

基于三阶累积量奇异值分解的结构损伤识别*

李富强, 王建江, 刘国华, 吴志根

(浙江大学水工结构与水环境研究所 杭州, 310058)

摘要 为了在钢筋混凝土结构损伤识别过程中有效地考虑微裂缝引起的非线性特征, 提出了一种基于奇异值分解的三阶累积量方法, 通过对结构损伤过程中振动加速度信号的三阶累积量进行奇异值分解, 根据主奇异值的变化来判断混凝土结构的损伤程度和定性评价结构性状。为了验证该方法, 对两根钢筋混凝土简支梁进行了损伤试验, 试验数据分析结果与试验中裂缝开展的观察结果比较吻合, 表明三阶累积量的最大主奇异值能够有效地反映钢筋混凝土梁在各级荷载作用下结构损伤的变化情况, 说明该方法是令人满意和有效的。

关键词 三阶累积量; 奇异值分解; 振动; 结构损伤; 裂缝

中图分类号 TB123; TU317

引言

钢筋混凝土结构在服役期间会产生不同程度的损伤而使结构安全受到威胁^[1]。基于振动响应的结构损伤识别方法由于具有信号提取容易、应用限制少、识别效率高等特点而得到了广泛的研究和工程应用。但是, 该方法在进行钢筋混凝土结构损伤识别时还存在不少的问题和困难, 例如, 对损伤的非线性状态进行线性假设, 振动响应信号受噪声污染而导致识别精度下降, 损伤指标的敏感性差等^[1-5]。

显微镜观察显示, 混凝土结构即使未发生任何损伤, 其内部存在的微观裂缝也会随着结构振动而张开或闭合, 引起结构物理参数的时变, 从而使系统的动态响应表现出非线性特征^[3]。因此, 研究混凝土结构的非线性损伤识别技术具有重要的意义。目前, 非线性损伤识别的研究方法主要有: Hilbert-Huang 变换时频分析法^[6]、小波变换时频分析法^[7]、固有频率时变对比法^[8]及信号高阶统计量分析方法^[9-11]等。

在现代信号分析中, 高阶统计量被广泛地应用在信号处理和系统理论等领域, 它比二阶统计量能更全面地揭示信号中蕴含的有效信息, 抑制多种噪声的影响^[12]。研究表明, 高阶累积量能够揭示非高斯信号中的非线性耦合现象^[13], 这为混凝土结构的非线性损伤识别提供了新方法。

三阶累积量信号特征的提取大多采用对角切片法^[13], 该方法不能反映矩阵所包含的全部信息, 甚至也不能反映主要信息。而利用奇异值分解提取主奇异信息可以有效弥补上述不足^[14]。

笔者对钢筋混凝土梁损伤试验中采集到的振动响应加速度信号, 计算三阶累积量矩阵, 并提取主奇异值, 根据它的变化来评估结构损伤的演变过程。分析结果表明: 随着荷载的逐级增加, 结构变形增大, 裂缝不断发展, 振动加速度信号的三阶累积量矩阵主奇异值的变化规律与结构的裂缝发展情况相一致。说明该方法能够有效地反映结构性态在损伤破坏过程中的变化情况和发展趋势, 它的最大主奇异值可以作为一种新指标来描述混凝土结构的损伤状况。

1 三阶累积量

设 $\{x(t)\}, t=0, 1, 2, 3, \dots$ 为实数平稳离散时间序列信号, 其 n 阶矩 $m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1})$ 为

$$m_n^x(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = E[x(t)x(t+\tau_1)\dots x(t+\tau_{n-1})] \quad (1)$$

其中: $E[\]$ 表示求期望值。

三阶累积量 $c_3^x(\tau_1, \tau_2)$ 可表示为

$$c_3^x(\tau_1, \tau_2) = m_3^x(\tau_1, \tau_2) - m_1^x[m_2^x(\tau_1) + m_2^x(\tau_2) + m_2^x(\tau_1 - \tau_2)] + 2(m_1^x)^3 \quad (2)$$

* 浙江省重点科技创新团队资助项目(2010R50034)
收稿日期: 2011-07-12; 修改稿收到日期: 2011-11-07

三阶累积量具有3条对称轴,其对称性如式(3)所示

$$\begin{aligned}
 c_3^x(\tau_1, \tau_2) &= c_3^x(\tau_2, \tau_1) = c_3^x(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2) = \\
 c_3^x(\tau_2 - \tau_1, -\tau_1) &= c_3^x(\tau_1 - \tau_2, -\tau_2) = \\
 c_3^x(\tau_1, \tau_2 - \tau_1) & \quad (3)
 \end{aligned}$$

