时间序列 $\{x_i\}, i=1, 2, \dots, N$, 选择合适的嵌入维数 m 和延迟时间 τ , 可以重构一个 m 维的相空间。重构的相空间可以表示为

$$X_n = (x_n, x_{n+\tau}, \dots, x_{n+(m-1)\tau}) \quad (1)$$

其中: X_n 为第 n 个相点, 表示 m 维相空间的一个状态。

1.2 Lorenz 系统分析实例

笔者以典型的非线性系统——Lorenz系统为例, 说明非线性系统经相空间重构后所得到的系统特征。

式(2)为Lorenz系统的方程, 用4阶Runge-

* 国家自然科学基金资助项目(编号: 51005015, 51004013, 50905013)

收稿日期: 2011-02-25; 修改稿收到日期: 2012-06-13

Kutta 法进行数值积分,积分步长为 0.02,积分点数为 2 048。

$$\begin{cases} \dot{x} = -\delta(x-y) \\ \dot{y} = rx - xz - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (2)$$

$$(\delta = 10, b = 8/3, r = 28)$$

图 1 为求解式(2)所得到的 Lorenz 系统吸引子在 x - y 、 y - z 和 z - x 方向的投影以及 3 维空间(x - y - z) 的相图。

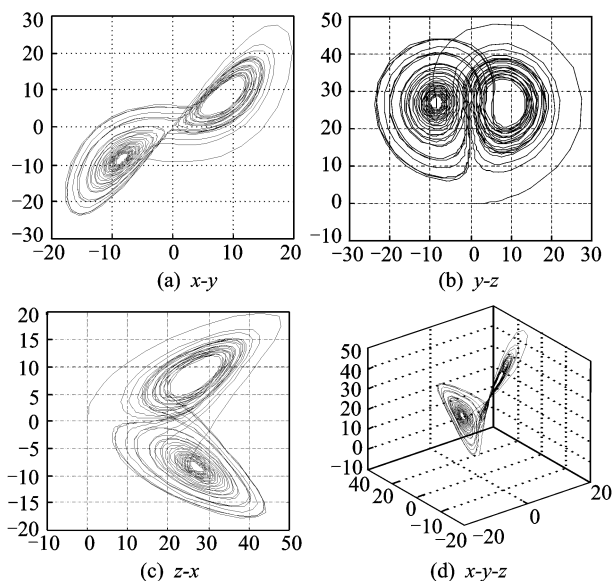


图 1 Lorenz 系统吸引子的相图

图 2 为利用时间延迟法相空间重构后的 Lorenz 系统各分量的二维相图($m=3, \tau=3$)。其中,图 2(d) 为 Lorenz 系统 x 分量加入信噪比为 8.47 dB 高斯白噪声后进行相空间重构后的吸引子相图。由于噪声

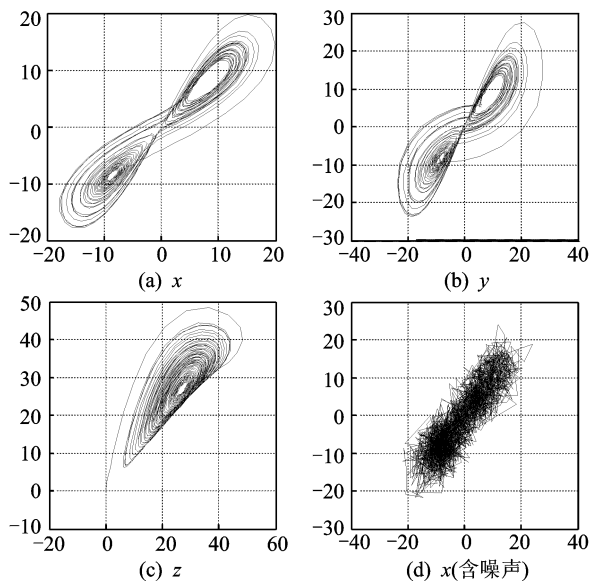


图 2 利用时间延迟法相空间重构后各分量的二维相图

的存在,相空间重构后无法得到带有噪声的非线性信号的吸引子的形态。有研究表明,在时间延迟相空间重构方法中,Lorenz 吸引子对 m 的选择很不敏感,但对 τ 的选择相对敏感,当 τ 选择不合适时,吸引子形状会发生畸变^[7]。

2 新的非线性信号相空间重构方法

2.1 平稳小波变换

SWT 是由 Nason 等^[5]提出的一种非正交的小波变换。SWT 进行小波分解的过程没有下抽取过程,各级小波分解系数的长度相同,小波系数具有冗余性。重构过程是对各个冗余小波系数的重构结果取平均的过程,对于信号的奇异点降噪后的重构结果具有抑制伪 Gibbs 振荡的效果^[5],其降噪效果更好,但同时也带来了计算量大的缺点。因此,经典的 DWT 是一种非冗余的小波变换,适用于处理不相关性问题,而 SWT 更适合于处理相关性问题。

