

环境激励下高桩码头物理模型模态实验*

孙熙平^{1,2}, 王元战¹, 赵炳皓¹

(1. 天津大学天津市港口与海洋工程重点实验室 天津, 300072)

(2. 交通运输部天津水运工程科学研究所水工构造物检测、诊断与加固技术交通行业重点实验室 天津, 300456)

摘要 建立高桩码头物理模型,进行环境激励下的模态实验研究。利用特征系统实现算法(eigensystem realization algorithm,简称ERA),结合自然激励技术(natural excitation technique,简称NExT),即NExT-ERA模态识别方法编写模态识别程序来识别物理模型的模态参数,并与有限元模型的计算结果进行对比分析。研究表明,物理模型实验值与有限元计算结果相比,二者数值接近,误差很小,说明NExT-ERA模态识别方法能够应用于环境激励下高桩码头的模态识别。环境载荷激励下结构的动力响应信号较弱,结构的高阶模态一般无法激励出,某些数据识别出的模态参数存在“漏阶”现象,因此结合有限元模型进行分析非常必要。

关键词 环境激励;高桩码头;模态实验;NExT-ERA模态识别;有限元计算

中图分类号 TV32⁺3; TH113

引言

基于环境激励的结构模态参数识别是当前结构物健康监测与安全评估的主要研究内容之一。对于大型结构,如桥梁、大坝、码头及海洋平台等,进行在线实时的模态参数识别往往只能依靠环境荷载的激励。与传统的模态参数识别方法相比,它仅仅需要环境荷载的激励,不需要额外的激振设备,不影响结构物的正常使用,并且操作方便,测试费用较低,具有广阔的发展空间和应用前景。对于结构物系统而言,环境激励下模态参数识别方法的输入荷载(环境荷载)是未知的,在输入荷载未知的情况下,如何有效获得结构物的模态参数是研究的关键问题^[1-2]。

特征系统实现算法源于控制理论Ho-Kalman最小实现理论^[3]。文献[4]将该方法推广到了基于响应函数的ERA格式。文献[5]对ERA算法进行了改进,用特征值分解代替奇异值分解,并应用于智能结构模态参数识别。文献[6-10]对特征系统实现算法进行了推广与应用,对桥梁、海洋平台、机械等结构进行了模态参数识别。文献[11]将ERA方法推广到结构应变的模态参数辨识。文献[12]对ERA法进行了改进,对含有谐波激励成分的结构模态参数进行了识别。ERA法最大的优点是利用系统实现理论得到系统矩阵的最小实现,并结合奇异值分解技术,使

算法具有鲁棒性和稳定性。

笔者建立了考虑土-结构物相互作用的高桩码头物理模型,进行环境激励下的模态实验研究。通过NExT-ERA模态识别方法编写模态识别程序来识别物理模型的模态参数,并与有限元模型计算结果进行了对比分析。

1 环境激励下模态参数识别方法

1.1 自然激励技术

高桩码头难以用激振器来激励,在保证正常运营的前提下,可以利用环境激励(如大地脉动、波浪水流、交通荷载等),从环境激励响应中提取结构自由衰减信号来进行模态参数识别。

NExT证明了在激励满足平稳Gauss白噪声的条件下,结构两点响应之间的互相关函数满足结构振动方程^[13],即

$$M\ddot{R}_{ij}(\tau) + C\dot{R}_{ij}(\tau) + KR_{ij}(\tau) = 0 \quad (1)$$

其中: M, C, K 分别为结构的质量、阻尼、刚度矩阵; $R_{ij}(\tau)$ 为结构上第*i*点和第*j*点之间的位移响应互相关函数。

该方法的基本原理是认为白噪声环境激励下结构两点之间响应的互相关函数和脉冲响应函数有相似的表达式;因此,互相关函数可以用来代替脉冲响

* 西部交通建设科技资助项目(200932800008);交通运输部行业重点实验室应用基础研究资助项目(2011329224180)
收稿日期:2011-10-27;修改稿收到日期:2012-02-20

