

OMA 模态参数的优化及盲分析技术探讨*

刘进明¹, 应怀樵¹, 章关永²

(1. 北京东方振动和噪声技术研究所 北京, 100085) (2. 同济大学桥梁工程系 上海, 200092)

摘要 提出了运行状态模态分析(operational modal analysis, 简称 OMA)模态参数的优化和盲分析的方法。通过模态参数优化,在不丢失物理模态的前提下,所有分析方法的模态分析结果经过优化最终都可以得到统一。提出了在优化过程中清除虚假模态的机制,由此可以实现完全自动化的 OMA 模态分析,即在选定频带范围内,不经过任何人机交互,都可以得到数学意义上最优的 OMA 模态分析结果。通过上海卢浦大桥的 OMA 试验对该优化算法及自动化分析算法进行了验证。结果表明,所提出的优化方法及自动化分析方法是可行的。自动化模态分析的方法操作简捷,分析结果不包含虚假模态,在数学意义上理论曲线和实测曲线最为吻合。

关键词 运行状态模态分析; 参数识别; 优化; 盲分析

中图分类号 O324; O329.1; TH113.1

引言

OMA 具有激励力未知的特点,目前,比较有代表性的分析方法有随机子空间法(stochastic subspace identification, 简称 SSI)^[1]、多项式最小二乘复频域法(polynomial least square of complex frequency domain, 简称 PolyLSCF)^[2]、多项式功率谱 Z 变换法(polynomial power spectrum of Z transform method, 简称 PZM)^[3]、增强型频域分解算法(enhanced frequency decomposition method, 简称 EFDD)^[4]、多项式功率谱法(polynomial power spectrum method, 简称 PPM)^[5]等。前 3 种方法都需要用到稳定图,用户需选择特征矩阵的维数,而选取不同的维数会得到不同的稳定图,在稳定图上选取不同的极点也会得到不同的模态参数;因此,需要分析人员具备较高的理论水平及一定的测试经验。后 2 种方法操作虽然简单一些,但 EFDD 分析结果的精度往往不如前 3 种方法,得到的分析结果仍在一定程度上依赖于分析人员的操作。总之,采用不同的分析方法会得到不同的分析结果,甚至同一分析人员用同一种方法在不同时刻进行分析,得到的模态参数也会有所差别。

给定一个理论上合理且数学上可行的优化标准,通过模态参数优化,在不丢失物理模态的基础上,所有分析方法应当都可以得到统一的数学意义

上最优的分析结果。

对于单输入多输出(single input multi output, 简称 SIMO)和多输入单输出(multi input single output, 简称 MISO)模态分析,当模态的频率阻尼确定后,各点振型也随之确定。只要得到初始的频率阻尼值,在不丢失物理模态的前提下,通过优化后,可得到不依赖于初始结果的最优分析结果;因此,有了优化标准和优化方法后,模态分析的方法对分析结果理论上应当不会有影响,但实际情况并非完全如此。例如,受到分析人员的理论水平及测试经验的限制,在分析过程中某些重要的模态被遗漏,通过优化后问题也无法得到解决。要使模态分析的结果和分析方法、分析人员的理论水平及测试经验无关,唯一的办法是实现自动化的模态分析,即分析过程零交互,完全不需人工干预,即所谓的盲分析或一键求模态。

笔者在模态优化算法的基础上,提出了淘汰虚假模态即数学模态的优化机制:只要给出一个含有足够多极点的初始解,其中包括所有和真正模态即物理模态临近的极点,通过优化机制,能将所有的虚假模态删除,得到最优解,由此实现 OMA 的自动化分析。

1 模态参数的优化

对于 OMA 分析,假定响应点数为 q ,共有 q 个

* 收稿日期:2011-03-28;修改稿收到日期:2011-05-10

半谱^[6]。当 n 个特征根 s_r 已知时,其半谱可以表示为

$$\mathbf{H}(s) = \sum_{r=1}^n \left(\frac{\mathbf{v}_r}{s - s_r} + \frac{\mathbf{v}_r^*}{s - s_r^*} \right) + \frac{\mathbf{L}_R}{s} + \mathbf{U}_R \quad (1)$$

