

轴向槽气体润滑轴承-转子系统非线性行为*

张永芳¹, 周世生¹, 吕延军², 吴莹³, 虞烈⁴

(1. 西安理工大学印刷包装工程学院 西安, 710048) (2. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院 西安, 710048)

(3. 西安交通大学航天学院 西安, 710049) (4. 西安交通大学机械电子及信息系统研究所 西安, 710049)

摘要 基于非线性理论,分析了气体动压轴承-转子非线性动力系统的平衡响应。建立了与时间相关的非线性气体动压轴承的压力分布模型和气体动压轴承-刚性Jeffcott 转子系统的动力学模型。运用微分变换法求解了动压气体润滑的 Reynolds 方程,得到了非线性气膜压力分布。运用分岔图、轨迹图、Poincaré 映射图及频谱图研究了三轴向槽有限宽气体轴承支承的非线性转子系统的平衡响应。数值结果表明,系统的非线性行为包括周期运动、周期二运动、周期四运动、周期八运动及混沌运动等。

关键词 非线性; 动压气体轴承; 转子; 微分变换法

中图分类号 TH113.1; TH133.3

引言

近年来,许多学者对油膜轴承-转子系统的稳定性进行了深入的研究^[1-5],然而对气体轴承-转子系统的研究却很少。Adiletta 等^[1-2]对油轴承-转子系统的研究表明,在某些系统参数下,转子系统的运动表现为次谐运动、锥形涡动、混沌运动等形式。气体轴承-转子系统本质上也是一种典型的非线性系统,因此必须运用非线性动力学理论来研究系统的行为。Wang 等^[6-8]研究了有限宽气体轴承支承的刚性转子,采用短轴承模型的气体轴承支承的柔性转子,以及球形气体轴承支承的刚性转子系统的非线性动力学行为及分岔。张家忠等^[9]研究了圆柱形气体轴承-转子系统非线性动力响应的局部迭代求解方法和系统的非线性动力学行为及分岔。Yang Pan 等^[10]研究了系统响应的周期解及其稳定性,并未对系统丰富复杂的非线性现象进行研究。以上均是针对圆柱型动压气体轴承开展的研究。对于动压气体轴承来说,当轴承的承载能力越大,系统就越不稳定。为了克服这一缺点,可在轴承的内表面沿轴向方向开轴向槽,这样具有轴向槽的动压气体轴承不但能够防止压力扰动沿轴向方向扩展,同时轴向槽能够收集灰尘和污染物以保持轴承表面的清洁。

为了减少有限差分法或有限元法迭代求解动压气体轴承非线性气膜力的计算工作量,笔者运用微分变换法求解非线性气膜力。利用轨迹图、Poincaré 映射图和功率谱,研究了有限宽三轴向槽气体轴承

支承的刚性转子非线性系统的平衡响应。数值结果揭示了周期一运动、周期二运动、周期四运动、周期八运动和混沌运动等丰富复杂的非线性行为。

1 系统运动方程

图 1 所示为气体轴承-对称刚性 Jeffcott 转子系统模型。气体动压轴承支承的对称刚性转子系统运动方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -f_x + me_x\omega^2\cos\omega t + me_y\omega^2\sin\omega t - f_x + f_{ex} \\ m\ddot{y} = -f_y + me_y\omega^2\cos\omega t - me_x\omega^2\sin\omega t + mg - f_y + f_{ey} + mg \end{cases} \quad (1)$$

其中: m 为转子质量的一半; x 和 y 分别为转子中心在 x 和 y 方向的位移分量; f_x 和 f_y 分别为非线性气膜力在 x 和 y 的负方向上的分量; g 为重力加速度; e_x 和 e_y 分别为转子质量偏心在 x 和 y 方向的分量; f_{ex} 和 f_{ey} 分别为不平衡力在 x 和 y 方向的分量; ω 为转子的旋转速度。

