

考虑摩擦的结合面法向刚度分形模型及仿真*

李小彭, 郭浩, 刘井年, 聂慧凡, 闻邦椿

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳, 110819)

摘要 为了获得微动结合面较精确的法向接触刚度模型,研究影响接触刚度的因素,基于经典的G-W(greenwood-williamson)统计模型和分形模型,建立了考虑摩擦因素的结合面的接触刚度分形模型,并推导出了相应的刚度公式。通过数值仿真探讨了分形维数、摩擦系数、接触载荷、结合面积等4个因素对结合面法向接触刚度的影响。研究表明,所推导出的法向接触刚度模型能够有效模拟具有摩擦作用的结合面,结合面间的摩擦系数对法向接触刚度的影响与结合面的尺寸有很大的关系,结合面之间的分形维数、接触载荷、结合面积对法向接触刚度有很大的影响。

关键词 分形维数; 摩擦系数; 结合面; 动力学; 法向接触刚度

中图分类号 TH113.1; TH117.1

引言

实际工程结构表面都不是绝对光滑的,为了更好地理解结合面的振动摩擦特性,就要从微观层面来解释结合面之间的摩擦、磨损以及润滑等接触问题^[1]。随着分形理论的提出,可以利用与测量尺度无关、具有尺度独立性的分形几何理论来研究表面微观形貌所有尺度上的特征及其对结合面的功能特性的影响。由于精确的结合面的动力学模型对于分析机械结构的动力学特性非常重要,因此迫切需要运用分形理论准确地建立结合面的刚度公式。

建立结合面精确的结构动力学模型必须准确了解接触界面的动态特性。研究结合面的特性离不开经典的赫兹理论、G-W和M-B分形模型的支撑。很多学者进行了结合面的分形研究,Nayak P R^[2]提出了弹性和塑性接触的G-W统计模型。文献[3-8]提出了机械加工表面具有自仿射分形特征M-B模型。文献[9-11]在M-B模型的基础上考虑了材料的弹塑性变形过程和接触界面摩擦的作用,建立了粗糙表面接触的弹性、弹塑性和塑性分形模型。很多研究都是从接触力学的角度来分析结合面的变形特性,并且在建立结合面的分形模型时开始考虑摩擦因素,但是并没有真正地从动力学的角度考虑摩擦因素的分形模型及摩擦的影响^[12-14]。

笔者在前人研究的基础上,建立了考虑摩擦因素的结合面的分形模型,并研究了相关的几个因素对法向接触刚度的影响。

1 考虑摩擦因素的法向接触刚度的分形模型

通常研究表面间接触模型的理论基础是赫兹理论、G-W和M-B分形接触模型,而结合面的深入研究则是在纯粹的弹塑性变形的基础上进行的。实际工程结构表面都不是绝对光滑的,任意两个工程表面间的摩擦因素使得接触应力大小及分布与经典赫兹解不同,然而M-B分形接触模型恰恰忽略了结合面之间摩擦因素的影响;因此,有必要考虑摩擦因素影响并对赫兹接触模型做适当修改,推导考虑摩擦力影响的分形接触模型。

由赫兹接触模型可知,基于真实结合面积中弹性变形和塑性变形的结合面积大小,可以判定微凸体由弹性变形转化为塑性变形的临界变形量为

$$\delta_c = \left(\frac{\pi K \sigma_y}{2E} \right)^2 R \quad (1)$$

其中: K 为硬度 H 与屈服强度 σ_y 的相关系数, $H = K\sigma_y$; E 为赫兹分析得到的综合弹性模量。

两弹性体静态接触变形如图1所示。

* 国家自然科学基金资助项目(51275079);新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-10-0301);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N110403009)