其中: $*$ 表示共轭; $s = j\omega t$; $\mathbf{v}_r \in C^{q \times 1}$ 为第 r 阶模态振型; $\mathbf{L}_R, \mathbf{U}_R \in R^{q \times 1}$, 分别为频带外的下限及上限影响因子,可通过最小二乘法求出。

式(1)也可写成

$$\mathbf{H}(s) = \sum_{r=1}^{2n} \frac{\mathbf{v}_r}{s - s_r} + \frac{\mathbf{L}_R}{s} + \mathbf{U}_R \quad (2)$$

仅考虑 s_r 的优化,保持振型不变,对式(2)中的 s_r 进行微分,得到

$$d\mathbf{H}(s) = \sum_{r=1}^{2n} \frac{\mathbf{v}_r}{(s - s_r)^2} ds_r \quad (3)$$

用 $\mathbf{E}(s) = \hat{\mathbf{H}}(s) - \mathbf{H}(s)$ 表示实测半谱和综合半谱之间的误差(此处 $\hat{\mathbf{H}}(s)$ 为实测得到的半谱, $\mathbf{H}(s)$ 为综合得到的半谱),得到

$$\mathbf{E}(s) = \sum_{r=1}^{2n} \frac{\mathbf{v}_r}{(s - s_r)^2} ds_r \quad (4)$$

考虑所有指定频带内的谱线,用最小二乘法可以求出 $2n$ 个 ds_r ,同时对特征根和振型进行优化算法^[7]。

仅考虑 s_r 的优化,保持振型不变的优化方式,可大大减少优化计算中未知数的个数,此优化方式还可推广到多输入多输出(multi input multi output,简称MIMO)的模态分析方法中。MIMO 中的模态振型不是相互独立的,模态振型和模态参与因子共同决定了半谱(OMA)或频响函数(经典模态分析)。

将 $s_r + ds_r$ 作为新的特征根,通过式(1)用最小二乘法可算出新的 n 阶模态振型 \mathbf{v}_r 、频带外的下限及上限影响因子 \mathbf{L}_R 和 \mathbf{U}_R 。

定义模态频域吻合程度指标

$$\text{Fit}_f = \sqrt{\mathbf{E}^H \mathbf{E} / \mathbf{H}^H \mathbf{H}} \quad (5)$$

\mathbf{E} 和 \mathbf{H} 需计算选定频带内的所有谱线,并将矩阵 \mathbf{E}, \mathbf{H} 排成一列,吻合程度指标越小越好。此指标可作为优化算法的目标,也可用来衡量各种模态分析方法的优劣。如果选中所有的频带,根据巴什瓦能量守恒定理,频域吻合程度指标也可看成是时域吻合程度指标。

式(4)、式(5)中 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 的各条谱线可按频率进行加权。加权模式有 $\omega^2, \omega, 1, \omega^{-1}, \omega^{-2}$ 共 5 种,它和测量的传感器类型及选定拟合的半谱类型有关。如测量的传感器类型为加速度,选定拟合的半谱类型为位移,加权模式选 ω^{-2} 。

以不同的分析方法得到的模态频率阻尼作为优

化的初值,最初的频域吻合程度指标可以作为比较各种模态拟合方法参数识别精度的标准,指标越小越好,相应的优化过程也越短。

优化过程为:在已知初始模态频率阻尼时,得到 n 个特征根 s_r

$$s_r = - (2\pi f_r) \xi_r + j \sqrt{1 - \xi_r^2} (2\pi f_r) \quad (6)$$

其中: f_r, ξ_r 为各阶模态频率和模态阻尼。

如果对应的半谱是通过加可变指数窗得到的^[8],对应的指数窗为

$$W_i = e^{-E_x(i/f_s)} \quad (7)$$

其中: W_i 为指数窗第 i 点的系数; $i = 0, 1, \dots, N-1$; N 为半谱对应的互相关函数时域波形的点数; f_s 为采样频率; E_x 为指数窗系数。