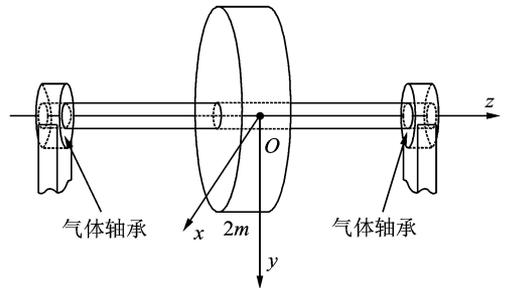


图 1 气体轴承-刚性 Jeffcott 转子模型

* 国家自然科学基金资助项目(51075327);国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目(2013CB035705);机械传动国家重点实验室开放课题资助项目(SKLM-T-KFKT-201011);陕西省教育厅科学研究计划资助项目(09JK680)
收稿日期:2011-07-10;修改稿收到日期:2011-10-06

引入无量纲变量后,转子系统运动的无量纲方程可表示为

$$\begin{cases} MX'' = -F_x + F_{ex} \\ MY'' = -F_y + F_{ey} + W \end{cases} \quad (2)$$

其中: W 为无量纲的转子重量的一半。

2 求解气膜压力分布的微分变换法

图2为气体润滑轴承的坐标系,它基于气体是等温、层流且作为一种理想气体^[6-10]。其中: O_b 为轴承中心; O_j 为轴颈中心; ε 为槽宽角; α 为每块轴瓦的包角。无量纲可压缩气体润滑雷诺方程表达如下

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\bar{p} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\bar{p} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \lambda} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{p} \bar{h}) + 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \tau} (\bar{p} \bar{h}) \quad (3)$$

其中: φ 为轴承周向的无量纲坐标; λ 为轴承轴向的无量纲坐标; $\bar{p} = p/p_a$ 为无量纲气膜压力; p_a 为环境压力; $\bar{h} = 1 + \varepsilon \cos(\phi - \theta)$ 为无量纲的气膜厚度; ε 为偏心率; ϕ 为从 y 轴负方向至气膜位置的无量纲角度; θ 为无量纲偏位角; $\Lambda = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R}{c} \right)^2$ 为轴承数; μ 为气体的动力黏度; R 为轴承半径; c 为轴承半径间隙; τ 为无量纲时间。

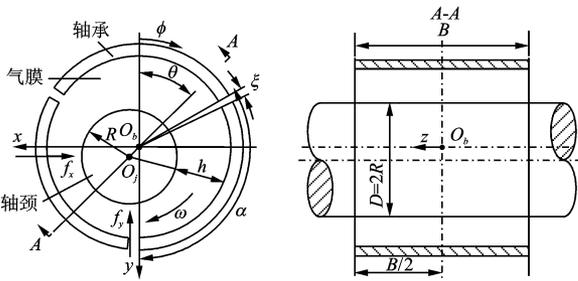


图2 气体润滑轴承坐标系

令 $\bar{Q} = \bar{p}^2$, $\bar{I} = \bar{h}^2$, $\bar{J} = \bar{h}^3$, 对式(3)进行微分变换可得

$$3I \otimes \frac{\partial H}{\partial \varphi} \otimes \frac{\partial Q}{\partial \varphi} + J \otimes \frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2} + 3I \otimes \frac{\partial H}{\partial \lambda} \otimes \frac{\partial Q}{\partial \lambda} + J \otimes \frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda^2} = 2\Lambda \frac{\partial H}{\partial \varphi} \otimes P + 2\Lambda \frac{\partial P}{\partial \varphi} \otimes H + 4\Lambda \frac{\partial H}{\partial \tau} \otimes P + 4\Lambda \frac{\partial P}{\partial \tau} \otimes H \quad (4)$$

其中: \otimes 表示卷积运算。

$$Q(k) = P \otimes P = \sum_{l=0}^k P_{i,j}(k-l) P_{i,j}(l) \quad (5)$$

$$I(k) = H \otimes H = \sum_{l=0}^k H_{i,j}(k-l) H_{i,j}(l) \quad (6)$$

$$J(k) = H \otimes H \otimes H = \sum_{l=0}^k H_{i,j}(k-l) \sum_{m=0}^l H_{i,j}(l-m) H_{i,j}(m) \quad (7)$$