应函数。

1.2 特征系统实现算法

特征系统实现算法(ERA)利用实测脉冲响应或自由振动响应数据,通过Hankel矩阵与奇异值分解,寻找系统的一个最小实现,并将该实现变换为特征值规范型^[14-16]。在系统最小实现理论的基础上发展起来的特征系统实现算法,可用于脉冲激励下或结构自由衰减的时域模态参数识别,该算法只需响应数据,识别所需数据短,速度快,能得到系统的最小实现,便于控制应用。与其他时域方法相比,如ITD,STD,Prony等,该方法有较好的精度,是目前土木工程结构环境振动模态参数识别的先进方法之一^[17]。

对于一个 N 自由度系统,若在 P 个点激励,在 L 个点上测量响应,其状态方程为

$$\begin{cases} \mathbf{X}(K+1) = \mathbf{A}\mathbf{X}(K) + \mathbf{B}\mathbf{F}(K) \\ \mathbf{Y}(K) = \mathbf{C}\mathbf{X}(K) \end{cases} \quad (2)$$

其中: K 为采样点序号; $\mathbf{X}(K)$ 为 $K\Delta$ 时刻系统的状态向量($2N \times 1$); Δ 为采样时间间隔; $\mathbf{Y}(K)$ 为 $K\Delta$ 时刻的实测响应向量($L \times 1$); $\mathbf{F}(K)$ 为 $K\Delta$ 时刻系统的输入向量($P \times 1$); \mathbf{A} 为系统矩阵($2N \times 2N$); \mathbf{B} 为输入矩阵($2N \times P$),又称控制矩阵; \mathbf{C} 为输出矩阵($L \times 2N$),又称观测矩阵。

在 $k\Delta t$ 时刻,由各测量点的脉冲响应可构成系统脉冲响应函数矩阵 $\mathbf{h}(k) = \{h_{ij}(k)\}$,常数矩阵 $\mathbf{h}(k)$ 称为马可夫(Markov)参数矩阵,表达如下

$$\mathbf{h}(k) = \begin{bmatrix} h_{11}(k) & h_{12}(k) & \cdots & h_{1P}(k) \\ h_{21}(k) & h_{22}(k) & \cdots & h_{2P}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{m1}(k) & h_{m2}(k) & \cdots & h_{mP}(k) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: $h_{ij}(k)$ 为 k 时刻激励点 j 和响应点 i 之间的脉冲响应函数值; m, P 分别为测量点和激励点的数目。

经典的Hankel矩阵由Markov参数矩阵按下列形式构成

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} h(k) & h(k+1) & \cdots & h(k+s) \\ h(k+1) & h(k+2) & \cdots & h(k+s+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h(k+r) & h(k+r+1) & \cdots & h(k+r+s) \end{bmatrix} \quad (4)$$

对 $\mathbf{0}$ 阶Hankel矩阵 $\mathbf{H}(0)$ 进行奇异值(SVD)分解,可得

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{P} \Sigma \mathbf{Q}^T \quad (5)$$

令

$$\Sigma = \begin{bmatrix} D_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{H}(0)$ 为 $(r+1) \times (s+1)$ 维实矩阵; \mathbf{P} 为 $(r+1) \times 2N$ 维正交矩阵; \mathbf{Q} 为 $(s+1) \times 2N$ 维正交矩阵; Σ 为 $2N \times 2N$ 阶奇异值矩阵; $\mathbf{D}_r = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_r)$ 为非零奇异值,且 $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_r$; r 为系统的阶次, $r = \text{rank}(\mathbf{H}(0))$, $r < 2N$ 且 $d_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, r$ 。

设 $\mathbf{P}_r, \mathbf{Q}_r$ 分别为 \mathbf{P}, \mathbf{Q} 矩阵的前 r 列,由系统最小实现理论可得系统矩阵为

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}_r^{-1/2} \mathbf{P}_r^T \mathbf{H}(1) \mathbf{Q}_r \mathbf{D}_r^{-1/2} \quad (7)$$