收稿日期:2012-06-28;修改稿收到日期:2012-09-10

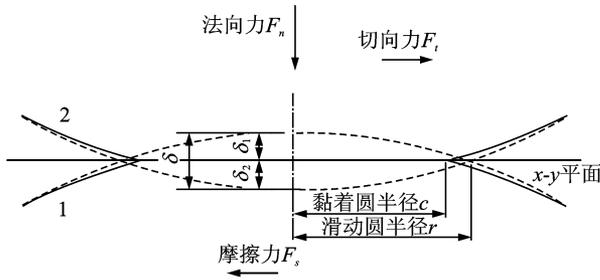


图1 两弹性体静态接触变形的截面

根据赫兹接触理论可以知道真实接触半径为

$$r = \left(\frac{3QR}{4E} \right)^{1/3} \quad (2)$$

其中: \$Q\$ 为接触作用力; 等效弹性模量 \$E = [(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2]^{-1}\$; \$E_1\$ 和 \$E_2\$ 分别为图1中两弹性体的弹性模量; \$\nu_1\$ 和 \$\nu_2\$ 分别为两弹性体的泊松比; 等效单峰曲率半径 \$R = [1/R_1 + 1/R_2]^{-1}\$; \$R_1\$ 和 \$R_2\$ 分别为两弹性体的曲率半径。

由 M-B 分形模型可知, 变形前微凸体表面轮廓的数学模型为

$$z(x) = G^{D-1} a^{1-0.5D} \cos\left(\frac{\pi x}{a^{0.5}}\right) \quad (3)$$

其中: \$a\$ 为实际结合面积。

微凸体顶端接触变形量为

$$\delta = G^{D-1} a^{1-0.5D} \quad (4)$$

根据式(3)可以求出微凸体的曲率半径为

$$R = a^{0.5D} G^{1-D} / \pi \quad (5)$$

最大结合面积 \$a_{\max}\$ 与接触点的面积分布 \$n(a)\$ 满足以下关系

$$n(a) = \frac{D}{2} \psi^{1-0.5D} a_{\max}^{0.5D} a^{-1-0.5D} \quad (0 < a < a_{\max}) \quad (6)$$

其中: \$\psi\$ 为分形区域扩展系数, 与分形维数 \$D\$ 有关, 可以查表得到。

当微凸体发生弹性变形时, 实际载荷 \$P_e\$ 为

$$P_e = \int_{ac}^{a_{\max}} n(a) \frac{4\pi^{-0.5} E G^{D-1} a^{1.5-0.5D}}{3} da + \int_0^{ac} n(a) K \sigma_y a da \quad (7)$$

当结合面有相对滑动摩擦时, 微凸体开始屈服的临界平均接触压力为

$$p_\mu = 1.1 k_\mu \sigma_y \quad (8)$$

其中: \$k_\mu\$ 为摩擦力修正因子的分段函数。

当 \$0 \leq \mu \leq 0.3\$ 时, \$k_\mu\$ 为 \$1 - 0.228\mu\$; 当 \$0.3 < \mu \leq 0.9\$ 时, \$k_\mu\$ 为 \$0.932e^{-1.58(\mu-0.3)}\$。

如图2所示, 当摩擦系数介于0和0.3之间时, 临界平均接触压力随着摩擦系数的增大而线性减小。当摩擦系数介于0.3和0.9之间时, 临界平均接触压力随着摩擦系数的增大而指数减小。

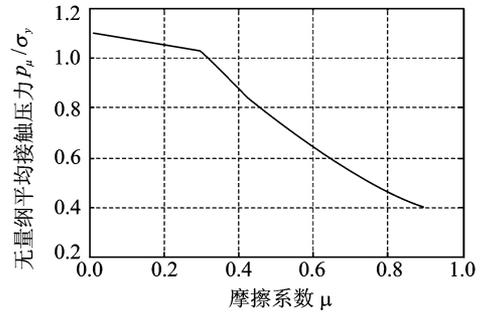


图2 摩擦系数对临界平均接触压力的影响

将式(8)代入式(1)可以得到有摩擦影响时微凸体弹性临界变形量为

$$\delta_{\mu c} = \left(\frac{3\pi p_\mu}{4E} \right)^2 R = \left(\frac{3 \cdot 3\pi k_\mu \sigma_y}{4E} \right)^2 R \quad (9)$$