研究表明,当一个非高斯信号在加性高斯有色噪声中被观测时,观测过程的高阶累积量与非高斯信号的高阶累积量等价^[15],也就是说三阶累积量可以很好地抑制观测信号中的加性高斯噪声。

2 奇异值分解

奇异值分解是谱分析理论在任意矩阵上的推广,在信号处理、统计学等领域广泛应用。

设A为m行n列的矩阵,则存在酉矩阵P和Q,使得

$$A = P \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Q^T \quad (4)$$

式(4)称为矩阵A的奇异值分解式,其中Q的上标T表示矩阵转置,D=diag(d₁, d₂, ..., d_r),并且d₁>d₂>...>d_r>0, d_i (i=1, 2, ..., r)称为矩阵A的主奇异值^[16]。

奇异值分解的主要应用是作为一种数据分析方法,用来找出大量数据中所隐含的模式,并把用奇异值来表征的数据集特征值按照重要性由大到小排列起来。

3 试验

3.1 试验装置及试件

四点弯曲加载下逐级损伤破坏试验装置情况见图1。试件为两根钢筋混凝土梁,混凝土材料及配合比见表1,尺寸均为2.7 m×0.2 m×0.16 m(长×宽×高),试件的加载与边界条件见图2和图3,梁的典型剖面见图4。一根为完整的钢筋混凝土梁,记为1#梁;另一根为带有缺陷的钢筋混凝土梁,梁顶在剖面2-2和剖面3-3处设置两个凹槽,来模拟梁的初始损伤,记为2#梁。每根梁的两端各布置2个加速度传感器用来测量结构动态响应的垂直加速度,布置位置如图2和图3所示。

表1 混凝土材料及配合比

水灰比/ (w/c)	砂率/%	水泥/ (kg·m ⁻³)	水/ (kg·m ⁻³)	细骨料/ (kg·m ⁻³)	粗骨料/ (kg·m ⁻³)
0.51	35	402	205	628	1 165



图1 钢筋混凝土梁损伤试验装置

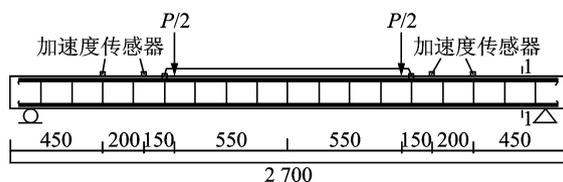


图2 1#梁的加载与边界条件(单位:mm)

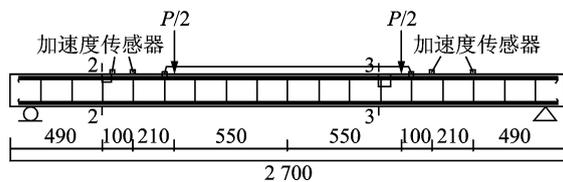


图3 2#梁的加载与边界条件(单位:mm)

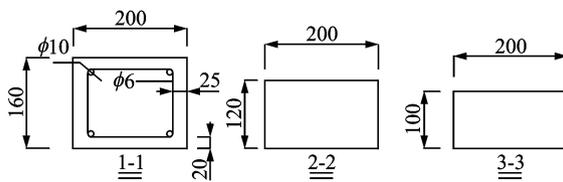


图4 剖面1-1,2-2,3-3(单位:mm)

3.2 试验过程及数据采集

试验中,荷载逐级增加直至梁完全破坏而丧失承载能力,表2列出了每级荷载值的大小。

表2 各级荷载值

等级	1	2	3	4	5	6	7	8	9
荷载/ kN	0	5	7.5	10	12.5	15	17.5	20	22.5

加载时,每级荷载保持10 min,观察记录试件的裂缝开展情况。然后卸载,测量在冲击锤(LC-02A)作用下的自由振动加速度信号,采样频率为

2 560 Hz,加速度信号由 YE5858B 电荷放大器放大后,由信号采集与分析软件 CRAS 采集记录。根据试验结果,1# 梁在第 9 级加载时完全破坏,2# 梁在第 6 级加载时完全破坏而丧失承载能力。表 3 和表 4 分别给出了各级荷载作用下梁的裂缝情况,其中大裂缝是指裂缝宽度大于 0.3 mm 的宏观裂缝。图 9 为用开裂指标表示的裂缝发展情况,y 轴为各级荷载与梁破坏时的极限荷载比值,x 轴为宏观裂缝数。

