

# 动态故障源数估计的自适应盲源分离方法\*

阳小燕, 唐一科, 周雄

(重庆科技学院机械与动力工程学院 重庆, 401331)

**摘要** 在大型旋转机械故障诊断中,由于故障源数动态变化,无法准确估计源数并有效分离出故障源。针对这一问题,采用拓展四阶累积量矩阵估计动态故障源数,并根据源信号数与传感器数的关系,选择相应的盲源分离算法实现自适应盲源分离。实验结果表明,该源数估计算法能有效地估计出包括欠定情况下的动态故障源数,自适应盲源分离算法能有效地实现正定、超定与欠定盲源分离的故障诊断。

**关键词** 源数估计; 盲源分离; 故障诊断; 旋转机械

**中图分类号** TP301; TH165+.3

## 引言

自Jutten等<sup>[1-2]</sup>的开创性工作以来,盲源分离技术得到了极大的发展。传统的盲源分离算法,对未知信号源个数进行估计的能力具有一定的局限性,都是假设信号源的个数已经预先确定的前提下进行计算,否则无法进行信号分离<sup>[3-4]</sup>。盲源分离根据源信号个数 $n$ 和混合信号个数 $m$ 之间的关系可分为3种情况:正定盲源分离( $m=n$ )、超定盲源分离( $m>n$ )以及欠定盲源分离( $m<n$ )。对信号源数的确定,大部分都是假定信号源数等于或小于混合信号数。然而在实际应用环境中,信号源数通常是未知的,且经常是动态变化的,而当前比较成熟的盲分离算法都是针对具体的分离环境(如正定矩阵的ICA求解、超定矩阵的主成分盲分离算法等)<sup>[5-9]</sup>。笔者讨论了故障源信号数与观测混合信号数的关系(正定、超定与欠定),分析了适用于3种情况的拓展四阶累积量矩阵的动态故障源数估计算法,并在此基础上设计了自适应盲源分离算法。

## 1 动态故障源的源数估计

现有信号源数估计方法有基于PCA的源数估计法、基于奇异值分解的源数估计法和四阶累积量矩阵的源数估计法,但这些算法只能估计出源数小于等于传感器数。针对源数大于传感器数的情况,采

用拓展四阶累积量矩阵进行估计,拓展四阶累积量矩阵可以构造出 $M^2 \times M^2$ 阶矩阵,从而可以求解欠定情况下的源数估计。

### 1.1 拓展四阶累积量矩阵的源数估计

构造四阶累积量矩阵 $C_x$ ,其第 $(k_1-1)M+k_2$ 行 $(k_3-1)M+k_4$ 列元素为

$$\begin{aligned} \text{Cum}(x_{k_1}, x_{k_2}^*, x_{k_3}, x_{k_4}^*) &= E\{x_{k_1}x_{k_2}^*x_{k_3}x_{k_4}^*\} - \\ &E\{x_{k_1}x_{k_2}^*\}E\{x_{k_3}x_{k_4}^*\} - E\{x_{k_1}x_{k_3}\}E\{x_{k_2}^*x_{k_4}^*\} - \\ &E\{x_{k_1}x_{k_4}^*\}E\{x_{k_2}^*x_{k_3}\} \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $E\{x_{k_1}x_{k_2}^*x_{k_3}x_{k_4}^*\} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L x_{k_1}(t)x_{k_2}^*(t)x_{k_3}(t)x_{k_4}^*(t)$ ;

$E\{x_{k_1}x_{k_2}^*\} = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L x_{k_1}(t)x_{k_2}^*(t)$  ( $k_1, k_2, k_3, k_4 \in \{1, 2, \dots, M\}$ );  $\mathbf{x}_k^*$ 为 $\mathbf{x}_k$ 的转置矩阵。

定义 $M \times M$ 阶矩阵 $q_{uv}$

$$q_{uv} = \begin{bmatrix} c_{u1v1} & c_{u1v2} & \cdots & c_{u1vM} \\ c_{u2v1} & c_{u2v2} & \cdots & c_{u2vM} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{uMv1} & c_{uMv2} & \cdots & c_{uMvM} \end{bmatrix}$$