系统的模态参数可由系统矩阵 \mathbf{A} 的特征值及特征向量来确定。对系统矩阵 \mathbf{A} 进行特征值分解,求出特征值矩阵,然后求出特征向量矩阵

$$\phi^{-1} \mathbf{A} \phi = \mathbf{Z} \quad (8)$$

$$\mathbf{Z} = \text{diag}(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_{2N}) \quad (9)$$

$$\phi = [\phi_1 \phi_2 \cdots \phi_{2N}] \quad (10)$$

其中: \mathbf{Z} 为特征值矩阵; ϕ 为特征向量矩阵。

由振动理论和状态方程的解可知

$$z_i = \exp(-\zeta_i \omega_i T \pm j \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} T) \quad (11)$$

$$s_i = \frac{\ln(z_i)}{T} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

其中: T 为采样时间间隔; ω_i, ζ_i 分别为结构无阻尼角频率和阻尼比。

由此可得

$$\omega_i = \sqrt{[\text{Re}(s_i)]^2 + [\text{Im}(s_i)]^2} \quad (13)$$

$$\zeta_i = \frac{\text{Re}(s_i)}{\omega_i} \quad (14)$$

1.3 模态参数识别精度指标

根据文献[18-20],利用模态置信度指标(MAC)和模态相位共线性指标(MPC),以此来区分有效模态和噪声模态,进一步剔除噪声。MAC值定义为识别所得每阶模态的时间历程和由实现系统的特征值及初始模态响应预测的时间历程的相关系数, $0 \leq \text{MAC} \leq 1$,当 $\text{MAC} \rightarrow 1$ 时,表明第 i 阶模态参数能够准确预测系统的模态运动,是真实模态;反之,当 $\text{MAC} \rightarrow 0$ 时,为噪声模态。MPC值定义为所识别振型实部和虚部的关系, $0 \leq \text{MPC} \leq 1$,当 $\text{MPC} \rightarrow 1$ 时,表示第 i 阶模态为系统模态(小阻尼);当 $\text{MPC} \rightarrow 0$ 时,表示该阶为噪声模态或复模态(大阻尼)。实际应用中,筛选结构真实模态时以MAC为主,以MPC为辅。

1.4 模态参数识别程序编制

笔者根据以上理论知识,编写模态参数识别程

序,程序流程如下:

- 1) 利用实验仪器测得结构参考测点和其他测点的动力响应数据;
- 2) 利用 NExT 法计算结构参考测点与其他测点的互相关函数;
- 3) 利用互相关函数离散数据构造 Hankel 矩阵 $H(0)$, $H(1)$, 并对 $H(0)$ 进行奇异值分解;
- 4) 确定1个较小的阈值 ϵ , 根据 ϵ 取舍奇异值, 确定系统阶次 $2n$;
- 5) 根据已确定的阶次确定系统矩阵 A , 输入矩阵 B 和输出矩阵 C ;
- 6) 对系统矩阵 A 进行特征值分解, 然后计算系统的模态参数, 如频率、振型系数、阻尼比等;
- 7) 计算 MAC 和 MPC 值, 根据 MAC 和 MPC 剔除虚假模态;
- 8) 后处理及输出模态参数。

2 模态实验研究

2.1 模型参数

模型依据天津港某码头一个标准结构段, 按照 1:10 设计制作。本实验侧重于研究模态识别方法应用于高桩码头的可行性, 由于涉及到土, 实验不可能完全满足相似准则, 因此物理模型在设计时是依据实际工程但不完全反映实际工程。码头采用混凝土材料, 建立在软黏土地基之上, 土槽长为 14.5 m, 宽为 6.5 m, 深为 3 m, 软黏土地基由 2 层黏土构成, 每层黏土厚 1.5 m, 模型制作过程中每层土都经过反复碾压压实。码头模型长为 6 m, 宽为 2 m, 排架间距为 0.7 m, 共 9 个排架, 每个排架由直桩、叉桩、横梁等构成, 模型结构断面如图 1 所示。模型材料经过土工试验等测试, 得到材料参数见表 1。