在 ϕ 和 λ 方向上运用有限差分格式离散式(4),

并将式(5)、式(6)和式(7)代入可得

$$\begin{aligned} & 3 \sum_{l=0}^k I_{i,j}(k-l) \times \\ & \sum_{m=0}^l \left[\left(\frac{H_{i+1,j}(l-m) - H_{i-1,j}(l-m)}{2\Delta\varphi} \right) \times \right. \\ & \left. \left(\frac{Q_{i+1,j}(m) - Q_{i-1,j}(m)}{2\Delta\varphi} \right) \right] + \sum_{l=0}^k \left[J_{i,j}(k-l) \times \right. \\ & \left. \left(\frac{Q_{i+1,j}(l) - 2Q_{i,j}(l) + Q_{i-1,j}(l)}{(\Delta\varphi)^2} \right) \right] + \\ & 3 \sum_{l=0}^k I_{i,j}(k-l) \times \\ & \sum_{m=0}^l \left[\left(\frac{H_{i,j+1}(l-m) - H_{i,j-1}(l-m)}{2\Delta\lambda} \right) \times \right. \\ & \left. \left(\frac{Q_{i,j+1}(m) - Q_{i,j-1}(m)}{2\Delta\lambda} \right) \right] + \sum_{l=0}^k \left[J_{i,j}(k-l) \times \right. \\ & \left. \left(\frac{Q_{i,j+1}(l) - 2Q_{i,j}(l) + Q_{i,j-1}(l)}{(\Delta\lambda)^2} \right) \right] = \\ & 2\Lambda \sum_{l=0}^k \left[\left(\frac{P_{i+1,j}(k-l) - P_{i-1,j}(k-l)}{2\Delta\varphi} \right) H_{i,j}(l) \right] + \\ & 2\Lambda \sum_{l=0}^k \left[\left(\frac{H_{i+1,j}(k-l) - H_{i-1,j}(k-l)}{2\Delta\varphi} \right) P_{i,j}(l) \right] + \\ & 4\Lambda \sum_{l=0}^k \left[\left(\frac{l+1}{\Delta\tau} \right) H_{i,j}(k-l) P_{i,j}(l+1) \right] + \\ & 4\Lambda \sum_{l=0}^k \left[\left(\frac{l+1}{\Delta\tau} \right) P_{i,j}(k-l) H_{i,j}(l+1) \right] \quad (8) \end{aligned}$$

其中: $\Delta\varphi$ 为周向方向的步长; $\Delta\lambda$ 为轴向方向的步长; k, l, m 为微分变换的阶数($k \geq l \geq m$); i, j 为单元网格的节点编号。

作用在轴颈上的无量纲气膜力可通过对无量纲压力在气膜润滑时或积分获得。 x, y 方向上的气膜分量可表示为

$$\begin{cases} F_x = \sum_{n=1}^3 F_{x_i} \\ F_y = \sum_{n=1}^3 F_{y_i} \end{cases} \quad (9)$$

其中: F_{x_i}, F_{y_i} 分别为第 i 块瓦无量纲非线性气膜力在 x, y 方向的分量。

3 数值算例及结果

运用直接积分法对图1所示的动压气体轴承-Jeffcott刚性转子系统进行分析。转子和轴承的参数如下:转子直径为10 mm,质量为91.9 g,质量偏心 $e_x = e_y = 1.0 \times 10^{-6}$ m。轴承是三轴向槽圆柱型动压气体轴承,其宽度为8.25 mm,宽径比为0.825,轴瓦的包角为 115° ,轴承的半径间隙为 5.0×10^{-6} m,气体的动力黏度为 1.8×10^{-5} Pa·s。