将式(3)和式(4)代入式(9), 可以得到微凸体弹性变形的临界面积为

$$a_{\mu c} = \left(\frac{3 \cdot 3\pi^{0.5} k_\mu \sigma_y}{4E} \right)^{2/(1-D)} G^2 \quad (10)$$

根据结合面表面的微凸体面积分布规律, 在考虑摩擦因素影响的前提下, 当结合面积大于临界结合面积 \$a_{\mu c}\$ 时, 结合面发生弹性变形, 此时根据式(6)和式(10)可以推导出整个结合面的表面法向接触刚度的分形模型为

$$K_n = \int_{a_{\mu c}}^{a_{\max}} k_n n(a) da = \frac{2D}{1-D} \pi^{-0.5} \psi^{1-0.5D} E (a_{\max}^{0.5} - a_{\mu c}^{0.5D} a_{\mu c}^{0.5-0.5D}) \quad (11)$$

式(11)的无量纲表达式为

$$K_n^* = \frac{2D}{1-D} \pi^{-0.5} \psi^{1-0.5D} \times (a_{\max}^{*0.5} - a_{\max}^{*0.5D} a_{\mu c}^{*-0.5D+0.5}) \quad (12)$$

式(12)表明, 结合面的刚度与摩擦状态下的弹性临界变形面积有关。当获得表面的分形特征参数 \$D, G\$ 和材料弹性模量 \$E\$ 以后, 可以估算结合面的表面接触刚度, 提高了预估结合面实际接触刚度的准确程度。

2 结合面参数对法向接触刚度的影响

根据式(12), 取 \$G^* = 1.36 \times 10^{-9}\$, \$\Lambda = 1\$, \$a_{\max}^* = 0.0001\$, 分形维数 \$D^{[6]}\$ 查表可得 (\$D = 1.10, 1.30\$,

1.45, 1.55, 1.62, 1.70, 1.85), 再得到 ψ ($\psi = 2.444, 2.184, 2.041, 1.963, 1.915, 1.865, 1.785$), 数值仿真计算得无量纲法向接触刚度与实际接触面积、摩擦系数、方向载荷的关系如图3所示。

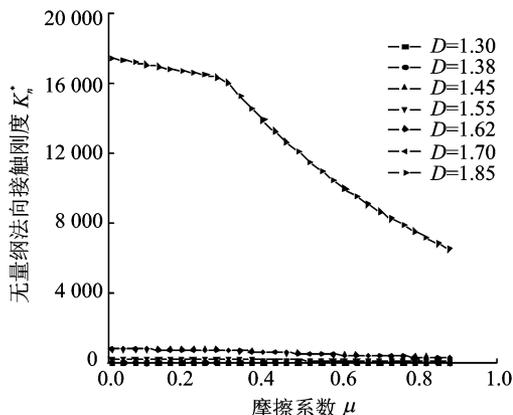


图3 法向刚度与摩擦系数的关系

图3表明,结合面法向接触刚度随着结合面摩擦系数的增大而持续减小。当摩擦系数小于0.3时,无量纲法向接触刚度随摩擦系数的增大呈线性衰减;当摩擦系数大于0.3时,无量纲法向接触刚度随摩擦系数的增大呈现指数衰减规律,随着实际接触面积的增大而迅速减小。

图4表明, $D=1.45$ 时,结合面法向接触刚度 K_n^* 随着实际接触面积 A_r/A_a 的增大而增大。指定实际接触面积时,结合面摩擦系数 μ 越大,结合面法向接触刚度 K_n^* 越小。

