

冷轧机垂向辊系非线性振动建模与稳定性分析*

杨旭^{1,2}, 李江昀^{1,2}, 童朝南^{1,2}

(1. 北京科技大学自动化学院 北京, 100083) (2. 北京科技大学钢铁流程先进控制教育部重点实验室 北京, 100083)

摘要 考虑轧制界面的非线性阻尼和辊系-机架间的非线性刚度影响, 建立冷板带轧机两自由度垂向系统非线性自激振动模型。利用奇异值理论讨论不同参数条件下系统的稳定性, 并通过平均法求解垂向振动系统一次近似解, 得到系统的振幅、相位微分特性方程。分析了刚度、阻尼等非线性参数变化对系统稳定性及振动特性的影响, 并采用数值仿真方法验证了理论推导结果的正确性, 为抑制冷轧机垂向辊系系统振动提供了一定的理论指导。

关键词 冷轧机; 垂直振动; 非线性; 稳定性

中图分类号 TH113.1; TG335.5

引言

随着我国钢铁工业的持续高速发展, 2011年的粗钢产量已占全球总产量的近50%。但是, 我国的钢材产品质量只有约30%可以达到国际先进水平, 其中钢材的表面质量、厚度偏差、板形指标均与国外先进钢铁企业存在较大差距。究其原因发现, 高速轧制过程中频繁出现的轧机振动现象, 特别是三倍频垂直振动^[1-2]已成为制约钢铁工业产品质量的重要因素之一。轧机三倍频垂直振动的频率为系统的第2阶固有频率, 它常突然发生, 并会在很短时间内达到最大幅值, 从而造成带钢表面厚度波动, 降低轧辊的使用寿命, 威胁设备的安全生产^[3-4]。轧机作为一个多变量、旋转运动体系统, 其运行过程中普遍存在振动^[5], 只是在工艺、设备和控制系统配合良好的情况下, 这种振动现象没有得到明确的体现。实际上, 一旦轧机运行状态超出对产品的精度要求或设备的承受能力, 轧机振动现象便会显现出来。目前, 现场操作人员抑制垂振的最简单、也是相对有效的措施便是降低轧制速度, 这虽然能够保证设备的暂时正常运行, 却降低了轧机系统的生产效率。建立适用于工业现场的数学模型, 并对垂向振动特性进行合理、有效的分析, 为抑制振动提供方法和指导, 是提高产品表面质量和企业生产效率的关键。

近些年来, 国内外的科研人员对轧机垂向振动系统的建模和分析进行了许多有益的探索。Younes等^[6]将轧件等效为具有线性刚度的弹性零件, 基于线性振动理论建立轧机机座的线性垂振模型。Niziol等^[7]建立了轧机的二自由度垂振模型, 分析轧件的咬入速度对轧机辊系振动的影响规律, 得到不同轧制速度下辊系振动的稳态域。此外, 在辊缝润滑状态变化导致的连轧机振动特性分析^[8]、轧制过程模型的非线性简化^[9]、液压-辊系耦合模型的建模及其振动机理^[10]以及轧机垂扭耦合振动特性分析方面^[11], 也涌现出一些不错的成果。但是, 由于高速轧制过程中, 轧机系统刚度、阻尼的非线性是客观存在的, 以上垂振模型无法解释这类较为复杂的振动形式, 如系统内部参数激励导致的振动现象; 因此, 不可将轧机垂向系统作为一个简单的线性系统来研究。

笔者针对冷板带四辊连轧机系统的某一机架进行了研究。首先, 建立考虑轧制界面的非线性阻尼和辊系-机架间的非线性刚度影响下的两自由度垂向辊系系统自激振动模型; 然后, 通过奇异值理论推导线性系统的稳定性判据, 利用平均法这一定量分析手段求解系统的振幅-相位微分特性方程, 分析阻尼、刚度等参数变化对系统动态特性的影响; 最后, 采用大量对比数值仿真实验, 验证了理论分析的正确性。