取转子转速为分岔参数,图3给出了转子中心 y

方向的位移随转速变化的分岔图。当转速较低时,转子的不平衡响应是稳定的周期运动;随着转速继续增大,系统响应表现为倍周期和混沌运动;当转速进一步增大时,混沌运动转变为倍周期运动;继续增大转速,系统响应发生一系列倍周期分岔,倍周期运动分岔为周期四运动;周期四运动分岔为周期八运动。图4所示为 $\omega=1\ 800\text{ rad/s}$ 时转子中心的周期运动轨迹、转子中心运动轨迹 y 方向的时间历程及 y 方向的频谱。随着转速的增加,系统从周期一解分岔为周期二解。图5所示为 $\omega=2\ 000\text{ rad/s}$ 时转子中心的周期二运动轨迹、转子中心运动轨迹的Poincaré映射在 X - Y 平面上的投影、转子中心运动轨迹 y 方向的频谱。随着转速的继续增大,系统的不平衡响应表现为混沌运动。图6所示为 $\omega=3\ 700\text{ rad/s}$ 时转子中心的混沌运动轨迹、转子中心运动轨迹的Poincaré映射在 X - Y 平面上的投影、转子中心运动轨迹 y 方向的时间历程及频谱。当转速增大至 $\omega=3\ 770\text{ rad/s}$ 左右时,系统发生倒分岔,从混沌解变为周期二解。图7

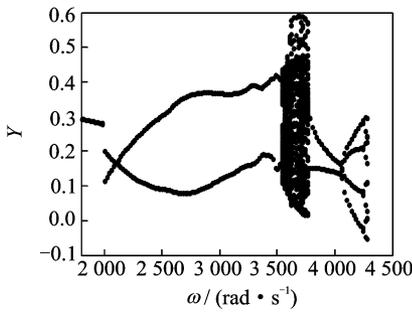


图3 转子中心 y 方向的位移随转速变化的分岔图

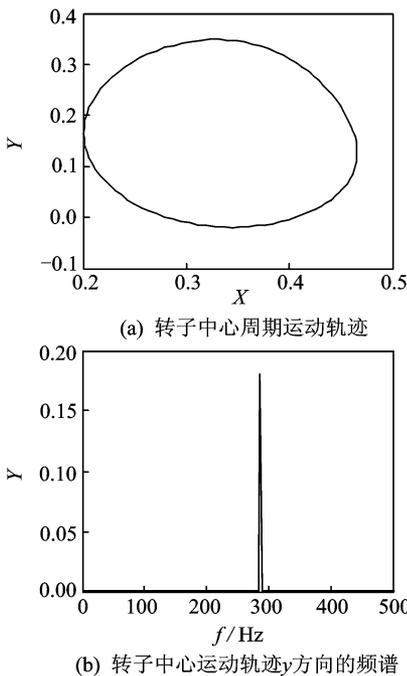
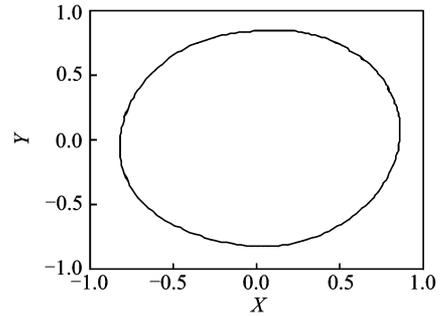
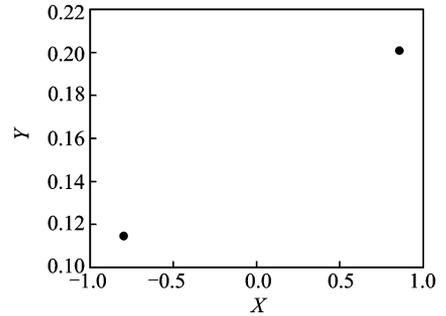


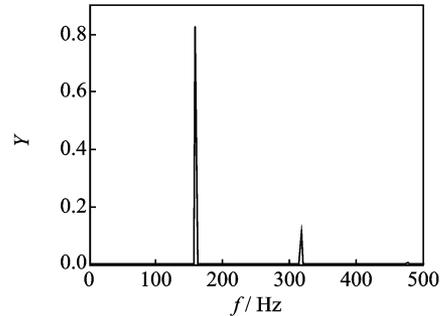
图4 $\omega=1\ 800\text{ rad/s}$ 时转子中心的周期运动