表 1 设计制作的物理模型材料参数

| 材料 | 密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) | 弹性模量/ MPa | 泊松 比 | 黏聚力/ kPa | 摩擦 角/($^{\circ}$) |
|-------|--|--------------------|---------|-------------|------------------------|
| 淤泥质黏土 | 1 870 | 7.6 | 0.48 | 16 | 10 |
| 粉砂土 | 1 990 | 7.4 | 0.35 | 23 | 15 |
| 面板 | 2 500 | 3.05×10^4 | 0.17 | - | - |
| 横、纵梁 | 2 500 | 3.05×10^4 | 0.17 | - | - |
| 桩帽 | 2 500 | 3.05×10^4 | 0.17 | - | - |
| 基桩 | 2 500 | 2.7×10^4 | 0.17 | - | - |

2.2 实验测试

本实验在桩身上布置传感器, 通过锤击敲击横

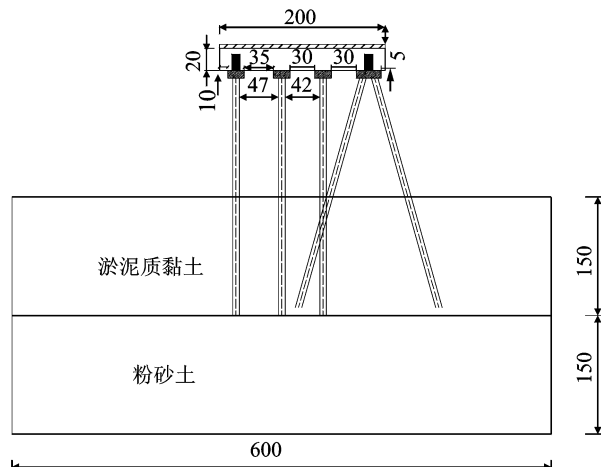


图 1 码头模型断面图(单位:cm)

梁对模型进行激励, 测得桩身加速度或者速度等时程曲线, 根据编制的 NExT-ERA 模态参数识别程序, 识别模型的频率、阻尼比等参数。

测试仪器采用 DH5939 高速数据采集分析系统, 传感器为 DH610H 磁电式速度传感器。图 2 为测试模型中 1 个排架第 1 批次的照片, 每个桩身布置 4 个传感器。其中传感器距离桩帽边缘的距离分别为 0, 0.3, 0.6, 0.9 和 1.4 m, 传感器测点 1 作为参考点, 其余测点测试值与参考点测试值的互相关函数作为 Hankel 矩阵的输入值。



图 2 某个测量批次的模型试验图

2.3 试验结果

测试时间为 50 s, 采样频率为 50 Hz, 提取测试参考点和测试点的加速度时程, 这里只给出测试参考点和其中 1 个侧点的加速度时程曲线, 如图 3, 4 所示, 二者的互相关函数曲线见图 5。

将互相关函数数据利用已编制的 NExT-ERA 模态参数识别程序处理, 模态参数识别的结果见表 2, 其中识别的阻尼比为整个系统的阻尼比。

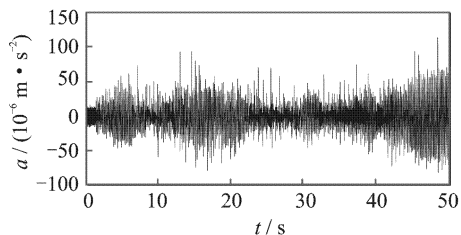


图3 测试参考点加速度时程曲线

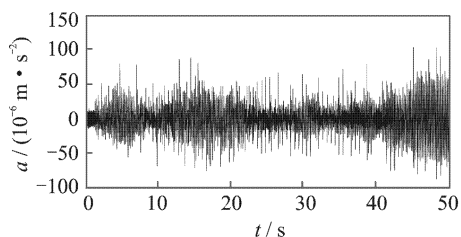


图4 某个测试点的加速度时程曲线

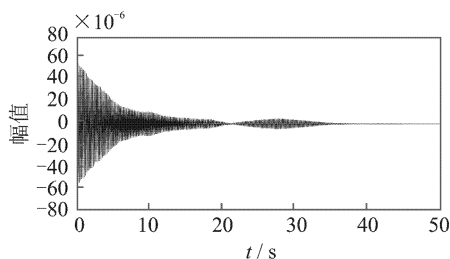


图5 互相关函数曲线

表2 模态识别结果

| 阶次 | f/Hz | 阻尼比/% | MAC | MPC |
|----|---------------|-------|------|------|
| 1 | 4.91 | 1.58 | 0.99 | 0.91 |
| 2 | 5.86 | 0.33 | 0.99 | 0.99 |