* 国家自然科学基金资助项目(51205018); 中国博士后科学基金面上资助项目(2012M510321); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(FRF-TP-12-104A, FRF-AS-11-004B); 北京市重点学科共建资助项目(XK100080357)

收稿日期: 2012-07-30; 修改稿收到日期: 2012-10-20

1 冷轧机垂向辊系系统非线性自激振动模型

为了便于分析,将轧机按上、下辊系简化成两自由度垂直振动系统^[12]。考虑轧制界面的非线性阻尼和辊系与机架间的非线性刚度,同时为了方便进行计算,在模型中将轧件等效成具有线性刚度的弹性零件,并忽略轧制过程中的外部激励,则轧机两自由度非线性垂直振动模型如图1所示。其中: m_1 为上工作辊和支承辊的等效总质量; m_2 为下工作辊和支承辊的等效总质量; c_1, c_2 分别为辊系和机架间的整体阻尼均值; k_0 为稳态轧制时系统刚度均值。考虑到轧机系统的非线性阻尼和刚度特性,将Vanderpol振子 $c_0 + c'_0(y_1 - y_2)^2$ 定义为轧机系统在轧制过程中由于润滑的影响导致的工作辊之间的非线性阻尼项,将Duffing振子 $k + k'(y)^2$ 定义成辊系和机架间的非线性刚度项,此两自由度非线性振动方程可表示为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1 + (c_0 + c'_0(y_1 - y_2)^2)(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + c_1 \dot{y}_1 + (k_1 + k'_1 y_1^2)y_1 + k_0(y_1 - y_2) = 0 \\ m_2 \ddot{y}_2 - (c_0 + c'_0(y_1 - y_2)^2)(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + c_2 \dot{y}_2 + (k_2 + k'_2 y_2^2)y_2 - k_0(y_1 - y_2) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

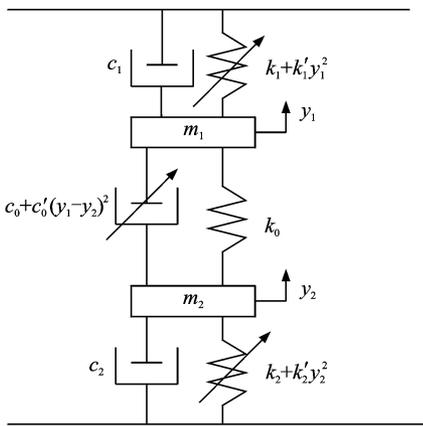


图1 轧机两自由度非线性垂直振动模型

轧机垂向振动中出现较多的是对称振动形式,所以主要讨论该种形式垂直振动。由于轧机辊系上、下结构间具有基本对称性,因此可令 $m_1 = m_2, y_1 = -y_2$,式(1)可简化为

$$m_1 \ddot{y}_1 + [2c_0 + c_1 + 2c'_0(2y_1)^2]\dot{y}_1 + (k_1 + k'_1 y_1^2)y_1 + 2k_0 y_1 = 0 \quad (2)$$

将式(2)无量纲化,可令 $\omega_0 = \sqrt{k_1/m_1}, \tau = \omega_0 t, y_0 = m_1 g/k_1, y = y_1/y_0$,则两自由度非线性振动微分方程可简化为

$$\dot{y} + \omega^2 y + (\alpha + \beta y^2)\dot{y} + \gamma y^3 = 0 \quad (3)$$

其中: $\omega^2 = \frac{2k_0 + k_1}{m_1 \omega_0^2}; \alpha = \frac{2c_0 + c_1}{m_1 \omega_0}; \beta = \frac{8c'_0 y_0^2}{m_1 \omega_0}; \gamma = \frac{k'_1 y_0^2}{m_1 \omega_0^2}$

式(3)中 y 的导数是对时间 τ 的求导,为了使用习惯的表达方式,仍用 t 代替 τ 。

2 冷轧机垂向系统稳定性分析

2.1 基于奇异值理论的线性系统稳定性

根据式(3),做代换 $\dot{y} = z$,则

$$\begin{cases} \dot{y} = z = P(y, z) \\ \dot{z} = -\omega^2 y - (\alpha + \beta y^2)z - \gamma y^3 = Q(y, z) \end{cases} \quad (4)$$