此时得到 n 个特征根 s_r 为

$$s_r = - (2\pi f_r) \xi_r - E_x + j \sqrt{1 - \xi_r^2} (2\pi f_r) \quad (8)$$

采用式(1)通过最小二乘得到 n 阶模态振型 \mathbf{v}_r 以及频带外的下限及上限影响因子 \mathbf{L}_R 和 \mathbf{U}_R ;采用式(5)计算模态频域吻合程度指标;采用式(4)通过最小二乘法可求出 n 个 ds_r (另有 n 个 ds_r^*)。将 $s_r + ds_r$ 作为新的特征根代入式(1)进行下一轮计算。

在频域吻合程度指标不再减小时停止优化。

2 自动化模态分析

自动化模态分析,即模态分析过程中没有人机交互,也称盲分析或一键求模态,可使模态分析结果不受分析人员的制约。当前比较流行的自动化分析方法大多是在稳定图的基础上自动选择模态极点^[9-11],因此对模态拟合算法的选择依赖性较大,如果一旦有虚假模态被选中,则无法剔除。

通过优化机制来实现模态自动化分析的方法,对初始算法的要求很宽松。研究优化过程中真正模态(即物理模态)及虚假模态(即数学模态)的走势,有助于设计出合理的优化机制,实现自动化模态分析。

频率最接近真正模态的极点在优化过程中快速向物理模态的极点靠近,并很快趋于稳定。虚假模态的极点在优化过程中是不稳定的,其走势有 3 种可能性,可和物理模态极点区分出来,并将其消除。

1) 向最接近的物理模态极点靠近,导致一个物理模态对应了两个极点,两者振型也趋于一致。当测点足够时,不同阶之间模态的振型接近于正交。因此,可通过两阶相邻模态振型的模态置信准则(modal assurance criterion,简称MAC)值来判定是否对应同一物理极点。设定一个 MAC 的阈值,如

0.9,当MAC值大于此阈值时,在此两个极点中删除一个。

2) 阻尼越来越大。设定一个最大阻尼值,如10%,阻尼大于此值的极点予以删除。

3) 极点对应的模态振型所占能量越来越小。根据模态重要性指示函数(modal important index,简称MII)^[12], $MII_r = E_r/E_{max}$,其值范围为0~1, E_r 为极点对应的模态能量的有效值, E_{max} 为最大一阶模态能量的有效值。当物理模态极点稳定后,数学模态极点对应的模态能量越来越小,设定一个能量阈值,如0.001,当 MII_r 小于此值时,删除此极点。

给定初始解的极点个数的原则是宁多勿缺,并且在所有物理极点附近都有频率与之接近的极点。但是合理地控制初始解的极点个数可加快自动化模态分析的过程。

OMA自动化模态分析的过程如下。

1) 求出所有点的半谱,半谱最好是通过加系数较小的可变指数窗得到(如指数窗系数从1变化到0.9)。

2) 选定分析的频带,在选定频带内,给出初始解的极点。将所有半谱的功率谱进行平均,因所有半谱的功率谱具有相同的分母,因此其每一峰值对应一个极点。将所有平均后功率谱的峰值点作为极点的频率,阻尼取零。如在计算半谱时没有加指数窗,阻尼不能取0,可取一个较小的数(如0.0005),以免式(4)的分母为零。为了避免极点数过多以及遗漏密集模态,可计算出半谱对应的模态指示函数(mode indicator function,简称MIF)^[13-14]。只有当MIF的值小于某个特定的值(如0.5),对应的极点才予以保留。另外检查小于特定值的每一模态指数函数极小值点附近是否有对应的极点,若没有则需补上一个极点(频率为模态指数函数极小值点对应的频率,阻尼取0),以免丢失重要模态。