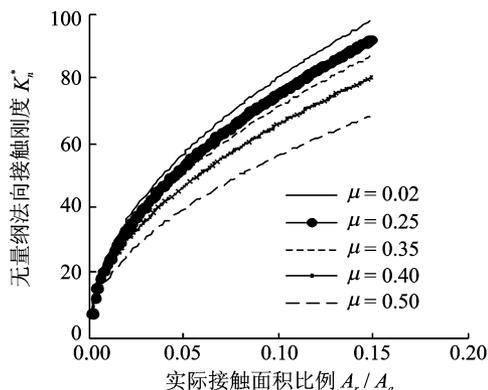


图4 $D=1.45$ 时法向刚度与实际接触面积的关系曲线

图5表明,当结合面摩擦因素不变时,结合面的法向接触刚度随着法向接触载荷的增加而增加。当法向接触载荷不变时,降低结合面之间的摩擦系数可以显著增加结合面之间的法向接触刚度。

为了更清楚地解释各个因素对法向刚度的影响,现在只让1个参数变化,观察其对结合面法向刚

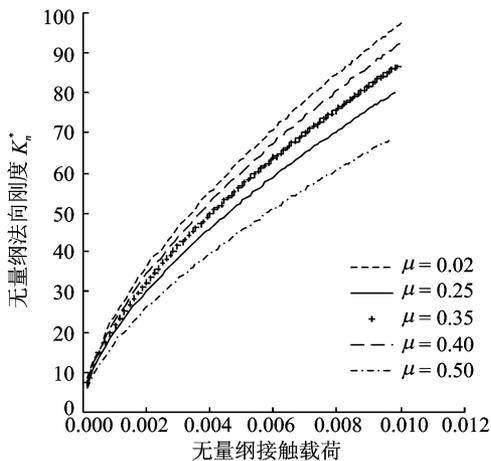
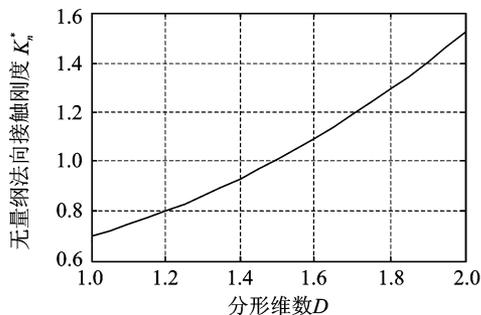
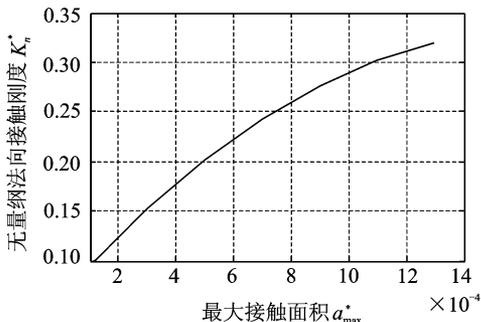


图5 法向刚度与法向载荷的关系

度的变化趋势。图6(a)中指定分形维数 D 为变量, $a_{\max}^* = 0.1, a_{\mu}^* = 0.001$; 图6(b)中指定最大接触面积 a_{\max}^* 为变量, $D=1.5, a_{\mu}^* = 0.01a_{\max}^*$ 。当指定临界接触面积与最大接触面积之比为变量, $D=1.5, a_{\mu}^* = 0.0001$, 且比值小于1时,法向刚度随面积之比的增大而减小;当比值为1时,刚度为零;当比值大于1时,刚度为负值。



(a) 分形维数



(b) 最大接触面积

图6 参数对法向接触刚度的影响

图6(a)表明结合面法向接触刚度随着分形维数 D 的增大而增大,且有增速愈来愈快的趋势。图6(b)表明结合面法向接触刚度随着最大接触面

积 a_{\max}^* 的增加而增加,但是增速将放缓。

3 结 论

1) 建立了考虑摩擦系数的结合面的分形模型,讨论和分析了结合面法向刚度与法向载荷、实际接触面积和结合面摩擦因素及其表面分形维数的关系。可以看出,分形维数对法向接触刚度的影响显著,将导致不同分形维数之间接触刚度的大小相差几个数量级。当结合面接触面积较小时,结合面法向刚度受摩擦系数变化影响较小。当结合面接触面积较大并且较粗糙时,结合面法向刚度随着摩擦系数的增大快速下降。