(a) 转子中心周期二运动轨迹

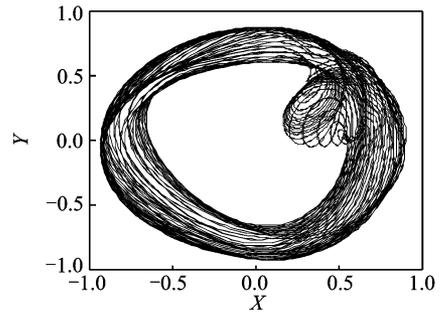


(b) 转子中心运动轨迹的Poincaré映射在 X - Y 平面上的投影

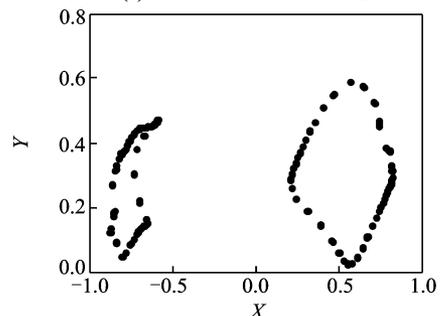


(c) 转子中心运动轨迹 y 方向的频谱

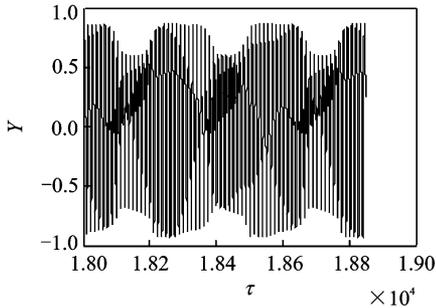
图5 $\omega=2\ 000\text{ rad/s}$ 时转子中心的周期二运动



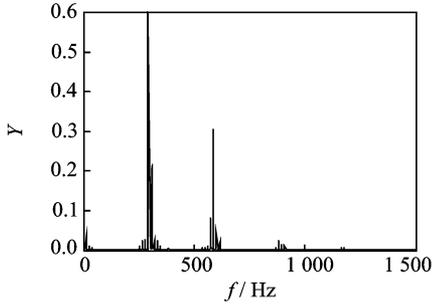
(a) 转子中心混沌运动轨迹



(b) 转子中心运动轨迹的Poincaré映射在 X - Y 平面上的投影(奇怪吸引子)

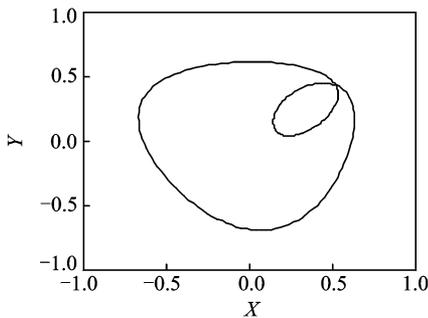


(c) 转子中心运动轨迹y方向的时间历程

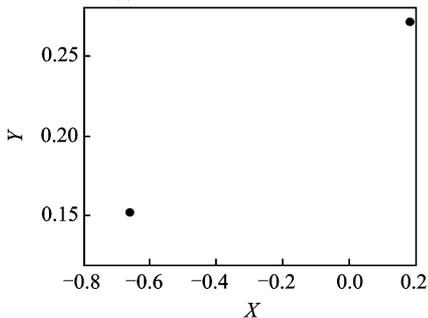


(d) 转子中心运动轨迹y方向的频谱

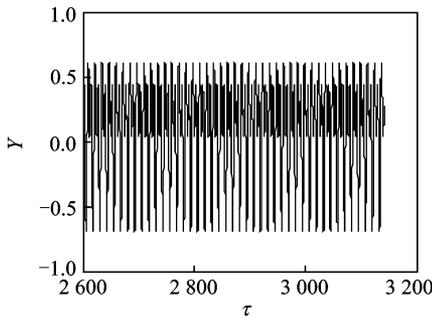
图6 $\omega = 3\ 700\ \text{rad/s}$ 时转子中心的混沌运动



