# 基于模型辨识的滚动轴承故障诊断

袁幸1,朱永生1,张优云1,洪军2,周智1

(1. 西安交通大学润滑理论及轴承研究所 西安,710049)

(2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安,710049)

**摘要** 为了解决小样本环境和早期故障预示问题,研究一种基于物理模型辨识的滚动轴承故障诊断方法,即通过物理模型构建标准模式数据库,进而识别故障。考虑到振动传递路径结合界面动态接触机制,建立了轴承表面缺陷的物理模型,通过仿真获得不同损伤位置的振动信号,求得特征矩阵。由于实际测试信号故障特征比较微弱,提出一种盲反卷积和峭度最优 Laplace 小波相结合的算法,该算法被用于仿真信号与实际工程中微弱冲击信号的检测中,有效突出了冲击成分。最后,以实测信号特征值作为输入,利用距离函数求出与输入值最近的样本点,进而预测出故障位置。案例分析表明,该方法具有较好的可行性与可靠性。

关键词 滚动轴承;故障诊断;模型辨识;盲反卷积;峭度最优 Laplace 小波 中图分类号 TH17

# 引 言

模型辨识技术能在乏样本、小样本的工业环境 中进行,同时也可对损伤趋势做出判断有助于量化 评价,较早时就已经应用在故障诊断领域,但它在滚 动轴承监测诊断领域的应用还有待更深入的研 究<sup>[1]</sup>,即故障模型的精确预测能力和基于动态信号 处理的反问题求解需进一步发展。Sawalhi<sup>[2]</sup>采用附 加自由度的方式建立了滚动5自由度动力学方程。 Ankur 等<sup>[3]</sup>提出考虑接触-变形域的轴承仿真模型, 论证了表面损伤会影响整个轴承的运动和力学行 为。Ahmad 等<sup>[4]</sup>采用两自由度方程模拟了内、外圈 和滚动体故障,分析了轴承周期、准周期和混沌运 动。Mohsen 等<sup>[5]</sup>研究了轴承元件的动态接触机制, 用键合图建立了相应的振动模型,获取了损伤轴承 的振动响应。从已有研究结果来看,在物理模型方面 大多针对轴承部件进行建模,研究相关的动力学行 为及其响应特点,较少关注结合面间的多体运动与 结构滤波的耦合作用,主要原因在于接触问题跟振 动传递路径难以统一建模,缺乏相应的方法。

笔者针对该问题,研究多体接触计及传递路径 情况下滚动轴承故障响应的预测,作为应用进一步 探讨基于模型的诊断方法。首先,利用HERZ 理论描述滚动体-内圈的多体运动特性,以脉冲响应函数刻 画轴承界面传递的机械阻抗,建立一种物理模型实现标准故障数据库的构建。为了能较好识别早期故障,利用盲反卷积增强冲击特征,构造峭度最优 Laplace 小波提取不受运行参数影响的无量纲指标。 最后,运用距离函数对试验数据进行了辨识。

### 1 滚动轴承故障物理模型

### 1.1 结合面振动传递建模

滚动轴承受载接触时,滚动体与套圈之间将发 生非线性弹性变形,由HERZ理论可知,点接触弹性 恢复力<sup>[6]</sup>为

$$f = K\delta^{1.5} \tag{1}$$

其中:δ为弹性趋近量;K为接触刚度系数。

内、外圈 Ki,K。分别为

$$K_{
m i} = 2.15 imes 10^5 \sum_{i} - 
ho^{-0.5} (\Upsilon_{i}^{*})^{-1.5}$$
 (2)

$$K_{\rm o} = 2.15 \times 10^5 \sum - \rho^{-0.5} (\gamma_{o}^{*})^{-1.5}$$
 (3)

其中: $\sum -\rho$ 为接触点的曲率和; $\gamma^*$ 为变形系数,其 值的计算参见文献[6]。

 <sup>■</sup> 国家重点基础研究发展计划("九七三"计划)资助项目(2011CB706606);国家自然科学基金资助项目(51035007);国家 科技重大专项资助项目(2010ZX04001-021) 收稿日期:2011-11-06;修改稿收到日期:2011-12-29



图1 滚动轴承坐标示意图

滚动轴承运动坐标示意图如1所示,图中: $\omega_{\epsilon}$ 为 公转速度即保持架转速,设工作转速为 $\omega, \omega_{\epsilon} = \frac{1}{2}\omega \Big( 1 - \frac{D_{b}}{D_{\rho}} \Big)$ 。其中: $D_{b}$ 为滚动体直径; $D_{\rho}$ 为节圆 直径。