2) 从宏观趋势得知,结合面法向刚度随着实际接触面积的不断扩大而增大。当最大接触面积小于临界接触面积时,结合面表面发生塑性变形,刚度将受宏观结构的影响。

3) 从微观角度研究了结合面的接触刚度的表达及其影响因素,完善了推导结合面接触刚度的分形理论。

参 考 文 献

- [1] 傅俊庆, 荣见华, 张玉萍. 螺栓连接接口轴向振动能量耗散特性研究[J]. 振动、测试与诊断, 2005, 25(3): 205-209.
Fu Junqing, Rong Jianhua, Zhang Yuping. Study on energy dissipation of axial vibration in bolted joint [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(3): 205-209. (in Chinese)
- [2] Nayak P R. Random process model of rough surfaces in plastic contact [J]. Wear, 1973, 26(3): 305-333.
- [3] Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces [J]. Journal of Tribology, Transactions of the ASME, 1991, 113(1): 1-11.
- [4] Johnson K L. Contact mechanics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985:126-200.
- [5] Majumdar A, Tien C L. Fractal characterization and simulation of rough surface [J]. Wear, 1990, 136(2): 313-327.
- [6] 葛世荣. 粗糙表面的分形特征与分形表达研究[J]. 摩擦学学报, 1997, 17(1): 73-80.
Ge Shirong. The fractal behavior and fractal characterization of rough surfaces [J]. Tribology, 1997, 17

(1): 73-80. (in Chinese)

- [7] 葛世荣, 朱华. 摩擦学的分形[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 250-300.
- [8] 张学良, 黄玉美, 傅卫平, 等. 粗糙表面法向接触刚度的分形模型[J]. 应用力学学报, 2000, 17(2): 31-35.
Zhang Xuiliang, Huang Yumei, Fu Weiping, et al. Fractal model of normal contact stiffness between rough surfaces [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2000, 17(2): 31-35. (in Chinese)
- [9] 朱育权, 马保吉, 姜凌彦. 粗糙表面接触的弹性、弹塑性、塑性分形模型[J]. 西安工业学院学报, 2001, 21(2): 150-157.
Zhu Yuquan, Ma Baoji, Jiang Lingyan. The elastic-elastoplastic and plastic fractal contact models for rough surface [J]. Journal of Xi'an Institute of Technology, 2001, 21(2): 150-157. (in Chinese)
- [10] 尤晋闽, 陈天宁. 结合面法向动态参数的分形模型[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(9): 91-94.
You Jinmin, Chen Tianning. Fractal model for normal dynamic parameters of joint surfaces [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(9): 91-94. (in Chinese)
- [11] 田红亮, 朱大林, 秦红玲. 结合面静摩擦因数分形模型的建立与仿真[J]. 应用力学学报, 2011, 28(2): 158-162.
Tian Hongliang, Zhu Dalin, Qin Hongling. Fractal model of static friction coefficient of joint interface and its simulation [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2011, 28(2): 158-162. (in Chinese)
- [12] Majumdar A. Fractal characterization and simulation of rough surfaces [J]. Wear, 1990, 136(2): 313-327.
- [13] Multiple D. Elastoplastic contacts and applications [J]. Journal of Tribology, Transactions of ASME, 1994, 116(4): 824-832.
- [14] Tian H L, Li B, Liu H Q, et al. A new method of virtual material hypothesis-based dynamic modeling on fixed joint interface in machine tools [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2011, 51(3): 239-249.



第一作者简介:李小彭,男,1976年9月生,博士、副教授。主要研究方向为机械动力学、振动摩擦耦合动力学。曾发表《某型数控车床床身的模态分析与结构优化》(《东北大学学报:自然科学版》2011年第32卷第7期)等论文。
E-mail: xpli@me.neu.edu.cn