3) 根据式(8)得到 n 个特征根 s_r 的初始值,按述方法进行优化。在优化过程中,需删除虚假模态的极点。

4) 当优化进行到频域吻合程度指标不再降低时,优化停止,完成自动化的模态分析。

以上算法只要选定频率区间,设定MAC阈值、最大阻尼值、模态重要性指示函数MII阈值和模态指示函数MIF的阈值,即可实现自动化的模态分析,中间过程不需要任何的人机交互。

3 工程实例

上海卢浦大桥主桥(见图1)是目前世界上最大

跨径的钢拱、梁组合体系中承式系杆拱桥。跨径组合为100 m+550 m+100 m=750 m,矢跨比 $f/L=1/5.5$ 。桥面双向6车道,车行道宽为24.5 m,每侧观光人行道宽为2 m,桥面全宽为41 m。大桥主拱肋采用变高度箱形截面,上半箱为矩形截面,下半箱为倒梯形截面。中拱总高度为9.0~6.0 m,边拱总高度为9.0~7.0 m。加劲梁采用正交异性桥面板全焊钢箱梁,中跨为分离双箱,边跨为单箱多室,通过吊杆或立柱支撑于拱肋上。全桥共28对吊杆,顺桥向间距为13.5 m,为双吊杆。吊杆横桥向与拱肋在一个平面内对倾1:5。全桥共布置两组水平拉索,每组由8根拉索组成,水平总索力约为170~180 MN,用以平衡中跨拱肋的恒载水平推力。拱脚主墩采用打入式钢群桩基础。

现场测试采用环境激励的方法,由DASP系统采集数据。



图1 上海卢浦大桥

卢浦大桥的OMA模态试验曾用多种分析方法进行过对比^[15]。在固定分析频带(0.1~2 Hz)后,对试验数据用多种分析方法重新进行了分析,得到的模态分析结果和各阶模态的频率很接近,阻尼稍微离散,模态的振型基本一致。用这些不同的结果作为初值,经过优化后得到了完全相同的模态频率、阻尼及振型。优化后的结果只和分析频带的选定有关,其对应的模态振型更为协调。

在相同的频带范围内,进行自动化的模态分析,得到的分析结果和前面多种分析方法优化后的结果完全相同。自动化模态分析时,初始极点的个数对最终的分析结果不产生影响。分析时MAC的阈值取0.9,最大阻尼取5%,能量系数阈值取0.001。决定初始极点的MIF阈值取0.85,偏保守,含有的数学模态极点可能稍多,但可保证物理模态极点不丢失。