构造 $M^2$ 行 $M^2$ 列四阶累积量矩阵如下

$$C = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1M} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{M1} & q_{M2} & \cdots & q_{MM} \end{bmatrix} \quad (2)$$

\* 重庆市自然科学基金资助项目(cstc2011jjA1139);重庆科技学院博士教授科研基金资助项目(CK2010B11)  
收稿日期:2011-07-08;修改稿收到日期:2011-11-08

对  $M^2 \times M^2$  矩阵  $C$  进行奇异值分解,求取特征值。  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$  为  $C$  的  $n$  个特征值,若存在阈值  $\lambda_h$ ,则  $\lambda_i \geq \lambda_h$  的特征值  $\lambda_i$  的个数即为矩阵  $C$  的主特征值数,  $\lambda_h$  根据  $\lambda_i$  的聚类特性进行确定。

### 1.2 拓展四阶累积矩源数估计算法

该估计算法步骤如下:

- 1) 根据观测信号,构造矢量  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ ;
- 2) 根据式(2)计算所构造的累积量矩阵  $C$ ;
- 3) 对  $C$  进行奇异值分解,得  $N$  个特征值,并将这些特征值从大到小排列,即  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ ;
- 4) 根据阈值  $\lambda_h$ ,则  $\lambda_i \geq \lambda_h$  的特征值的个数即为所求信号源个数。

## 2 自适应盲源分离算法

在旋转机械故障诊断中,特别是在冶金、建材、矿山等行业恶劣环境下大型设备的检测与诊断中,由于环境与设备状态的原因,造成设备经常处于亚健康状态运行,通常是多个故障信号源同时混合,甚至故障信号源数目多于传感器的数目;因此,采用拓展四阶累积量方法估计信号的源数,通过拓展四阶累积量可以估计出最多  $n \times (n-1)$  个信号源( $n$  为传感器个数),根据源信号数目  $m$  与传感器数目  $n$  的关系,自适应地选择信号盲源分离算法。当  $m=n$  时,为正定方程,采用固定点迭代的快速神经算法(FASTICA)求解;当  $m>n$  时,为超定方程,先进行主元分析,根据主元特征量构造新的观测信号矩阵,再对新的满秩矩阵采用FASTICA算法求解;当  $m<n$  时,为欠定矩阵,采用稀疏元分析的欠定盲源分离算法进行求解。根据分离结果计算性能指标,并判断分离效果。如果性能指标满足设定值,表示达到分离要求,下次盲源分离直接按照本次分离算法进行计算,不再估计信号源数;如果性能指标未达到要求,则认为信源数目发生变化,重新估计信源数,并进行相应的信号盲源分离。自适应盲源分离流程如图1所示。

基于源数与传感器关系的自适应盲源分离算法步骤如下:

- 1) 观测信号矩阵白化处理;