3 物理模型的有限元分析

3.1 有限元模型的建立

根据物理模型实际的模型尺寸、土性参数、材料特性等,建立有限元模型,对物理模型进行模态分析,计算模型的频率等模态参数。

高桩码头和土体采用Solid45单元模拟,土体参数和混凝土参数同物理模型,土体四周和底部采用固定约束。为更好地模拟土-基桩在实际使用中的状态,土-基桩接触单元有限元模型通过在土体和基桩之间设置接触单元来模拟二者之间的相对滑动、分离、再接触等,接触单元采用面-面的接触单元target170单元和contact174单元。在定义target170单

元和contact174单元生成的接触对时应适当将接触刚度定义大一些,确保基桩在受力状态下不向法向穿透土层。为模拟基桩的滑动,接触面定义为不分开接触,这种接触当基桩受到的竖向力大于摩擦力时,基桩就会发生相对滑动。通过设定较小的FKOP值可模拟接触面的分离,分离时接触面之间由“软弹簧”联系在一起^[21]。系统阻尼采用瑞雷阻尼,阻尼比依据《建筑抗震设计规范》取值为0.05。

3.2 有限元计算结果

提取前5阶的频率、振型,建立的有限元模型如图6所示,前2阶振型如图7,8所示,计算结果见表3。

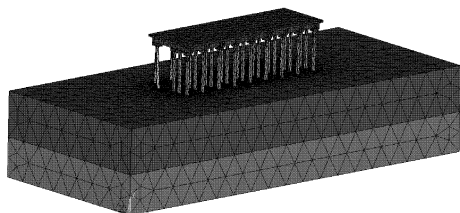


图6 物理模型的有限元模型

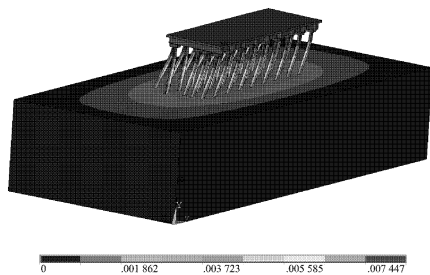


图7 第1阶振型

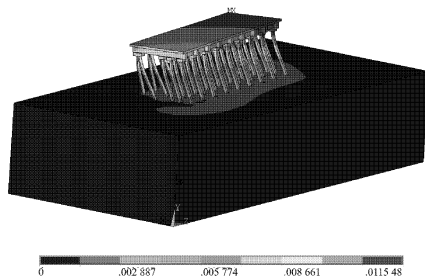


图8 第2阶振型

表3 前5阶频率计算结果

| 阶数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------|------|------|------|------|------|
| f/Hz | 4.61 | 5.64 | 6.14 | 6.25 | 6.32 |

根据有限元的计算结果可知,码头的第1阶振型沿顺岸方向振动,第2阶振型垂直岸线方向振动

而且码头模态比较密集,尤其体现在高阶部分。

4 实验值与有限元计算值的对比分析

将实验识别的频率结果和有限元计算值汇总于表4。

表4 频率结果汇总表

| 阶次 | 实验值 f/Hz | 计算值 f/Hz | 误差/% |
|----|-------------------|-------------------|------|
| 1 | 4.91 | 4.61 | 6.5 |
| 2 | 5.86 | 5.64 | 3.9 |