第*j*个滚动体-套圈接触变形 $\delta_j$ 为内圈在*x*,*y*方 向位移(*x<sub>s</sub>*,*y<sub>s</sub>*),位置角 $\theta_j$ 和游隙*c*的函数<sup>[7]</sup>为  $\delta_j = x_s \cos\theta_j + y_s \sin\theta_j - c$  (*j* = 1,2,...,*n*) (4) 其中: $\theta_j$ 为滚动体位置角, $\theta_j = \frac{2\pi}{n}j + \omega_c t$ 。

设(x<sub>b</sub>,y<sub>b</sub>)为滚动体运动坐标,同理滚动体中心 位移为

$$\delta_b = x_b \cos\theta_i + y_b \sin\theta_i \tag{5}$$

轴承服役时各组件几何特征及载荷引起的变形 会在结合面间传递,考虑到滚动体自身振动,局部总 体接触变形可表示为

$$\delta_j = (x_s - x_b)\cos\theta_j + (y_s - y_b)\sin\theta_j - c \quad (6)$$

滚动轴承的非线性轴承力为所有滚动体恢复力 之和,根据式(1)点接触弹性恢复力方程,径向负荷 *F<sub>x</sub>*,*F<sub>y</sub>*作用下内圈运动方程式为

$$\begin{cases} F_x = -\sum_{j=1}^n K_i \delta_j \cos \theta_j \\ F_y = \sum_{i=1}^n K_i \delta_j \sin \theta_j \end{cases}$$
(7)

根据动力学平衡方程结合滚动体-套圈接触传 递特性, n 个滚动体的运动方程式为

$$\begin{cases} m_b \ddot{x}_{b1} - K_i [\delta_1]^{1.5} \cos\theta_1 + K_o [\delta_{b1}]^{1.5} \cos\theta_1 = m_b g \\ m_b \ddot{y}_{b1} - K_i [\delta_1]^{1.5} \sin\theta_1 + K_o [\delta_{b1}]^{1.5} \sin\theta_1 = 0 \\ \vdots \\ m_b \ddot{x}_{bn} - K_i [\delta_n]^{1.5} \cos\theta_n + K_o [\delta_{bn}]^{1.5} \cos\theta_n = m_b g \\ m_b \ddot{y}_{bn} - K_i [\delta_n]^{1.5} \sin\theta_n + K_o [\delta_{bn}]^{1.5} \sin\theta_n = 0 \end{cases}$$

$$(8)$$

其中: $m_b$ 为滚动体质量; $\delta_{bn}$ , $\delta_n$ 为每个滚动体局部接触位移,分别与式(5),(6)相对应。

### 1.2 整体结构响应模拟

滚动轴承由疲劳诱发的表面缺陷主要包括裂 纹、凹点和剥落等。缺陷模型如图2所示,缺陷长度 为L,当滚动体运行至缺陷区域时,游隙值将随之增 加h,使得c=c+h,瞬间通过长度L后,游隙值恢复 为c。设η为缺陷角,则

$$\sin\eta = \frac{L}{D_b} \tag{9}$$

$$h = \frac{1}{2}D_b(1 - \cos\eta) \tag{10}$$



图 2 表面缺陷几何模型

当滚动体处于缺陷区域时,导致接触面间的 Hertz 接触力突然变化,使得振动能量出现波动,相 当于滚动轴承的非线性时变系统的激励发生突变。 当缺陷诱发的脉冲序列以弹性波的形式传至外圈-轴承座耦合结构时将产生结构共振,冲击响应函数 为衰减波形<sup>[8]</sup>,可表示为

$$h(t) = \sum_{i=1}^{M} e^{-2\pi \xi_i f_{ni} t} \cos(2\pi f_{oi} t)$$
(11)

其中:*M*, *f*<sub>oi</sub>, *ξ*<sub>i</sub> 分别为模态阶次、共振频率和阻尼 系数。

根据振动理论, foi和 fni存在如下关系

$$f_{oi} = f_{ni} \sqrt{1 - \xi_i^2}$$
(12)

仅对式(7)~(10)求解,只能得到轴承出现故障时的冲击序列和固有成分(通过振动)的组合。如果考虑振动传递路径,就需要考虑结构滤波作用,因此最终的动态响应为*x<sub>s</sub>(t)*,*y<sub>s</sub>(t)*与脉冲响应的时域卷积为

$$\begin{cases} x(t) = x_s(t) \otimes h(t) \\ y(t) = y_s(t) \otimes h(t) \end{cases}$$
(13)