各种分析方法及优化后的结果及其对应的频域吻合系数和时域吻合系数如表1所示。

从表1可看出,各种分析方法的频域吻合系数

表 1 卢浦大桥 5 种分析方法模态结果和优化后结果的比较

阶数		SSI	PolyLSCF	EFDD	PZM	PPM	优化结果	振型
1	f/Hz	0.362	0.362	0.362	0.362	0.361	0.362	1 阶纵向, 拱梁 1 阶反对称竖弯
	$\xi/\%$	0.264	0.171	0.364	0.153	0.220	0.131	
2	f/Hz	0.401	0.401	0.402	0.402	0.402	0.401	拱梁 1 阶对称侧弯, 1 阶侧向扭转
	$\xi/\%$	0.497	0.288	0.360	0.347	0.309	0.206	
3	f/Hz	0.600	0.600	0.591	0.598	0.599	0.600	拱梁 1 阶对称竖弯
	$\xi/\%$	0.639	0.489	1.906	0.579	0.831	0.543	
4	f/Hz	0.704	0.700	0.698	0.699	0.699	0.701	拱梁 1 阶反对称侧弯, 2 阶侧向扭转
	$\xi/\%$	1.183	1.330	0.585	0.550	0.565	1.300	
5	f/Hz	0.894	0.892	0.892	0.892	0.895	0.893	拱梁 2 阶对称竖弯
	$\xi/\%$	1.530	1.310	1.749	0.990	1.349	1.617	
6	f/Hz	0.989	0.991	0.990	0.992	0.990	0.989	拱梁 2 阶反对称竖弯
	$\xi/\%$	0.848	0.850	0.857	0.800	1.037	0.883	
7	f/Hz	1.111	1.114	1.118	1.108	1.117	1.126	拱梁 2 阶对称侧弯
	$\xi/\%$	1.415	1.307	2.168	1.767	2.559	2.644	
8	f/Hz	1.174	1.173	1.175	1.174	1.175	1.175	拱梁 2 阶反对称侧弯
	$\xi/\%$	0.422	0.214	0.649	0.237	0.227	0.165	
9	f/Hz	1.339	1.336	1.338	1.337	1.338	1.338	拱梁 1 阶对称扭转
	$\xi/\%$	0.323	0.253	0.316	0.294	0.317	0.239	
10	f/Hz	1.483	1.477	1.467	1.479	1.481	1.474	拱梁 3 阶对称竖弯
	$\xi/\%$	1.041	1.051	1.466	1.488	1.356	1.393	
11	f/Hz	1.616	1.627	1.625	1.617	1.622	1.616	拱梁 1 阶反对称扭转
	$\xi/\%$	1.317	0.853	0.973	0.786	1.211	1.791	
12	f/Hz	1.815	1.819	1.812	1.822	1.812	1.819	拱梁反对称侧弯
	$\xi/\%$	0.673	0.176	0.353	0.391	0.594	0.880	
Fit(f)/%		21.11	22.25	24.99	22.10	20.71	16.90	
Fit(t)/%		68.49	71.59	69.43	70.92	67.31	65.70	

和时域吻合系数相差不大。经过优化后, 频域吻合系数降低了 8.09%(EFDD)~3.81%(PZM), 和优化后结果 16.9% 相比, 相当于完善了 47.87%~22.54%。因为本次试验的分析频带不到总频带的 1/2, 因此时域吻合系数(相当于全频带的频域吻合系数)同频域吻合系数相比意义不大。

平均后半谱的功率谱、模态指示函数及选定频率范围如图 2 所示。图 3、图 4 为 EFDD 法优化前、后 23 点半谱实测曲线(实线)与综合曲线(虚线)的比较, 频域吻合误差系数从 33.81% 优化到 24.67%。

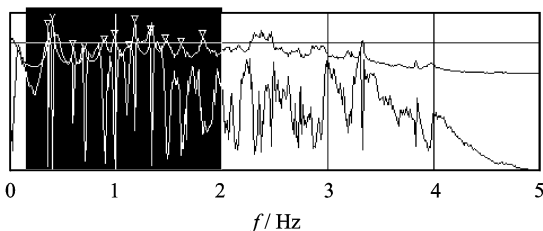


图 2 平均后半谱的功率谱、模态指示函数及选定频率范围

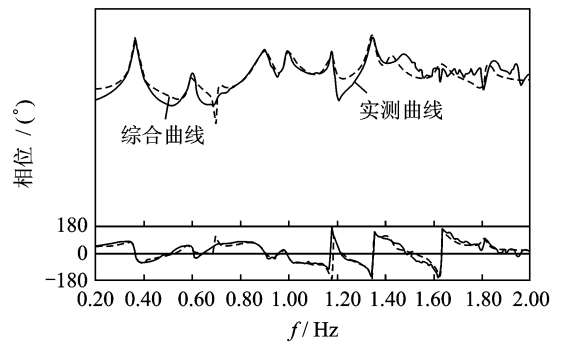


图 3 EFDD 法优化前 23 点半谱实测曲线与综合曲线的比较

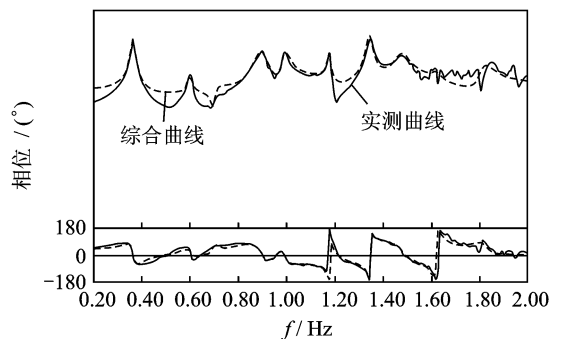


图 4 优化后 23 点半谱实测曲线与综合曲线的比较

4 结 论

1) 提出了频域吻合系数,由此可以定量地比较不同的模态分析结果在参数识别时的精度。

2) 提出了振型不变、对频率阻尼进行逐步优化的优化算法。通过对模态分析结果进行优化,在原分析结果不丢失物理模态的前提下,不同分析方法的结果都可以基本统一。此优化方法也可扩展到 MI-MO 的模态分析。