SWT 不具备正交性,但却具备模式识别和信号降噪中一个重要的性质——平移不变性^[12],因此在进行信号处理时可以不依赖于原点的选择。笔者正是利用 SWT 的平移不变性来通过相空间重构并用非线性降维的方法来获得信号的低维形态特征。

2.2 基于平稳小波变换的相空间重构新方法

利用 DWT 小波系数进行相空间重构后的 Lorenz 系统各分量的二维相图如图 3 所示。文献[7]说明了非线性信号经过基于 DWT 小波系数相空间重构后,吸引子轨迹与原有轨迹具有相似的结构,同时系统的关联维数、Kolmogorov 熵等非线性不变量得到保留。

图 4 为利用 SWT 小波系数相空间重构后的 Lorenz 系统各分量的二维相图。从图 2、图 3 和图 4 可以看出,由不同相空间重构方法构造出的相空间中 Lorenz 系统具有相似的吸引子形状。由于 SWT 对低通和高通滤波器的输出系数不再进行 2 倍抽取操作,而是在各级滤波器的值之间进行差值操作^[5],所以 SWT 的系数与原始信号具有等长性。从图 4 可以看出,基于 SWT 得到的相图较基于 DWT 得到的相图更加平滑。因此,利用 SWT 小波系数对非线性信号进行相空间重构具有更好的细节描述能力。

2.3 几种相空间重构方法的比较

表 1 列出了时间延迟法、基于 DWT 小波系数、

表1 3种相空间重构方法的比较

比较内容	时间延迟法	基于DWT小波系数	基于SWT小波系数
分形维数和Kolmogorov熵等			
非线性不变量	保留	保留	保留
主要参数	嵌入维数 m	分解层数 J	分解层数 J
参数敏感性	延迟时间 τ	小波函数 $\psi(t)$	小波函数 $\psi(t)$
比例系数	敏感	不敏感	不敏感
相空间重构数据构成	不变	改变	改变
正交性	固定	可对小波系数进行阈值处理	可对小波系数进行阈值处理
时间序列点数要求	非正交	正交	非正交
相空间重构后相点个数	无	无	能被 2^J 整除
	$N - (m-1)\tau$	$N/2^J$ (采用 Haar 小波)	N

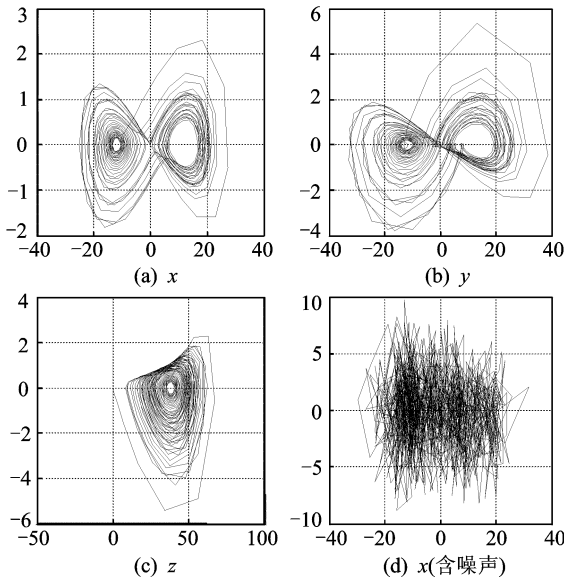


图3 利用DWT小波系数重构相空间中各分量的二维相图

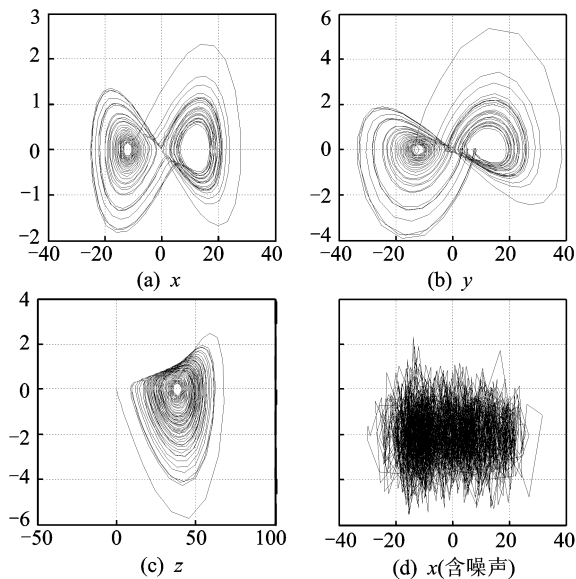


图4 利用SWT小波系数重构相空间中各分量的二维相图

基于SWT小波系数的3种相空间重构方法的比较(设原有信号长度为 N)。由于利用SWT小波系数相空间重构后相点的个数与原始信号的点数一致,便于从相空间重构后的相图中分析原有信号(系统)对应每个时间点的性质,下面就以SWT小波系数来进行相空间重构,并研究非线性信号的低维形态特征表示方法。