表 3 1# 梁的裂缝情况记录

荷载等级	裂缝总数	大裂缝数	最大裂缝宽度/mm	最大裂缝长度/mm
1	0	0	0.0	0.0
2	0	0	0.0	0.0
3	9	0	0.2	6.5
4	14	0	0.25	9.0
5	15	1	0.35	9.0
6	17	1	0.4	9.5
7	20	5	0.5	11.0
8	21	5	0.6	12.5
9	22	13	1.2	15.0

表 4 2# 梁的裂缝情况记录

荷载等级	裂缝总数	大裂缝数	最大裂缝宽度/mm	最大裂缝长度/mm
1	0	0	0.0	0.0
2	2	0	0.08	8.0
3	10	0	0.12	8.0
4	12	0	0.2	11.0
5	15	5	0.4	12.0
6	17	6	3.0	12.0

4 试验数据分析

4.1 完整梁的分析

图 5 绘制出了右侧传感器在第 1 级加载时振动响应信号的采样数据。取 τ_1 和 τ_2 计算范围为 0~100,利用式(2)计算它的三阶累积量 $c_3^s(\tau_1, \tau_2)$,相应的等值线图如图 6 所示,同样的方法计算右侧传感器第 2 级至第 9 级加载的三阶累积量。对各级荷载下的三阶累积量矩阵进行奇异值分解,取每级荷载的前 8 个最大主奇异值(记为 s_1, s_2, \dots, s_8)绘制主奇异值变化过程线如图 7 所示。