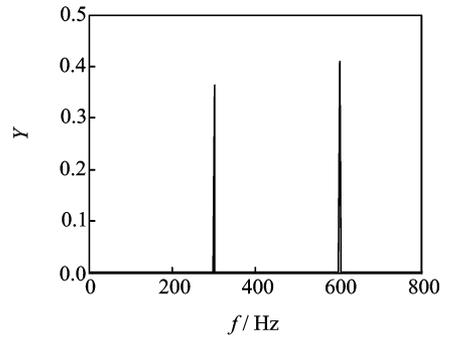
(a) 转子中心周期二运动轨迹



(b) 转子中心运动轨迹的Poincaré映射在X-Y平面上的投影



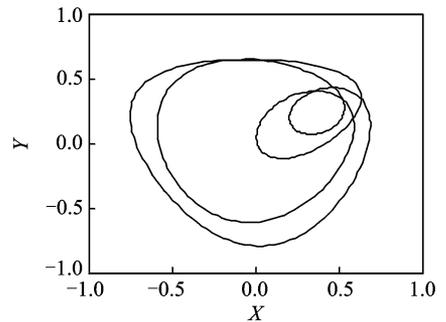
(c) 转子中心运动轨迹y方向的时间历程



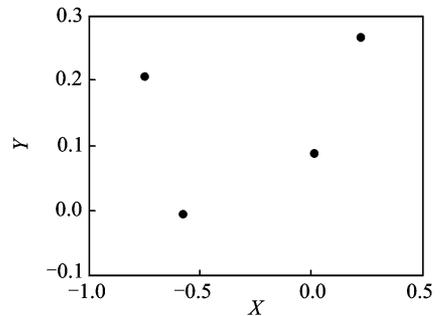
(d) 转子中心运动轨迹y方向的频谱

图7 $\omega = 3\ 800\ \text{rad/s}$ 时转子中心的周期二运动

所示为 $\omega = 3\ 800\ \text{rad/s}$ 时转子中心的周期二运动轨迹、转子中心运动轨迹的 Poincaré 映射在 X-Y 平面上的投影、转子中心运动轨迹 y 方向的时间历程及频谱。当转速增大至 $\omega = 4\ 060\ \text{rad/s}$ 时,系统从周期二解又发生倍周期分岔为周期四解。图8所示为 $\omega = 4\ 200\ \text{rad/s}$ 时转子中心的周期四运动轨迹以及转子中心运动轨迹的 Poincaré 映射在 X-Y 平面上的投影。当转子转速达到 $\omega = 4\ 240\ \text{rad/s}$ 时,系统的响应表现为周期八运动。图9所示为 $\omega = 4\ 280\ \text{rad/s}$ 转子中心的周期八运动轨迹以及转子中心运动轨迹的 Poincaré 映射在 X-Y 平面上的投影。随着转速的继续增大,系统就不再稳定了,运动轨迹逐渐发散。