3) 提出了优化过程中自动消除虚假模态的优化机制,由此可实现模态分析的自动化,自动化分析得到的结果为数学意义上的最优结果。本方法适用于有一个参考点的 OMA 模态分析。如果将半谱换成频响函数,同样适用于 SIMO 和 MISO 的经典模态分析。

4) 自动化模态分析的方法利用优化机制替代了各种复杂的模态分析方法,编程容易,操作简捷,所识别的模态参数的理论曲线和实测曲线最为吻合。

参 考 文 献

- [1] Hermans L, Vander Auweraer H. Modal testing and analysis of structures under operational conditions, industrial applications[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1999,13(2):193-216.
- [2] Bart P, Patrick G, Herman Van der A, et al. Automotive and aerospace application of the PolyMAX modal parameter estimation method[C]// Processing of 22th IMAC. USA:[s.n.], 2004.
- [3] Liu Jinming, Ying Huaqiao, Shen Song, et al. A fast frequency domain modal parameter identification algorithm[C]//Processing of 24th IMAC. USA:[s.n.], 2006.
- [4] Brincker R, Ventura C, Andersen P. Damping estimation by frequency domain decomposition[C]// Processing of 19th IMAC. USA:[s.n.], 2001.
- [5] Ying Huaqiao, Liu Jinming, Shen Song, et al. Precise output-only modal parameter identification from power spectrum[C]//Processing of 24th IMAC. USA:[s.n.], 2006.

- [6] Pierro E, Mucchi E, Soria L, et al. On the vibro-acoustical operational modal analysis of a helicopter cabin[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009,23(4):1205-1217.
- [7] 李德葆,陆秋海. 实验模态分析及其应用[M]. 北京:科学出版社,2001:171-173.
- [8] Fladung W, Rost R. Application and correction of the exponential window for frequency response functions [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1997,11(1):23-36.
- [9] Phillips A W, Allemang R J, Brown D L. Autonomous modal parameter estimation: methodology[C]// Processing of 29th IMAC. USA:[s.n.], 2011.
- [10] Allemang R J, Phillips A W, Brown D L. Autonomous modal parameter estimation: statistical considerations [C]//Processing of 29th IMAC. USA:[s.n.], 2011.
- [11] Brown D L, Phillips A W, Allemang R J. Autonomous modal parameter estimation: application examples[C]// Processing of 29th IMAC. USA:[s.n.], 2011.
- [12] Liu Jinming, Ying Huaqiao, Shen Song, et al. The function of modal important index in autonomous modal analysis[C]//Processing of 25th IMAC. USA:[s.n.], 2007.
- [13] William R. The multivariate mode indicator function in modal analysis[C]//Processing of 3th IMAC. USA:[s.n.], 1985.
- [14] Nash M. Use of the multivariate mode indicator function for normal mode determination[C]// Processing of 6th IMAC. USA:[s.n.], 1988.
- [15] 章关永,刘进明. 上海卢浦大桥主桥动力特性测试研究[J]. 振动与冲击,2008,27(9):167-170.
Zhang Guanyong, Liu Jinming. Measurement of LUPU bridge vibration characteristics[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27 (9): 167-170. (in Chinese)



第一作者简介:刘进明,男,1965年10月生,博士、研究员。主要研究方向为信号处理、参数识别。曾发表《时域模态分析方法的研究及软件研发》(《振动与冲击》)2004年第23卷第4期等论文。
E-mail:jhgo1965@yahoo.com.cn