由表4可知,模型第1阶频率实验值和有限元计算值均在4.6 Hz左右,第2阶频率在5.5 Hz左右,实验值和计算值很接近,误差较小。

这里只给出1#桩的第1批次实验识别的振型和有限元计算值,见表5。表5给出的是1#桩从上到下测点振型主方向的结果,每一阶振型值除以该阶振型的最大值进行归一,便于与有限元计算值进行对比分析。

表5 1#桩第1批次结果汇总表

| 振型 | 模型计算值 | 识别结果 | 误差/% |
|--------------------|-------|-------|-------|
| | 1.000 | 1.000 | — |
| 一阶振型 (沿码头岸线方向) | 0.949 | 0.902 | 4.95 |
| | 0.084 | 0.091 | 8.33 |
| | 0.067 | 0.060 | 10.40 |
| | 1.000 | 1.000 | — |
| 二阶振型 (垂直码头岸线方向) | 0.915 | 0.941 | 2.84 |
| | 0.759 | 0.798 | 6.61 |
| | 0.532 | 0.574 | 7.89 |

由表5可知,实验识别值和模型计算值最大误差为10.4%,其余误差较小,振型值比较接近。综上所述可知,模型的实验值和有限元计算值总体上误差较小,比较接近,二者的结果是可信的,说明NEXT-ERA模态识别方法能较精确地识别出高桩码头的频率。

5 结论

1) 笔者建立的物理模型在环境荷载(大地脉动等)激励下,进行了模态参数识别研究,实验值与有限元计算结果相比,二者数值接近,误差较小,说明NEXT-ERA模态识别方法能够应用于环境激励下高桩码头的模态识别。

2) 通过对物理模型的有限元计算可知,有限元

计算结果与实验值吻合较好,说明考虑土-结构相互作用后有限元建模的方法及计算是合理的。由计算结果进一步可知,该码头模型模态比较密集,尤其体现在高阶部分。

3) 环境载荷激励下结构的动力响应信号较弱,且不可避免地受噪声影响,结构的某些高阶模态一般无法激发出,本试验只能根据测试信号识别出模型的前2阶频率。

4) 通过实验发现,某些数据识别出的模态参数存在“漏阶”现象,即环境载荷激励下不能将结构的所有模态激励出来,而且不同批次的测试数据也可能遗漏某阶模态参数。这就要求环境激励条件下现场动力测试实验,需要对多组数据进行分析研究,且结合有限元模型进行分析非常必要。

参 考 文 献

- [1] 李火坤. 泄流结构耦合动力分析与工作性状识别方法研究[D]. 天津:天津大学,2008.
- [2] 杨和振. 环境激励下海洋平台结构模态参数识别与损伤诊断研究[D]. 青岛:中国海洋大学,2004.
- [3] Juang J N, Pappa R. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1985, 8(5): 620-627.
- [4] Juang J N, Suzuki H. An eigensystem realization algorithm in frequency domain for modal parameter identification[J]. Transactions of the ASME, 1988, 110(1): 24-29.
- [5] 林贵斌,陆秋海,郭铁能. 特征系统实现算法的小波去噪方法研究[J]. 工程力学, 2004, 21(6): 91-96.
Lin Guibin, Lu Qiuhai, Guo Tieneng. A study of denoising method for eigensystem realization algorithm based on wavelet analysis [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(6): 91-96. (in Chinese)
- [6] 李红蕾,陆秋海,任革学. 特征系统实现算法的识别特性研究及算法的推广[J]. 工程力学, 2002, 19(1): 109-114.
Li Honglei, Lu Qiuhai, Ren Gexue. A study of eigensystem realization algorithm and its generalization[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(1): 109-114. (in Chinese)
- [7] 王卫东,张世基,诸德超. 时域模态参数识别的直接特征系统实现算法[J]. 力学学报, 1993, 25(5): 575-581.
Wang Weidong, Zhang Shiji, Zhu Dechao. A direct eigensystem realization algorithm for modal parameter

ter identification in time domain[J]. Acta Mechanica Sinica, 1993,25(5):575-581. (in Chinese)

- [8] 王丽炜,夏江宁,宋汉文. 桥梁颤振气动导数识别的 ERA 算法及仿真实现[J]. 振动工程学报,2004,17(S):709-712.