计算左侧传感器在第 1 级至第 9 级加载时所监测信号的三阶累积量奇异值分解结果如图 8 所示。

分析图 7 和图 8,三阶累积量的最大主奇异值曲线的变化规律同 1# 梁在逐级加载过程中裂缝的

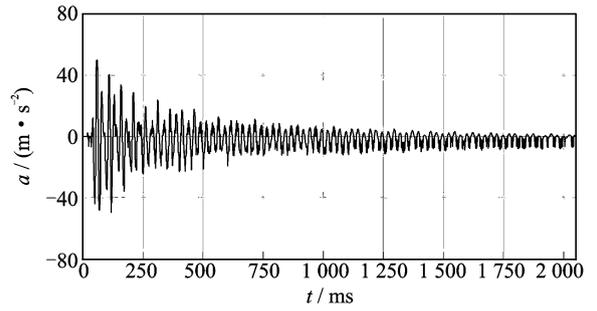


图 5 1# 梁右侧第 1 级加载时的振动加速度采样数据

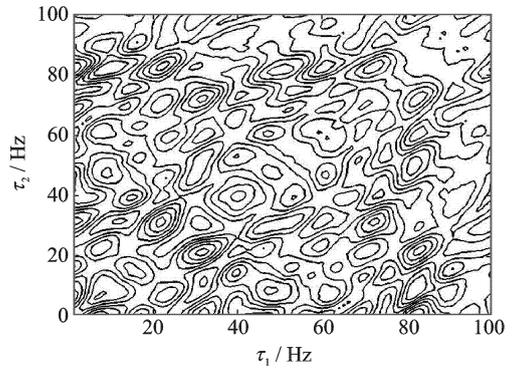


图 6 1# 梁右侧第 1 级加载时的信号三阶累积量等值线图

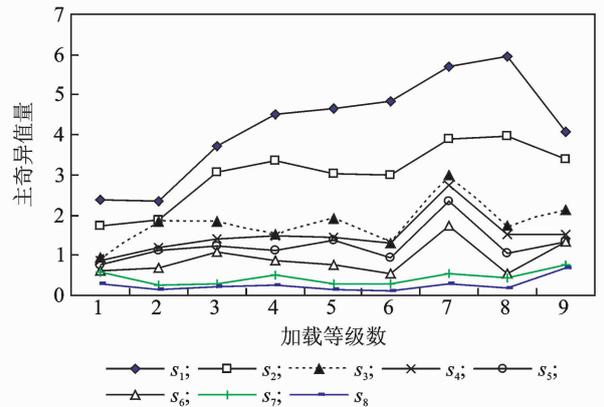


图 7 1# 梁右侧信号三阶累积量的主奇异值变化过程线

开裂与发展情况相一致,反映了结构损伤的演化过程。

梁左、右侧点反映出的变化规律基本相同,但是,由于梁体损伤过程中的非对称性和随机性,使得左右测点的变化又有着各自的特点。

第 1~5 级加载过程中,各最大主奇异值基本呈现逐渐增大的趋势,表明此阶段结构虽有微裂缝产生,但损伤程度不严重。第 4 级加载时,右侧测点的 s_3, s_4, s_5 和左侧测点的 s_2 值略有下降,表明梁体结构有损伤存在,左侧损伤程度要大于右侧,试验中,此时已观察到 14 条微裂缝,还没有大裂缝出现。

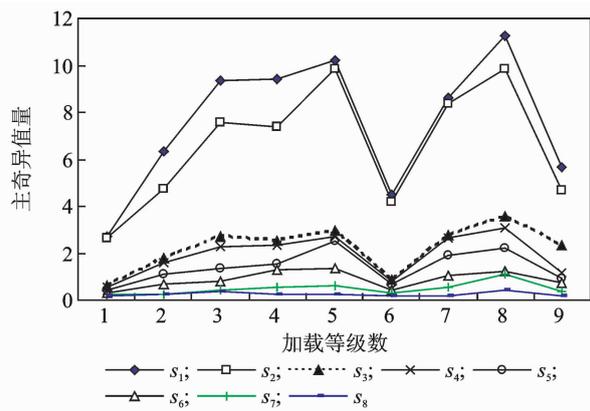


图8 1#梁左侧信号三阶累积量的主奇异值变化过程线

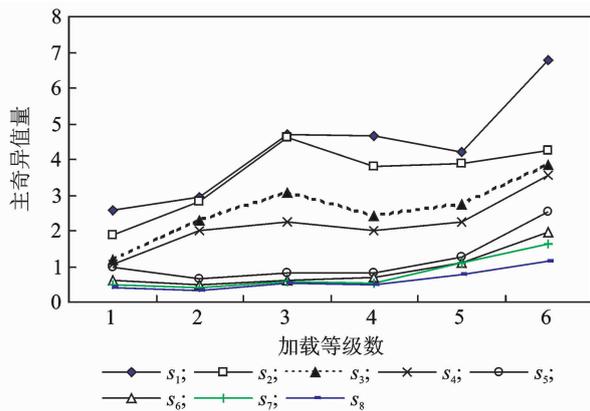


图10 2#梁右侧信号三阶累积量的主奇异值变化过程线

第6级加载时,右侧测点的 $s_3 \sim s_5$ 和左侧测点的 $s_1 \sim s_5$ 值明显下降,其中,左侧测点 s_1 的值从第5级荷载时的10.2424减小到第6级荷载时的4.5162, s_2 的值从第5级荷载时的9.8335减小到第6级荷载时的4.1868,表明梁体结构有严重损伤存在,左侧损伤程度要大于右侧。试验中,此时已观察到17条裂缝,其中有1条大裂缝出现。裂缝开展理论认为,荷载达到极限荷载的70%~90%时,裂缝开始有大的快速发展,宏观裂缝开始汇聚形成^[17-18],1#梁的极限荷载22.5 kN的70%是15.75 kN,刚好是第6级荷载,最大主奇异值指标较好地验证了这个规律(见图9)。