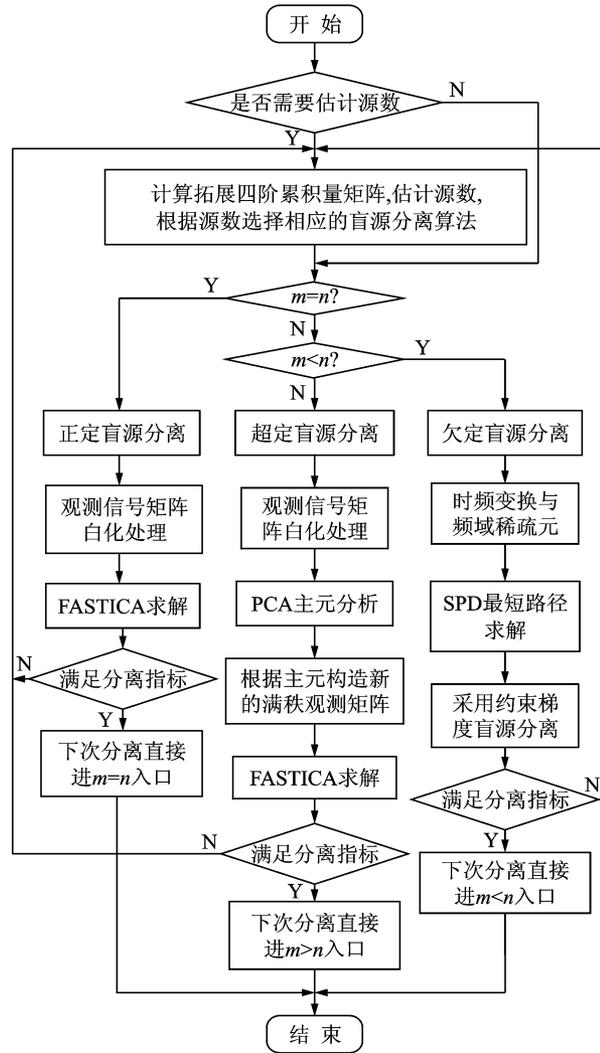


图1 自适应盲源分离流程图

2) 计算拓展四阶累积量矩阵及奇异值求解,得到信号源数估计  $m$ ;

3) 根据信号源数  $m$  与传感器个数  $n$  的关系,选择相应的自适应盲源分离算法,当  $m=n$  时,为正定方程,转第4步;当  $m>n$  时,为超定方程,转第5步;当  $m<n$  时,为欠定矩阵,转第6步;

4) 采用固定点迭代的快速神经算法(FASTICA)求解,转第7步;

5) 进行主元分析,根据主元特征量构造新的观测信号矩阵,再对新的满秩矩阵采用FASTICA算法求解,转第7步;

6) 采用稀疏元分析的欠定盲源分离算法进行求解;

7) 计算信号分离指标,若满足则结束,否则转第2步,重新分离。

### 3 仿真与实验

#### 3.1 拓展四阶累积量矩阵源数估计实验

模拟机械故障信号特征构造6个故障信号源

$$s_1(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \beta_1)$$

$$s_2(t) = A_2 \cos(2\pi 0.5 f_1 t + \beta_2)$$

$$s_3(t) = A_3 \cos(2\pi 2 f_1 t + \beta_3)$$

$$s_4(t) = A_4 \cos(2\pi 4 f_1 t + \beta_4)$$

$$s_5(t) = A_5 \cos(2\pi 0.5 f_1 t + 2\pi f_1 t + \beta_5)$$

$$s_6(t) = A_6 \cos(2\pi f_1 t + 2\pi 4 f_1 t + \beta_6)$$

其中:  $A_i (i=1, 2, 3, 4)$  为信号的调制幅度。

采用4个传感器接收观测信号,源信号瞬态混合产生阵元观测信号为

$$X = AS + N$$

其中:  $A$  为任意  $4 \times 6$  阶混合矩阵。

采用拓展四阶累积量矩阵对4个传感器采集得到的数据进行求解,并进行奇异值计算,可得特征值如下:  $\lambda_1 = 1.8184$ ;  $\lambda_2 = 1.7425$ ;  $\lambda_3 = 1.6298$ ;  $\lambda_4 = 1.5075$ ;  $\lambda_5 = 1.5038$ ;  $\lambda_6 = 1.2963$ ;  $\lambda_7 = 0.9564$ ;  $\lambda_8 = 0.5491$ ;  $\lambda_9 = 0.3591$ ;  $\lambda_{10} = 0.2585$ ;  $\lambda_{11} = \dots = \lambda_{16} = 0$ 。

取阈值  $\lambda_0 = 1$ , 可得特征值个数为6, 即可以正确地估计出故障源个数。

#### 3.2 盲源分离实验

##### 3.2.1 正定情况下的盲源分离

模仿机械故障信号特征的工频与变频特征构造4个故障信号源

$$s_1(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \beta_1)$$

$$s_2(t) = A_2 \cos(2\pi 0.5 f_1 t + \beta_2)$$

$$s_3(t) = A_3 \cos(2\pi 2 f_1 t + \beta_3)$$

$$s_4(t) = A_4 \cos(2\pi 4 f_1 t + \beta_4)$$

其中:  $A_i (i=1, 2, 3, 4)$  为信号的调制幅度。

其观测信号采用4个传感器接收信号,源信号瞬态混合产生阵元观测信号为

$$X = AS + N$$

其中:  $N$  为零均值、方差为1的高斯白噪声。

其混合矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.95 & 0.90 & 0.85 \\ 0.68 & 0.60 & 0.75 & 0.80 \\ 0.45 & 0.50 & 0.40 & 0.42 \\ 0.30 & 0.28 & 0.25 & 0.20 \end{bmatrix}$$