有

$$\begin{cases} a_{11} = \partial P/\partial y = 0 \\ a_{12} = \partial P/\partial z = 1 \\ a_{21} = \partial Q/\partial y = -2\beta yz - 3\gamma y^2 - \omega^2 \\ a_{22} = \partial Q/\partial z = -\alpha - \beta y^2 \end{cases} \quad (5)$$

可得出系统的雅克比矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2\beta yz - 3\gamma y^2 - \omega^2 & -\alpha - \beta y^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

由式(4)可知,当 $\gamma < 0$ 时,系统的平衡点为 $(0, 0), \left[\sqrt{-\frac{\omega^2}{\gamma}}, 0\right], \left[-\sqrt{-\frac{\omega^2}{\gamma}}, 0\right]$;当 $\gamma \geq 0$ 时,系统的平衡点为 $(0, 0)$ 。

当 $\gamma < 0$ 时,系统存在平衡点 $(0, 0), \left[\sqrt{-\frac{\omega^2}{\gamma}}, 0\right], \left[-\sqrt{-\frac{\omega^2}{\gamma}}, 0\right]$,其雅克比矩阵分别为

$$\begin{cases} J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -\alpha \end{bmatrix} \\ J_{2,3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2\omega^2 & -\alpha + \frac{\beta \omega^2}{\gamma} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (7)$$

由 J_1 得到的特征值情况与上述相同,由 $J_{2,3}$ 得出的特征方程为

$$D(\lambda) = \lambda^2 - \left(-\alpha + \frac{\beta \omega^2}{\gamma}\right)\lambda - 2\omega^2 \quad (8)$$

可解得

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\alpha + \frac{\beta\omega^2}{\gamma} \pm \sqrt{\left(-\alpha + \frac{\beta\omega^2}{\gamma}\right)^2 + 8\omega^2}}{2} \quad (9)$$

由上面得到的特征根可以看出, $\lambda_{1,2}$ 始终是两个异号实根, 这种情况下对应的平衡点 $\left[\sqrt{-\frac{\omega^2}{\gamma}}, 0\right]$, $\left[-\sqrt{-\frac{\omega^2}{\gamma}}, 0\right]$ 被称为“鞍点”, 而鞍点在此条件下是不稳定的。

当 $\gamma \geq 0$ 时, 系统只存在平衡点 $(0, 0)$, 代入雅可比矩阵, 得到

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -\alpha \end{bmatrix} \quad (10)$$

其特征方程为

$$\det[D - \lambda I] = \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ -\omega^2 & -\alpha - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

即为

$$D(\lambda) = \lambda^2 + \alpha\lambda + \omega^2 = 0 \quad (12)$$

其特征根为

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\omega^2}}{2} \quad (13)$$

令 $\omega > 0$, 分析可得如下结论:

- 1) 当 $\alpha > 2\omega$ 时, 平衡点为稳定节点, 系统渐近稳定;
- 2) 当 $\alpha = 2\omega$ 时, 平衡点为稳定边界节点, 系统渐近稳定;
- 3) 当时, 平衡点为稳定焦点, 系统渐进稳定;
- 4) 当 $2\omega < \alpha < 0$ 时, 平衡点为不稳定焦点, 系统不稳定;
- 5) 当 $\alpha = -2\omega$ 时, 平衡点为不稳定边界节点, 系统不稳定;
- 6) 当 $\alpha < -2\omega$ 时, 平衡点为不稳定节点, 系统不稳定;
- 7) 当 $\alpha = 0$ 时, 平衡点 $(0, 0)$ 首次近似方程的中心, 所以首次近似方程已经不能反映系统的运动状况; 因此, 基于奇异值理论的系统稳定性判据无法满足系统稳定性方面的分析。