3 非线性信号的低维形态特征表示方法

从图2、图3和图4可以看出,带有噪声的Lorenz信号经相空间重构后,都无法直接得到吸引子的形态特征,因此需要进一步处理,以提取带有噪声情况下非线性信号的低维形态特征。

3.1 非线性降维算法简介

在非线性降维算法方面,近年来出现了较多研究成果。Roweis等^[13]提出局部线性嵌入算法(locally linear embedding,简称LLE);Tenenbaum等^[14]提出非线性减维算法Isomap;Zhang等^[15]提出局部切空间变换(local tangent space alignment,简称LTSA)算法。考虑到LTSA算法在邻域参数鲁棒性和主流形识别与重构方面的优点,笔者选用LTSA算法来提取蕴含在高维数据中的信号低维形态特征。

LTSA算法的基本原理如下:对数据集 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$, $X_i \in R^m$,要从中寻找一个 d 维($m > d$)的主流形。找出每个数据点的邻近点,用邻域中低维(d 维)切空间的坐标近似表示局部的非线性几何特性,再通过变换矩阵将各数据点邻域切空间的局部坐标映射到一个统一的全局坐标上,即从 m 维的数据中,得到一个全局的 d 维坐标,从而实现数据

降维。

3.2 基于平稳小波变换的高维信号降维分析方法

首先,对非线性信号进行 J 层SWT分解,得到 J 层小波低频近似系数和小波高频细节系数;然后,利用第 J 层低频近似系数和各层高频细节系数构造 $(J+1)$ 维高维数据集;最后,利用LTSA把数据降到低维(如2维),就可以得到信号的低维形态特征。

图5为对Lorenz非线性信号取 $J=4$,利用LTSA降维(邻近点数 k 选为64)后Lorenz吸引子在2维空间中的低维形态特征。比较图2(d)、图3(d)、图4(d)和图5(d)可以看出,利用LTSA降维后可以获得带有噪声的非线性信号的低维形态特征,并且这种低维特征同样与原有非线性信号的吸引子轨迹相似;因此,可以利用这种低维形态特征来分析信号中的某些特征(如冲击特征等)。

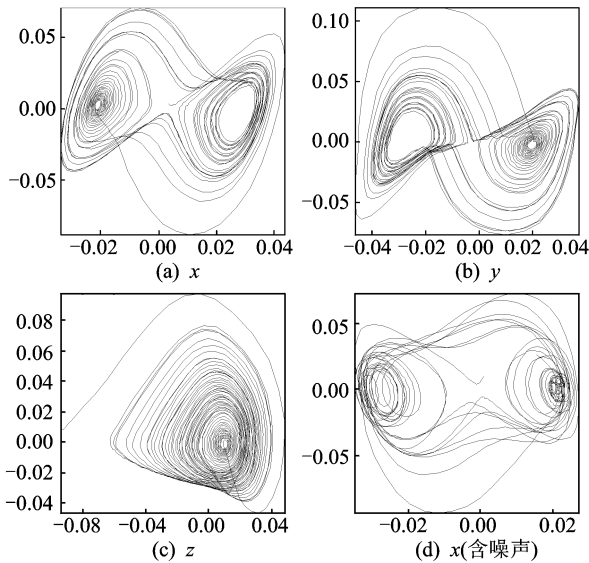


图5 Lorenz系统各分量的低维表述

3.3 讨论

1) 高维数据的重构方法。笔者所提方法是利用SWT分解得到的最高层近似系数和各层细节系数来进行相空间重构,从而构造高维数据集。试验结果表明,利用所有低频近似系数和高频细节系数构造高维数据集,或者利用原始信号、低频近似系数和高频细节系数来构造高维数据集,同样可以得到非线性信号低维形态特征。但是,如果用DWT的各层小波系数重构的信号构成高维数据集时,由于DWT不具备平移不变性,利用LTSA降维后并不能得到特征明显的信号低维形态特征。

2) SWT分解层数 J 的选择。笔者所提方法需要对构造的高维数据进行非线性降维处理来分析信

号的低维形态特征,所以小波分解的层数 J 至少要分解到4层。由于SWT算法的限制,分解的层数 J 最大只能到 $\log_2 N$,其中 N 为信号的长度(N 能被 2^J 整除)。

3) 非线性降维算法中邻近点数 k 的选择。在利用LTSA对高维数据进行降维处理中,邻近点数 k 的选择与信号的采样频率、噪声大小等都有一定的关系。采样频率越大、噪声越大邻近点数也应越大,但过大的邻域会导致局部几何特性的变形。通过试验,邻近点数 k 选为32~128都能得到较好的结果。