自适应盲源分离算法根据观测信号的拓展四阶累积量矩阵,计算故障源数为4,采用正定盲源分离算法进行分离。源信号  $S$  波形、混合信号  $X$  波形及估计信号  $\hat{S}$  波形如图2所示。

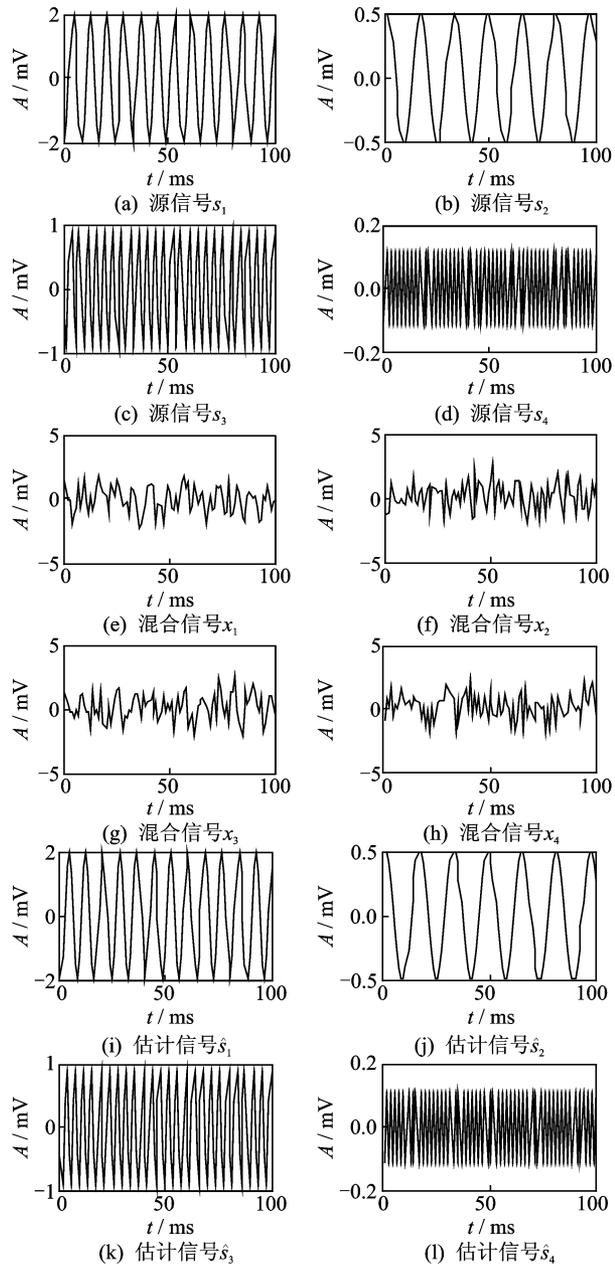


图2 正定情况下源信号、降维观测信号及估计信号波形图

##### 3.2.2 超定情况下的盲源分离

模仿机械故障信号特征构造2个故障信号源和4个传感器观测信号,根据拓展四阶累积量矩阵方法计算源数估计得到故障源数为2,为超定方程求解。首先,采用主元分析求解主特征量,构造2维新的观测矩阵;然后,利用FastICA算法进行信号分离。源信号  $S$  波形、降维观测信号  $X$  波形及估计信号  $\hat{S}$  波形如图3所示。