2.2 非线性系统振动响应求解

对式(3)所示系统进行分析, 设其一次近似解的形式为

$$y(t) = b(t)\cos\psi(t) \quad (\psi = \omega t + \varphi) \quad (14)$$

则

$$\dot{y}(t) = -b(t)\omega\sin\psi(t) \quad (15)$$

如式(3)写成 $\ddot{y} + \omega^2 y = \epsilon f(y, \dot{y})$ 的形式, 则可以认为非线性函数的形式为

$$\epsilon f(y, \dot{y}) = -(\alpha + \beta y^2)\dot{y} - \gamma y^3 \quad (16)$$

应用平均法, 可得到系统振动振幅和相位的微分方程为

$$\dot{b} = -\frac{\epsilon}{2\pi\omega} \int_0^{2\pi} f(b\cos\psi, -b\omega\sin\psi)\sin\psi d\psi \quad (17)$$

$$\dot{\varphi} = -\frac{\epsilon}{2\pi\omega b} \int_0^{2\pi} f(b\cos\psi, -b\omega\sin\psi)\cos\psi d\psi \quad (18)$$

将式(11, 12, 13)代入式(14, 15), 可分别得到

$$\dot{b} = -\frac{\alpha}{2}b - \frac{\beta}{8}b^3 \quad (19)$$

$$\dot{\varphi} = 3\gamma b^2/8\omega \quad (20)$$

由式(19), (20) 可以得出如下结论: 在 $\gamma \geq 0$ 的情况下, 当 $\alpha = 0, \beta > 0$ 时, 系统是稳定的; 当 $\alpha = 0, \beta < 0$ 时, 系统是不稳定的; 当 $\alpha = 0, \beta = 0$ 时, 系统做等幅振荡, 为临界稳定状态。

对式(19), (20) 分别积分, 并令 $b(t)|_{t=0} = b_0$, $\varphi(t)|_{t=0} = \varphi_0$, 得到一次近似解为

$$b = \sqrt{\frac{ab_0^2 e^{-\alpha t}}{\alpha + \frac{\beta}{4}b_0^2 - \frac{\beta}{4}b_0^2 e^{-\alpha t}}} \quad (21)$$

$$\varphi = \frac{3\gamma}{2\beta\omega} L_n \left(1 - \frac{\beta b_0^2}{4\alpha + \beta b_0^2} e^{-\alpha t} \right) - \frac{3\gamma}{2\beta\omega} L_n \left(\frac{4\alpha}{4\alpha + \beta b_0^2} \right) + \varphi_0 \quad (22)$$

所以一次近似解为

$$y = \sqrt{\frac{ab_0^2 e^{-\alpha t}}{\alpha + \frac{\beta}{4}b_0^2 - \frac{\beta}{4}b_0^2 e^{-\alpha t}}} \cos(\omega t + \varphi) \quad (23)$$

由式(23)可知, 当 $\alpha > 0$ 时, 系统振幅随着时间的增大而趋于 0, 系统是稳定的; 当 $\alpha < 0$ 时, 系统自激振动中的振幅随时间的增大而增大, 最终趋于一个稳定值, 形成一个稳定的极限环, 该状态下的系统振幅为

$$b_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} b(t) = \sqrt{-4\alpha/\beta} \quad (24)$$

3 数值仿真

为验证二自由度非线性垂向辊系系统模型的有效性, 进行非线性稳定性分析, 采用数值仿真的方法绘制系统的动态响应图和相图。根据某厂冷轧机实际物理参数值, 对参数 $\gamma \geq 0$ (正刚度扰动) 条件下的系统振动特性进行讨论分析。取非线性参数近似值