第9级加载时,左右测点的 s_1, s_2 值均明显下降,此时结构已观察到裂缝22条,其中,13条大裂缝,丧失承载能力。

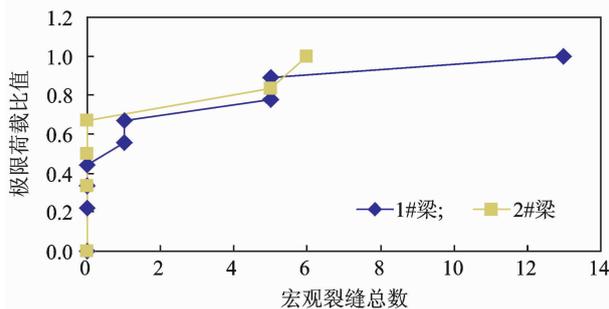


图9 钢筋混凝土梁开裂指标图

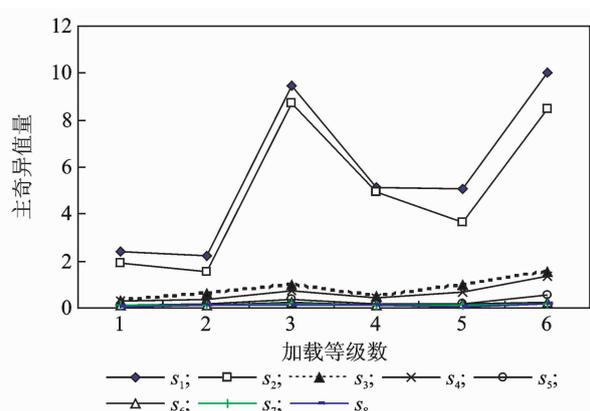


图11 2#梁左侧信号三阶累积量的主奇异值变化过程线

加载时均表现出下降趋势,在第6级加载时又增大。

第4级加载后,右侧测点的 s_2, s_3, s_4 和左侧测点的 s_1, s_2 值有明显降低,表明梁体结构有明显损伤。试验中,此时观察到裂缝有12条,但没有大裂缝出现。从曲线上可以看出,第5级加载时,右侧测点的 s_1 值和左侧测点的 s_2 值均明显减小,结构损伤明显加剧,此时,已观察到15条裂缝,其中大裂缝5条。2#梁的极限荷载15 kN的70%是10.5 kN,刚好是第4级荷载,符合裂缝开展理论认为的荷载达到极限荷载的70%~90%时裂缝开始有大的快速发展,宏观裂缝开始汇聚形成的规律。

第6级加载时,结构完全破坏而丧失承载能力,但此时的各最大主奇异值数值明显增大。分析原因,可能是由于2#梁为带有缺陷的钢筋混凝土梁,梁体损伤的裂缝基本集中在凹槽处的梁底,完全破坏后,梁体成为相对独立的三段,每一段梁体中的裂缝并不多,损伤程度相对较小。此时监测到的振动信号为传感器所在梁段的结构信息,因此,奇异值增大。

4.2 缺陷梁的分析

对2#梁第1~6级加载下采样信号进行计算分析,图10和图11分别绘制出了2#梁右侧和左侧测点三阶累积量奇异值分解结果。

可以看出,2#梁左、右侧测点 s_1 和 s_2 的变化规律基本一致,在第3级加载时明显增大,在第4,5级

4张图具有相近的变化规律,即指标先逐渐增大,此时微观裂缝逐渐形成扩展,形成越多的短而小的裂缝(大多数肉眼不可见);荷载达到极限荷载的70%时裂缝开始有大的快速发展,宏观裂缝开始汇聚形成。微裂缝在振动时的张开与闭合变化对结构的刚度等物理力学参数影响显著,宏观裂缝由于裂缝宽度较大,在结构振动时不能有效地闭合,而对结构的时变非线性影响较小,因而指标下降。大于0.3 mm的大裂缝开始出现和增多,由于微观裂缝的汇聚,虽然大裂缝条数增多,但是整体条数可能降低。由于大裂缝处受力截面减少,应力相对较大,裂缝顺着大裂缝发展。此后,指标再次上升,表明宏观裂缝出现大发展,损伤再次加剧。

5 结束语

从试验数据的分析结果来看,三阶累积量的最大主奇异值能够直观清晰地呈现出钢筋混凝土梁在各级荷载作用下结构损伤的变化情况,分析结果与试验中裂缝开展的观察结果比较吻合,表明该方法还是令人满意和有效的。

该方法能有效地抑制信号中加性高斯噪声的干扰,计算方便,反映出的信息直观有效。虽然主奇异值可以准确地反映出结构损伤程度的变化,但是还需要进一步研究其所代表的具体物理意义,便于进一步工程应用和分析。

致 谢 谨对浙江大学结构工程试验室提供设备和技术支持表示感谢。

参 考 文 献

[1] 刘国华,吴志根.引入信息熵理论的砼结构损伤动力识别新思路[J].振动与冲击,2011,30(6):162-171.
Liu Guohua, Wu Zhigen. New thought on dynamic identification technology for damage detection of RC structures by introducing information entropy theory [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(6): 162-171. (in Chinese)

[2] 王术新,姜哲.基于结构振动损伤识别技术的研究现状及进展[J].振动与冲击,2004,23(4):99-102.
Wang Shuxin, Jiang Zhe. Present developing situation and research advances in the field of structural damage detection[J]. Journal of Vibration and Shock, 2004, 23(4): 99-102. (in Chinese)

[3] 周宁娜,史兴岭,南洪.论梁结构损伤的诊断方法[J].