Wang Liwei, Xia Jiangning, Song Hanwen. Eigensystem realization algorithm (ERA) for identification of nridge flutter derivatives and simulation research[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004,17(S): 709-712. (in Chinese)

- [9] 杨和振,李华军,王国兴. 海洋平台结构模态参数识别的仿真研究[J]. 海洋工程,2003,21(4):75-80.

Yang Hezhen, Li Huajun, Wang Guoxing. A smulation sudy of mdal prameters identification for offshore sructures[J]. The Ocean Engineering, 2003,21(4): 75-80. (in Chinese)

- [10] 郭中阳,胡子正. 参数辨识的特征系统实现算法(ERA)及实践[J]. 振动工程学报,1992,5(4):326-334.

Guo Zhongyang, Hu Zizheng. Eigensystem realization algorithm(ERA)of parameter identification and its application[J]. Journal of Vibration Engineering, 1992, 5(4):326-334. (in Chinese)

- [11] 陆秋海,周舟,李德葆,等. 结构应变模态辨识的特征系统实现方法[J]. 机械强度,2004,26(1):1-5.

Lu Qiuhai, Zhou Zhou, Li Debao, et al. Structural a-train modes identification method by elgensystem realization algorithm[J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(1):1-5. (in Chinese)

- [12] Mohanty P, Rixen D J. Modified ERA method for operational modal analysis in the presence of harmonic excitations [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20:114-130.

- [13] 张建伟. 基于泄流振动响应的水工结构反问题研究[D]. 天津:天津大学,2008.

- [14] Prasenjit M, Daniel J R. Modified ERA method for operational modal analysis in the presence of harmonic excitations [J]. Mechanical Systems and Processing, 2006,20:114-130. [15] 樊江玲,张志谊,华宏星. 从响应信号辨识斜拉桥模型的模态参数[J]. 振动与冲击, 2004,23(4):91-94.

Fan Jiangling, Zhang Zhiyi, Hua Hongxing. Modal rarameter identification of a cable-stayed bridge model by merely using response data[J]. Journal of Vibration and Shock, 2004,23(4):91-94. (in Chinese)

- [16] 杨和振,李华军,黄维平. 海洋平台结构环境激励的试验模态分析[J]. 振动与冲击,2005,24(2):129-132.

Yang Hezhen, Li Huajun, Huang Weiping. Experrimental modal analysis of offshore patform sructure uder ambient excitation [J]. Vibration and Shock, 2005,24(2):129-132. (in Chinese)

- [17] 顾培英,邓昌,吴福生. 结构模态分析及其损伤诊断[M]. 南京:东南大学出版社,2008:79-84.

- [18] 李惠彬. 大型工程结构模态参数识别技术[M]. 北京:北京理工大学出版社,2007:30-78.

- [19] 钱征文,程礼,李应红. 利用奇异值分解的信号降噪方法[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(4):459-463.

Qian Zhengwen, Cheng Li, Li Yinghong. Noise reduction method based on singular value decomposition [J]. Journal of Vibration, Measurement & diagnosis, 2011,31(4):459-463. (in Chinese)

- [20] 王卓,闫维明. 适用于网壳结构的模态测试法及数值检验[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(2):246-250.

Wang Zhuo, Yan Weiming. Modal testing method and numerical verification for latticed shell structures [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011,31(2):246-250. (in Chinese)

- [21] 孙熙平,张宝华,张强. 重力式码头基床遭水流冲刷后的稳定性分析[J]. 岩土力学,2010,8:3184-3190.

Sun Xiping, Zhang Baohua, Zhang Qiang. Stability analysis of gravity quay when rubble bedding was eroded by water flow[J]. Rock and Mechanics, 2010, 8:3184-3190. (in Chinese)

第一作者简介:孙熙平,男,1984年2月生,助理研究员。主要研究方向为水工结构物动力损伤诊断方法。曾发表《重力式码头基床遭水流冲刷后的稳定性分析》(《岩土力学》2010年第8期)等论文。

E-mail:xpsun@tju.edu.cn