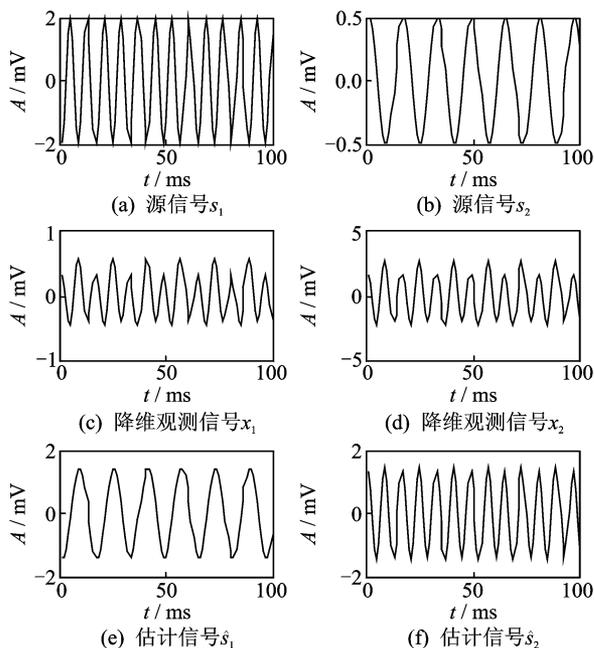


图3 超定情况下源信号、降维观测信号及估计信号波形图

## 4 结束语

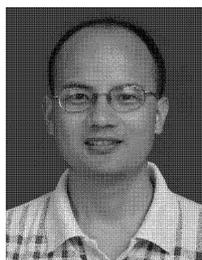
现有信号源数估计方法只能估计出源数小于或等于传感器数的情况,而当源数大于传感器数时,采用拓展四阶累积量矩阵可以构造出  $M^2 \times M^2$  阶矩阵,从而可以求解欠定情况下的源数估计。根据源信号数与传感器数的关系,选择相应的盲源分离算法实现自适应盲源分离。实验表明,该源数估计算法能有效地估计出包括欠定情况下的动态故障源数,自适应盲源分离算法能有效地实现正定、超定与欠定盲源分离的故障诊断。

## 参 考 文 献

- [1] Comon P. Independent component analysis: a new concept? [J]. Signal Processing, 1994, 36(3): 287-314.
- [2] Lee T W, Girolami M, Sejnowski T J. Independent component analysis using an extended infomax algorithm for mixed subgaussian and supergaussian sources[J]. Neural Computation, 1999, 11: 417-441.
- [3] 焦卫东,杨世锡,吴昭同. 基于源数估计的旋转机械源盲分离[J]. 中国机械工程, 2003, 14(14): 1184-1187.
- Jiao Weidong, Yang Shixi, Wu Zhaotong. A method of blind source separation for rotating machinery based on estimation of the number of sources [J]. China

Mechanical Engineering, 2003, 14(14): 1184-1187. (in Chinese)

- [4] 张洪渊,贾鹏,史习智. 确定盲分离中未知信号源个数的奇异值分解法[J]. 上海交通大学学报, 2001, 35(8): 1155-1158.
- Zhang Hongyuan, Jia Peng, Shi Xizhi. Determination of the number of source signals in blind source separation by singular value decomposition [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2001, 35(8): 1155-1158. (in Chinese)
- [5] 朱孝龙,张贤达. 基于奇异值分解的超定盲信号分离[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(3): 337-343.
- Zhu Xiaolong, Zhang Xianda. Overdetermined blind source separation based on singular value decomposition [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2004, 26(3): 337-343. (in Chinese)
- [6] Cardoso J F. Super-symmetric decomposition of the fourth-order cumulant tensor, blind identification of more-sources than sensors [C]// ICASSP' 91. Toronto, Canada; [s. n. ], 1991: 3109-3112.
- [7] Roan M J, Erling J G, Sibul L H. A new, non-linear, adaptive, blind source separation approach to gear tooth failure detection and analysis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2002, 16(5): 719-740.
- [8] He Zhaoshui, Xie Shengli, Fu Yuli. Sparsity analysis of signals [J]. Progress in Natural Science, 2006, 16(8): 879-884.
- [9] 叶红仙,杨世锡,杨将新. 基于EMD-SVD-BIC的机械振动源数估计方法[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(3): 330-335.
- Ye Hongxian, Yang Shixi, Yang Jiangxi. Mechanical vibration source number estimation based on EMD-SVD-BIC [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(3): 330-335. (in Chinese)



第一作者简介:阳小燕,男,1974年1月生,副教授、博士。主要研究方向为信号处理、故障诊断、机电控制等。曾发表《BP-ART2网络设计及其在故障诊断中的应用》《微计算机信息》2009年第25卷第1期)等论文。

E-mail: xyyang@126.com