水利与建筑工程学报,2010,8(1):140-143.
Zhou Ningna, Shi Xingling, Nan Hong. Study on damage detection for beam structures[J]. Journal of Water Resource and Architectural Engineering, 2010, 8(1): 140-143. (in Chinese)

[4] 胡家顺,冯新,李昕,等.裂纹梁振动分析和裂缝识别方法研究进展[J].振动与冲击,2007,26(11):146-152.
Hu Jiashun, Feng Xin, Li Xin, et al. State-of-art of vibration analysis and crack identification of cracked beams[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(11):146-152. (in Chinese)

[5] Doebling S W, Farrar C R, Prime M B. A summary review of vibration-based damage identification methods[J]. Shock and Vibration Digest, 1998, 30(2): 91-105.

[6] 易伟建,段素萍.带裂缝钢筋混凝土梁的非线性振动特征识别[J].振动与冲击,2008,27(3): 26-29,41.
Yi Weijian, Duan Suping. Identification of nonlinear dynamical characteristics of cracked reinforced concrete beam[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(3):26-29,41. (in Chinese)

[7] 任宜春,易伟建.钢筋混凝土梁的非线性振动识别研究[J].工程力学,2006,23(8):90-95.
Ren Yichun, Yi Weijian. Identification of the nonlinear vibration characteristics of reinforced concrete beams [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(8):90-95. (in Chinese)

[8] Neild S A, Williams M S, Mcfadden P D. Nonlinear vibration characteristics of damaged concrete beams [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(2): 260-268.

[9] 段向阳,王永生,苏永生.切片双谱分析在离心泵故障诊断中的应用[J].振动、测试与诊断,2010,30(5): 581-584.
Duan Xiangyang, Wang Yongsheng, Su Yongsheng. Application of slice bispectrum analysis to fault diagnosis of centrifugal pump [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(5): 581-584. (in Chinese)

[10] Chen J, Hagiwara I, Su X, et al. A bispectrum feature extraction enhanced structure damage detection approach[J]. The Japan Society of Mechanical Engineers International Journal Series C, 2002, 45(1):121-126.

[11] Rivola A. Comparison between second and higher order spectral analysis in detecting structural damages [C]// Proceedings of 7th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics. [S. l.]: Southampton, 2000:937-950.

- [12] Nikias C L, Mendel J M. Signal processing with higher-order spectra[J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Signal Processing Magazine, 1993, 10(3):10-37.
- [13] 范虹, 孟庆丰, 张优云, 等. 基于三阶累积量对角切片的信号特征检测[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(36): 7-8, 109.
Fan Hong, Meng Qingfeng, Zhang Youyun, et al. Signal feature detection based on third order cumulant diagonal slice[J]. Computer Engineering and Application, 2006, 42(36): 7-8, 109. (in Chinese)
- [14] 孙鑫晖, 张令弥, 王彤. 基于奇异值分解的频响函数降噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2009, 29(3): 325-328.
Sun Xinhui, Zhang Lingmi, Wang Tong. Noise reduction of frequency response function using singular value decomposition[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(3): 325-328. (in Chinese)
- [15] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 263-348.
- [16] 罗家洪. 矩阵分析引论[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 2005: 133-134.
- [17] Wu Zhigen, Liu Guohua, Zhang Zihua. Experimental study of structural damage identification based on modal parameters and decay ratio of acceleration signals [J]. Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China, 2011, 5(1): 112-120.
- [18] Salawu O S. Detection of structure damage through changes in frequency: a review [J]. Engineering Structures, 1997, 19(9): 718-723.



第一作者简介: 李富强, 男, 1970 年 11 月生, 讲师。主要研究方向为结构安全监测与数据分析。曾发表《大坝监测数据分析中信息扩散估计的应用》(《水力发电学报》2006 年第 25 卷第 4 期) 等论文。

E-mail: lifuqiang@zju.edu.cn