### 1.3 仿真结果

现以SKF6205-2RS 深沟球轴承为对象进行仿 真,有关参数如下:内径为25.001 mm,外径为51.998 mm,滚动体直径  $D_b = 7.94$  mm,节圆直径 $D_p =$ 39.039 mm,滚动体数目n = 9,转速为1.796 kr/min。



图 4 内圈故障信号及频谱、包络谱

当内、外圈有故障时会形成明显的特征频率,本 例中外圈特征频率 $f_0$ =107.303 Hz,内圈特征频率  $f_i$ =162.09 Hz。可见,故障信号具有明显的周期冲 击特征,这是游隙瞬间变化引起的,波形重复出现的 时间间隔分别为 $1/f_i$ 和 $1/f_0$ 。由于本研究物理模型 全面考虑了振动传递路径,时域中表现为每个冲击 波形的衰减,频域中高频处出现以特征频率为主的 边频带,幅值远离载波中心程逐渐减小的趋势,这是 因为新模型考虑了轴承各阶固有频率,使得高频谐 振频率与特征频率调制。内圈缺陷位置随轴旋转不 断改变,缺陷引起的冲击响应幅值必然受到转频  $f_r$ =29.93 Hz 的调制,在特征频率各次谐波处出现 边频谱线,造成内圈振动频谱更加复杂,如图 4 所示。

复合损伤如图 5 所示。轴承复合损伤的动态信 号表现为两个损伤特征的耦合。包络谱中内、外圈损 伤频率 f。=107.7 Hz, f<sub>i</sub>=161.9 Hz 及组合频率均 得到清晰呈现。由以上分析可知,物理模型可以较好 模拟轴承损伤时的冲击信息,涵盖了频谱的中、高频 成分,与实际相吻合。



图5 内、外圈复合故障信号及频谱、包络谱

# 2 模型辨识原理

物理模型获得的信号是没有噪声干扰的"纯净" 信号,是轴承自身的本体振动和故障冲击的组合。然 而在故障发生的初始阶段包含了大量的噪声,使得 故障特征比较微弱,给模型辨识造成困难<sup>[9]</sup>。笔者研 究一种EVA 和 Laplace 小波相结合的方法,具备了 增强和提取微弱冲击特征的优势。

#### 2.1 EVA 和 Laplace 小波的特征提取

盲反卷积的输出是通过有限冲击响应滤波器 e[n]获得原始信号 y 的近似估计 x[n]

$$\widetilde{\boldsymbol{x}}[n] = \boldsymbol{e}[n] * \boldsymbol{y}[n]$$
(14)

$$\widetilde{\boldsymbol{x}}[n] = \sum_{m=0}^{l} \boldsymbol{e}[m] \boldsymbol{y}[n-m]$$
(15)

按照最小二乘法(MSE)求解

MSE( $e, k_0$ ) =  $E\{|\tilde{x}(n) - x(n - k_0)|^2\}$  (16) 其中: $k_0$  为输入信号的延时量。

为了得到反卷积滤波器,笔者采用特征向量算 法<sup>[10]</sup>(eigenvector algorithm,简称 EVA)来求解。 EVA 算法采用二维4 阶交叉累积量作为其最大交 叉峭度质量函数,通过迭代运算获得最终滤波器系

15

数。图6所示为一包含多个脉冲的模拟冲击信号及 其在调幅信号、正弦信号和白噪声干扰下盲反卷积 提取结果。可以看出,淹没在噪声中的弱冲击成分被 良好的反卷积获得,冲击间隔为0.1 s。



反卷积预处理虽然增强了弱冲击特征,但仍残 留了大量噪声,笔者采取Laplace小波阈值滤波完成 冲击成分的提取。R. Lind 等构造了Laplace小波, 其实部和虚部与轴承故障信号极为相似,可准确识 别衰减振荡响应信号。该小波是一种复指数小波,解 析表达式<sup>[11]</sup>为

$$\phi_{\gamma}(t) = \begin{cases} A e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\omega_n t} e^{-j\omega_n t} & (t \ge 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$
(17)

其中:参数矢量 $\gamma = [\zeta, \omega_n]$ 决定了小波的性能;成员 变量 $\zeta, \omega_n$ 分别为模态动力学参数;A为归一化小波 函数。