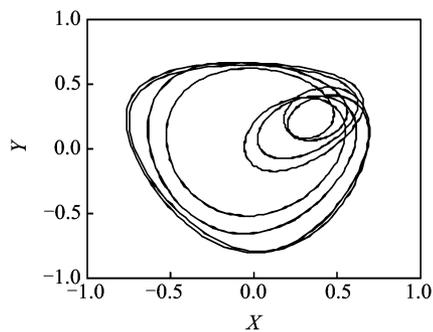


(a) 转子中心周期四运动轨迹

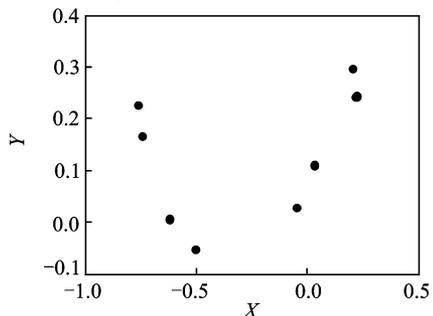


(b) 转子中心运动轨迹的Poincaré映射在X-Y平面上的投影

图8 $\omega = 4\ 200\ \text{rad/s}$ 时转子中心的周期四运动



(a) 转子中心周期八运动轨迹



(b) 转子中心运动轨迹的Poincaré映射在X-Y平面上的投影

图9 $\omega=4\ 280\ \text{rad/s}$ 时转子中心的周期八运动

4 结束语

运用微分变换法,利用分岔图、轨迹图、Poincaré映射图和频谱图,研究了三轴向槽有限宽气体轴承支承的对称刚性Jeffcott转子系统的不平衡响应。数值结果表明,非线性气膜力对转子系统的稳定性有着重要的影响,系统响应表现为周期一、周期二、周期四和周期八运动及混沌运动等非线性行为。建立的与时间有关的非线性三轴向槽气体动压轴承模型和所采用的分析方法可用于指导气体润滑轴承-转子系统的产品的非线性动力学设计。

参 考 文 献

- [1] Adiletta G, Guido A R, Rossi C. Nonlinear dynamics of a rigid unbalanced rotor in journal bearings, part I: theoretical analysis[J]. *Nonlinear Dynamics*, 1997, 14(1):57-87.
- [2] Adiletta G, Guido A R, Rossi C. Nonlinear dynamics of a rigid unbalanced rotor in journal bearings, part II: experimental analysis [J]. *Nonlinear Dynamics*, 1997, 14(2):157-189.
- [3] 李旗,吕延军,戴融,等. 轴承-转子系统不平衡周期响应的稳定性和分岔[J]. *振动、测试与诊断*, 2008, 28(3):191-196.

Li Qi, Lü Yanjun, Dai Rong, et al. Periodic response of an unbalanced sliding bearing-rotor dynamic system and its stability and bifurcation[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2008, 28(3):191-196. (in Chinese)

- [4] 吕延军,张永芳,季丽芳,等. 可倾瓦轴承-转子系统非线性动力行为[J]. *振动、测试与诊断*, 2010, 30(5):539-543.
Lü Yanjun, Zhang Yongfang, Ji Lifang, et al. Analysis of nonlinear dynamic behaviors of rotor system supported by tilting-pad journal bearings[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2010, 30(5):539-543. (in Chinese)
- [5] Wang J K, Khonsari M M. Bifurcation analysis of a flexible rotor supported by two fluid-film journal bearings [J]. *American Society of Mechanical Engineers (ASME) Journal of Tribology*, 2006, 128(3):594-603.
- [6] Wang Chengchi, Chen C K. Bifurcation analysis of self-acting gas journal bearings [J]. *American Society of Mechanical Engineers (ASME) Journal of Tribology*, 2001, 123(4):755-767.
- [7] Wang Chengchi, Jang M J, Yeh Y L. Bifurcation and nonlinear dynamic analysis of a flexible rotor supported by relative short gas journal bearings [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2007, 32(2):566-582.
- [8] Wang Chengchi, Yau H T. Application of a hybrid numerical method to the bifurcation analysis of a rigid rotor supported by a spherical gas journal bearing system [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2008, 51(4):515-528.
- [9] Zhang Jiazhong, Kang Wei, Liu Yan. Numerical method and bifurcation analysis of Jeffcott rotor system supported in gas journal bearings [J]. *American Society of Mechanical Engineers (ASME) Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2009, 4(1):1-9.
- [10] Yang Pan, Zhu Kiqin, Wang Xiaoli. On the non-linear stability of self-acting gas journal bearings [J]. *Tribology International*, 2009, 42(1):71-76.



第一作者简介:张永芳,女,1975年4月生,博士、副教授。主要研究方向为非线性动力学及控制、复杂机电系统控制。曾发表《Simulation of TV self-guided weapon》(《Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics》2007, Vol. 24, No. 1)等论文。

E-mail: zyf_nwpu@126.com