$\gamma=0.1, \omega=2$, 分别取不同的 α, β 值, 验证上述分析结果, 如图2所示。

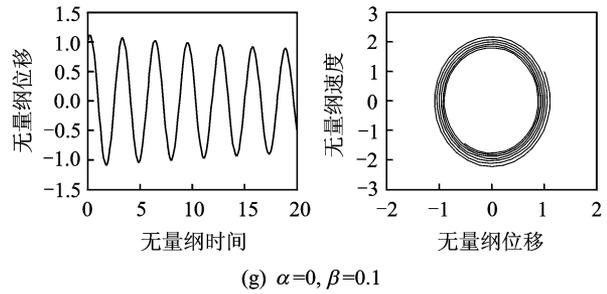
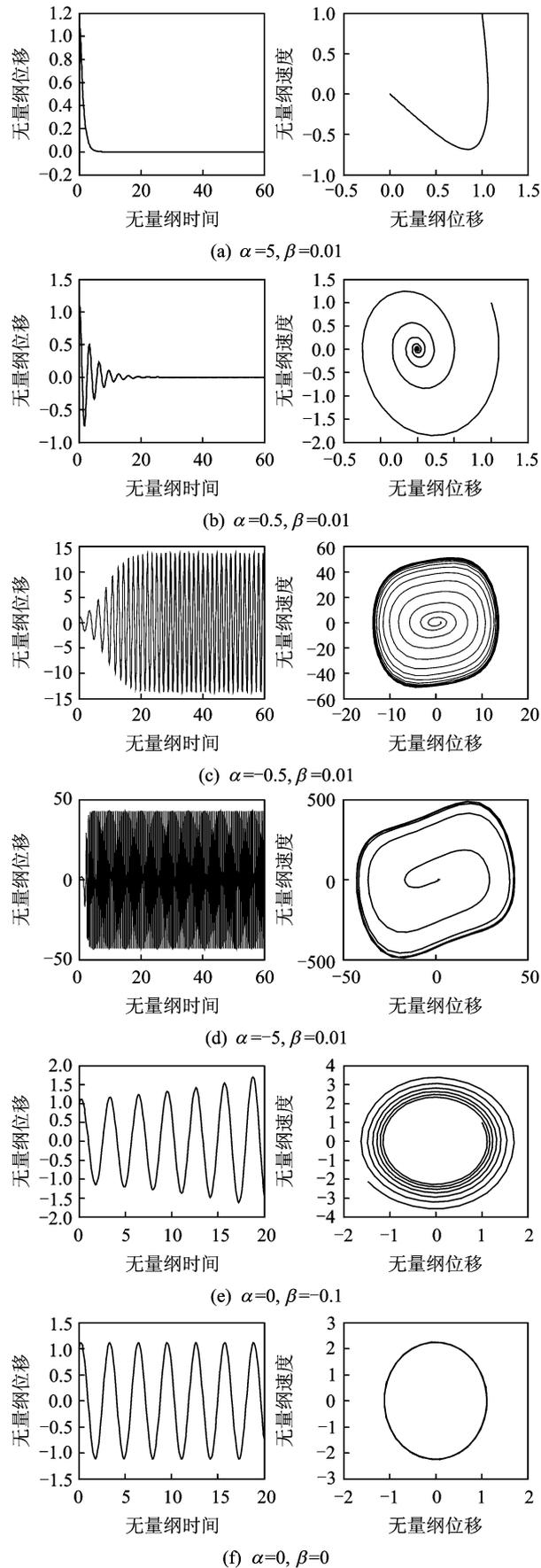


图2 $\gamma \geq 0$ 时二自由度非线性垂直系统动态响应图和相平面图

对图2所示的系统动态响应图和相平面图进行分析后可得以下结论。

1) 由图2(a), (b)可知, 当 β 恒正且保持不变, 即辊缝中非线性阻尼大小不变时, α 的减小会降低系统的抗干扰性能, 但此时的 α 仍大于0, 因此系统随时间的增加逐渐向平衡点收敛。

2) 由图2(c), (d)可知, 当 β 恒正且保持不变, 即辊缝中非线性阻尼大小不变, $\alpha < 0$ 时, 在辊缝-辊系-机架间产生负阻尼效应, 系统随时间的增加逐渐发散直至产生极限环, 并可能引起系统的振荡失稳。

3) 由图2(e), (f), (g)可知, 当 $\alpha=0$ 时系统的稳定性由参数 β 决定, 即由辊缝变形区内润滑摩擦导致的非线性阻尼项决定, 当 $\beta > 0$ 时系统稳定, $\beta < 0$ 时系统不稳定, $\beta=0$ 时系统临界稳定。