峭度对冲击信息非常敏感,又是区分非高斯分 布的指标,高的峭度值意味着信号含有丰富的冲击 成分,因此用峭度最大化准则可定量描述参数矢量。 在一定范围内变化 $\zeta$ 和 $\omega_n$ ,选择使得峭度最大的 $\zeta$ 和  $\omega_n$ 值为参数,经计算获得最优值 $\zeta=0.85,\omega_n=16$ 。以 上就是峭度最优Laplace小波变换,本质上基于峭度 最优的Laplace小波变换也就是控制小波滤波器的 通带带宽,参数优化相当于调整品质因子Q,使冲击特征更加显著。冲击信号的概率密度函数为典型的稀疏分布,而噪声则非稀疏分布。对符合这类分布形式的信号,A. Hyvarinen 给出了最大似然阈值准则<sup>[12]</sup>。图7为EVA-Laplace 小波Hyvarinen 软阈值 消噪结果,可见冲击成分几乎完全被提取了出来。



图 8 为外圈早期故障信号及其分析结果,试验 数据来自美国凯斯西储大学轴承试验中心<sup>[13]</sup>,试验 采用 6205-2RS JEM SKF 型轴承,故障特征频率为 104 Hz。可见,弱冲击潜藏于实际信号中,从振动波 形中已经看不出周期冲击的特点,此时直接使用小 波阈值消噪有可能将其当噪声滤除掉。消噪后的外 圈故障信号时域特征显著增强,可明显辨别出由故 障引起的冲击信号以大约0.009 6 s 的周期出现,这 与故障特征频率104 Hz 一致。EVA 与Laplace 小波 Hyvarinen 软阈值消噪兼顾了恢复信号细节的同时 弱化噪声干扰的优势,使得处理后的实际振动信号 大幅增强了特征敏感性,为进一步模型辨识奠定了 基础。



### 2.2 特征提取与模型辨识

故障诊断就是系统识别,在物理模型确定的情况下,系统识别的关键在于特征提取。时域峭度、脉冲等5个无量纲指标已被证明具有良好分类能力, 实践证明仅依靠时域信息还不够理想,因为信息含量太少,频谱结构变化得不到体现。结合频域4个无量纲指标组建标准模式,可全面描述振动信号时、频域统计信息,频域指标定义<sup>[14]</sup>为

$$X_{1} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{K} f_{i}^{2} S(f_{i})}{\sum_{j=1}^{K} S(f_{i})}}$$
(18)

$$X_2 = \frac{\sum_{j=1}^{K} (f_i - \overline{f})^3 S(f_i)}{\sigma^3 K}$$
(19)

$$X_{3} = \frac{\sum_{j=1}^{K} (f_{i} - \overline{f})^{4} S(f_{i})}{\sigma^{4} K}$$
(20)

$$X_4 = \frac{\sum_{j=1}^{K} \sqrt{|f_i - \overline{f}|} S(f_i)}{\sqrt{\sigma} K}$$
(21)

$$\ddagger \mathbf{p} : \overline{f} = \frac{\sum_{i=1}^{K} f_i S(f_i)}{\sum_{i=1}^{K} S(f_i)}; \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{K} (f_i - \overline{f})^2 S(f_i)}{K}}; X_1,$$

····,*X*4分别为平均频率、频谱偏斜度、频谱峭度和均 方根比;*K*为谱线条数;*f*;为功率谱密度的频率 点值。

笔者利用欧氏距离作为模式识别的工具,几何 距离最小的即为所属类别。设标准模式向量为 $q_{e} = \{q_{1,\xi}, q_{2,\xi}, \dots, q_{0,\xi}\}^{T}, 待检模式向量为<math>q_{e} = \{q_{1,\xi}, q_{2,\xi}, \dots, q_{0,\xi}\}^{T}, q_{e}$ 与你之间的欧氏距离<sup>[15]</sup>为

$$D(\varphi_{\xi},\varphi_{\xi}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{9} (\varphi_{i,\xi} - \varphi_{i,\xi})^2} \qquad (22)$$

模型辨识方法分为两大块,流程图9所示。



## 3 实例验证

实例来自CWRU 轴承中心,研究对象为SKF-6203,轴承用电火花加工单点损伤,分别在4种不同载 荷及相对应的1.797,1.772,1.750,1.730 kr/min 4种转速下测试,振动信号由16通道DAT数据记录 仪采集,采样频率为12 kHz。CWRU未提供第4种 工况下的外圈数据,因此笔者用内、外圈和滚动体在 前3种工况下的样本各20个进行诊断试验。按照图 9流程,将待检信号的归一化特征向量作为输入,代 入所建立的标准故障库中,计算出几何距离最近的 样本点,判别所属状态。多次试验后,辨识结果如表 1所示。

表1 模型辨识结果			0⁄0
正常状态	外圈故障	内圈故障	滚动体故障
100	98.8	95.2	98.3

可以看出,模型辨识方法对未知样本的识别率 比较好,预测误差不超过6%。内圈故障识别结果差 一些,分析认为实际的内圈振动信号传输到传感器 的通道更为复杂,使得早期冲击序列太过微弱,一定 程度上影响了确诊率。显然,本研究方法实现了滚动 轴承故障特征的自动提取和故障的有效诊断。