经过数值仿真试验分析,基于SWT分解后得到的小波系数构造高维数据并进行非线性降维处理的信号分析方法,对非线性信号的分析是稳定、可靠的。

4 结论

1) 在传统相空间重构方法的基础上,利用SWT的平移不变性特征,提出了一种基于SWT的相空间重构新方法。非线性信号利用SWT的小波系数进行相空间重构,吸引子轨迹与原有轨迹具有相似的结构。该方法比时间延迟法和利用DWT小波系数相空间重构具有参数不敏感、相空间重构后相点个数与原始信号长度一致的优点。

2) 基于SWT小波系数相空间重构后的高维数据,经过LTSA非线性降维后所提取信号的低维形态特征具有与原始信号吸引子轨迹一致的特点。由于LTSA的邻域参数鲁棒性和主流形识别与重构方面的优点,这种低维形态特征可以用于提取含有噪声的机械振动信号的故障特征。

参 考 文 献

- [1] 徐金梧,吕勇,王海峰. 局部投影算法及其在非线性时间序列分析中的应用[J]. 机械工程学报,2003,39(9): 146-150.
Xu Jinwu, Lü Yong, Wang Haifeng. Local projective method and it's application on nonlinear time series [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(9): 146-150. (in Chinese)
- [2] 游荣义,陈忠. 相空间中脑电近似熵和信息熵的计算[J]. 计算物理,2004,21(4): 341-344.
You Rongyi, Chen Zhong. Calculation of the approximate entropy and the information entropy of EEG in phase space [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2004,21(4): 341-344. (in Chinese).
- [3] 吕小青,曹彪,曾敏,等. 确定延迟时间互信息的一种

算法[J]. 计算物理,2006,23(2): 184-188.

Lü Xiaoqing, Cao Biao, Zeng Min, et al. An algorithm of selecting delay time in the mutual information method [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2006,23(2): 184-188. (in Chinese)

- [4] 冯广斌,吴震宇,袁惠群. 基于混沌理论与SVM的内燃机振动信号趋势预测[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(1): 64-69.

Feng Guangbin, Wu Zhenyu, Yuan Huiqun. Trend prediction of engine vibration signals using chaotic theory and support vector machine[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(1): 64-69. (in Chinese)

- [5] Nason G P, Silverman B W. The stationary wavelet transform and some statistical applications in wavelet and statistics[C]// Wavelets and Statistics. Berlin: Springer-Verlag, 1995: 281-300.

- [6] Pittner S, Kamarthi S V. Feature extraction from wavelet coefficients for pattern recognition tasks[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(1): 83-88.

- [7] 游荣义,陈忠,徐慎初,等. 基于小波变换的混沌信号相空间重构研究[J]. 物理学报,2004,53(9): 2882-2888.

You Rongyi, Chen Zhong, Xu Shenchu, et al. Study on phase-space reconstruction of chaotic signal based on wavelet transform[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(9): 2882-2888. (in Chinese)

- [8] Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, et al. Geometry from a time series[J]. Physical Review Letter, 1980, 45(9): 712-716.

- [9] Takens F. Detecting strange attractors in turbulence [J]. Lecture Notes in Mathematics, 1981, 898: 366-381.

- [10] 赵先进,徐玉秀. 柴油机表面低频振动的状态空间重构及其应用[J]. 振动、测试与诊断, 2008, 28(3): 259-264.

Zhao Xianjin, Xu Yuxiu. State space reconstruction of surface low frequency vibration of vehicle diesel and its application[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(3): 259-264. (in Chinese)

- [11] Hughes N P, Tarassenko L. Novel signal shape descriptors through wavelet transforms and dimensionality reduction[C]// Wavelets: Applications in Signal and Image Processing X. San Diego: SPIE, 2003: 763-773.

- [12] Coifman R R, Donoho D L. Translation-invariant denoising [C] // Wavelets and Statistics. Berlin: Springer-Verlag, 1995: 125-150.

- [13] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. Science, 2000, 290: 2323-2326.

- [14] Tenenbaum J B, Silva de V, Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. Science, 2000, 290: 2319-2323.

- [15] Zhang Zhenyue, Zha Hongyuan. Principal manifolds and nonlinear dimension reduction via local tangent space alignment, CSE-02-019[R]. [S.l.]: Pennsylvania State University, 2002.



第一作者简介:章立军,男,1978年7月生,博士、副研究员。主要研究方向为非线性时间序列分析方法与机械设备故障诊断。曾发表《基于数学形态滤波的齿轮故障特征提取方法》(《机械工程学报》2007年第43卷第2期)等论文。

E-mail: ljzhang@ustb.edu.cn