由图2还可看出, $\alpha=5$ 时对应的奇点为稳定节点, $\alpha=-5$ 对应的奇点为不稳定节点; $\alpha=0.5$ 时对应的奇点为稳定焦点, 而 $\alpha=-0.5$ 对应的奇点为不稳定焦点。图2中的数值仿真结论均与上述理论分析所得结论相一致。

4 结束语

笔者建立了冷板带轧机含非线性刚度、阻尼因素的二自由度垂向辊系系统自激振动模型。基于奇异值理论定性分析了系统的稳定性, 并利用平均法求解系统垂向振动方程的一次近似解, 推导出系统的幅值、相位微分特性方程。进行了数值仿真, 讨论不同非线性参数变化对系统稳定性的影响。仿真结果证明了非线性模型与稳定性理论分析的正确性, 为在工程中解决轧机垂向辊系振动问题提供了理论依据。

参 考 文 献

- [1] 邹家祥,徐江乐.冷连轧机系统振动控制[M].北京:冶金工业出版社,1998:1-22.
- [2] Tlustý J, Chandra G, Critchley S, et al. Chatter in cold rolling[J]. Annals of the CIRP, 1982, 31(1): 195-199.
- [3] Skripalenko M, Ashikhmin D, Skripalenko M, et al. Technical diagnosis and diagnostic modeling of mechanisms in the main line of a rolling mill[J]. Metallurgist, 2011, 54(11): 744-752.
- [4] Dwivedy S K, Dhutekar S S, Eberhard P. Numerical investigation of chatter in cold rolling mills[J]. Materials with Complex Behavior II, Advanced Structure Materials, 2012, 16: 213-227.
- [5] 杨旭,童朝南,孟建基.冷板带轧机含振动因素的轧制力模型[J].振动、测试与诊断,2010,30(4):422-428.
Yang Xu, Tong Chaonan, Meng Jianji. Mathematical model of rolling force in the analysis of cold rolling chatter[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(4): 422-428. (in Chinese)
- [6] Younes M A, Shahtout M, Damir M N. A parameters design approach to improve product quality and equipment performance in hot rolling[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 171(1): 83-92.
- [7] Niziol J, Swiatoniowski A. Numerical analysis of the vertical vibration of rolling mill and their negative effect on the sheet quality[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 162: 546-550.
- [8] Kimura Y, Sodani Y, Nishiura N, et al. Analysis of chatter in tandem cold rolling mills[J]. ISIJ International, 2003, 61: 338-346.
- [9] Hu Peihua, Zhao Huyue, Ehmann K F. Third-octave-mode chatter in rolling[J]. Proceedings of IMechE, Part B, Engineering Manufacture, 2006, 220 (B8): 1267-1276.
- [10] Yang Xu, Tong Chaonan. Coupling dynamic model and control of chatter in cold rolling[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transaction of ASME, 2012, 134, (4): 1-8.
- [11] 闫晓强,史灿,曹曦,等.CSP轧机扭振与垂振耦合研究[J].振动、测试与诊断,2008,12(4):377-381.
Yan Xiaoqiang, Shi Can, Cao Xi, et al. Research on coupled vertical-torsion vibration of mill-stand of CSP mill[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 12(4): 377-381. (in Chinese)
- [12] 侯东晓,陈浩,刘彬,等.轧机辊系垂直非线性参激振动特性分析[J].振动与冲击,2009,28(11):1-5.
Hou Dongxiao, Chen Hao, Liu Bin, et al. Analysis on parametrically excited nonlinear vertical vibration of roller system in rolling mills[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(11): 1-5. (in Chinese)



第一作者简介:杨旭,男,1983年11月生,讲师。主要研究方向为冶金机械动力学特性分析与控制方法、机械设备故障诊断与容错控制。曾发表《Coupling dynamic model and control of chatter in cold rolling》(《Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transaction of ASME》2012, Vol. 134, No. 4)等论文。
E-mail: yangxu@ustb.edu.cn