### 4 结 论

 1)滚动轴承服役时的振动性能是界面系统在 外部载荷作用下的综合体现,存在着多结合面间的 传递。研究了界面间多自由度接触振动问题,设置冲 击响应函数以表征传递路径的机械结构滤波作用 建立了复合约束与多体接触条件下的滚动轴承故障 模型。

2)滚动轴承运行至缺陷区域将引起内部游隙 瞬间变化,进而改变了整个系统的动力学响应。因此,不同位置的缺陷将导致振动产生本质变化。反 之,利用振动变化的特征也可确定表面缺陷的位置。

3) Laplace 小波阈值消噪具有较强的冲击提取 能力,但直接使用可能导致弱特征淹没。笔者结合 EVA 优良的弱冲击增强能力和 Hyvarinen 软阈值 表征了冲击信号,可以有效提取强噪声掩盖下的微 弱冲击序列。

4)为了验证故障模型和辨识方法的可靠性,进行诊断试验并取得较好效果。模型辨识只需要轴承

的设计参数以形成标准模式数据库,不需要样本并 且距离函数的实现简便,具有一定的实际意义。

#### 参考文献

- [1] Randall R B, Antoni J. Rolling element bearing diagnostics—a tutorial [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(2):485-520.
- [2] Randall R B. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults: part I. the combined gear bearing dynamic model and the simulation of localised bearing faults [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(8):1924-1951.
- [3] Ankur A, Farshid S, Lars-Erik S. A new approach to modeling surface defects in bearing dynamics simulations [J]. ASME, Journal of Tribology, 2008, 130 (4):1-8.
- [4] Ahmad R, Anoushiravan S A. Nonlinear dynamic modeling of surface defects in rolling element bearing systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319(3-5): 1150-1174.
- [5] Mohsen N, Bryant M D. Dynamic modeling of rolling element bearings with surface contact defects using bond graphs [J]. ASME, Journal of Tribology, 2011, 133(1):1-12.
- [6] Harris T A. Rolling bearing analysis [M]. 4th ed. New York: John Wiley and Sons, 2001:233-237.
- [7] Tiwari M, Gupta K, Prakash O. Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings [J].
   Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(5): 757-779.
- [8] Kramer E. Dynamic of rotors and foundations [M]. Berlin: Springer, 1993:138-140.
- [9] 谢明祥,杨富春,周晓军,等.K阶循环矩解调用于滚动 轴承故障特征提取[J].振动、测试与诊断,2011,31
   (2):139-143.

Xie Mingxiang, Yang Fuchun, Zhou Xiaojun. Fault feature extracting for rolling bearing based on kth-order cyclic moment [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31 (2): 139-143. (in Chinese)

- [10] Jelonnek B, Boss D, Kammeyer K D. Generalized eigenvector algorithm for blind equalization [J]. Signal Processing, 1997, 61(3): 237-264.
- [11] 杨江天,周培钰. 经验模态分解和 Laplace 小波在机车 柴油机齿轮系故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2011,47(7):109-115.
   Yang Jiangtian, Zhou Peiyu. Fault diagnosis for gear train of locomotive diesel engine based on empirical mode decomposition and laplace wavelet [J]. Chinese

Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(7):109-

115. (in Chinese)
[12] 林京. 基于最大似然估计的小波阈值消噪技术及信号 特征提取[J]. 仪器仪表学报,2005,26(9):923-927.
Lin Jing. Wavelet de-noising based on maximum likelihood estimation and its application for feature extraction [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2005, 26(9):923-927. (in Chinese)

- [13] The Case Western Reserve University Bearing Data Center Website. Bearing data center seeded fault test data [EB/OL]. [2011-01-10]. http://www.eecs/ cwru/edu/laboratory/bearing.
- [14] Chen Peng, Taniguchi M, Toyota T. Fault diagnosis method for machinery in unsteady operating condition by instantaneous power spectrum and genetic programming [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(1):175-194.
- [15] 黄文虎,夏松波,刘瑞岩,等.设备故障诊断原理、技术 及应用[M].北京:科学出版社,1996:149-152.



第一作者简介:袁幸,男,1982年1月生, 博士。主要研究方向为机械故障现代诊 断方法及滚动轴承技术。曾发表《滚动轴 承局部损伤的完备预测模型与GID评 估》(《振动与冲击》2011年第30卷第9 期)等论文。

E-mail:xing.yuan@stu.xjtu.edu.cn