

钻柱内声传输特性的信道建模与分析*

李 成^{1,2}, 井中武^{1,2}, 樊尚春^{1,2}, 刘 钊^{1,2}, 丁天怀³

(1. 北京航空航天大学虚拟现实技术与系统国家重点实验室 北京, 100191)

(2. 北京航空航天大学“惯性技术”重点实验室 北京, 100191) (3. 清华大学精密仪器与机械学系 北京, 100084)

摘要 为准确获取钻柱信道内声信号传输特性, 基于一维低频纵波传输理论, 应用有限差分法和传递矩阵法构建了周期性管结构钻柱信道模型, 引入不同接收边界、钻柱长度等实际条件进行了信道瞬态响应仿真, 研究了两种建模方法在信道模型求解中的性能, 并分析了空间步长对信道模型分析的影响规律。计算结果表明, 两种方法均能获得通阻带交替且通带伴有谐振尖峰的梳状滤波器频谱结构; 但对于较长钻柱, 受网格划分与步长选取影响, 有限差分法引入的数值计算误差将产生频散, 并导致通带平滑且谐振尖峰数目减少, 而传递矩阵法则更适用于较长或具有非周期性结构的复杂钻柱信道频域分析。

关键词 钻柱; 周期结构; 信道建模; 振动检测; 声传输特性

中图分类号 O421; O242; TH87

引 言

随钻测井技术可在钻头钻开地层的同时, 取得各种重要的信息, 已成为井下动态参数实时测量的主要形式^[1-2]。在当前井下数据传输技术中, 传统的随钻测井传输方式为泥浆脉冲和极低频电磁波地层传输, 但载波频率分别低于 100 和 30 Hz, 限制了传输速率, 而以钻柱为介质的井下低频声波传输技术因不会像极低频电磁波传输受地层影响, 且可获得较高的传输速率, 近年来受到国内外石油界日益广泛的关注^[3]。复杂的钻柱结构与井下工况易导致信道内存在严重的多重回波、振动噪声与声耦合损耗, 从而影响信道信噪比, 限制声遥测距离^[4]。为能够准确地获取钻柱信道响应特性, 实现钻柱声遥测技术中振动噪声抑制与声通信信号提取, 需有效构建钻柱信道的声信号传输模型。目前传递矩阵法和有限元法在求解结构体动态特性和稳定性中应用广泛^[5]。有限差分法^[6-7]和传递矩阵法^[8-9]被国内外学者用于钻柱信道建模, 但建立的模型多以理想边界下较短的有限长钻柱为研究对象, 同时由于算法求解方式的差异, 两种建模方法在分析信道特性时会表现出不同的响应特征。这种求解差异会影响传输信道的有效分析。为此, 笔者应用有限差分法和传

递矩阵法构建周期性管结构信道传输模型, 在考虑实际边界条件下, 研究了在求解信道模型中的应用特点及其对声传输特性的影响规律。

1 信道建模方法

如图 1 所示, 井下声遥测钻柱信道主要是由多节钻杆和管箍组成的周期性管结构。应用中心差分有限单元法, 细分钻杆和管箍, 考虑不同微元间有限差分的边界条件, 根据钻柱内一维低频纵波的有限差分算法^[6], 可得到各微元节点相对于平衡位置的位移 u_i^j , 即

$$u_n^{j+1} = 2 \frac{z_{n+1/2} u_{n+1}^j + z_{n-1/2} u_{n-1}^j}{z_{n+1/2} + z_{n-1/2}} - u_n^{j-1} \quad (1)$$

其中: u_n^j 为 $j \Delta t$ 时刻和 x_n 节点处的位移。

由此可获得不同激励条件下钻柱的瞬态振动规律, 掌握声信号在钻柱信道内的传输过程。

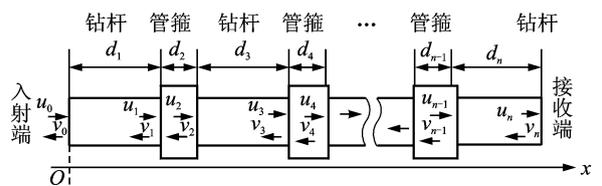


图 1 钻柱信道结构模型示意图

对于传递矩阵法, 参考图 1, 钻柱由 n 节钻杆与

* 国家自然科学基金资助项目(50905095, 61121003)
收稿日期: 2012-03-21; 修改稿收到日期: 2012-06-28

$n-1$ 节管箍构成,取轴向为 x 轴,各节钻杆与管箍的长度依次为 d_1, d_2, \dots, d_n ,信号激励端位于左边界。声波沿 x 轴纵向传播时,在钻杆与管箍的阻抗突变处发生透射与反射,形成多重回波信号。根据钻柱内一维纵波波动方程

$$c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (2)$$

其位移解为

$$U(x, t) = (ue^{jkx} + ve^{-jkx})e^{-j\omega t} \quad (3)$$

其中: u, v 分别为入射波和反射波在界面处的振动位移幅值; c 为声波波速; k 为波数; ω 为角频率。

式(3)可改写为

$$U(x, t) = U(x)e^{-j\omega t} \quad (4)$$

其中

$$U(x) = \cos(kx)(u + v) + j\sin(kx)(u - v) \quad (5)$$

根据弹性理论中的胡克定律,可得界面处截面上的法向作用力 $F^{[10]}$ 为

$$F = \rho ac^2 k [\sin(kx)(u + v) - j\cos(kx)(u - v)] \quad (6)$$

位移 U 和作用力 F 可以矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix} = \mathbf{A}(x) \begin{bmatrix} u + v \\ u - v \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{A}(x) = \begin{bmatrix} \cos(kx) & j\sin(kx) \\ \rho ac^2 k \sin(kx) & -j\rho ac^2 k \cos(kx) \end{bmatrix}$$

对于第1节钻杆,在钻柱左边界 $x=0^+$ 处(符号“+”表示界面右侧),则

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=0^+} = \mathbf{A}(0) \begin{bmatrix} u + v \\ u - v \end{bmatrix}_{x=0^+} \quad (8)$$

其中: $\mathbf{A}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j\rho ac^2 k \end{bmatrix}$ 。

同理,将图1中的 x 轴原点由 $x=0^+$ 移至第1节管箍的左侧,即在第1节管箍与第1节钻杆的左侧界面 $x=d_1^-$ 处(符号“-”表示界面左侧),则

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_1^-} = \mathbf{A}(d_1) \begin{bmatrix} u + v \\ u - v \end{bmatrix}_{x=0^+} \quad (9)$$

联立式(8)和(9),则

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_1^-} = \mathbf{A}(d_1)\mathbf{A}^{-1}(0) \begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=0^+} \quad (10)$$

依次类推,将图1中的 x 轴原点由 $x=0^+$ 移至第 $n-1$ 节管箍的左侧,则在第 $n-1$ 节管箍与第 n 节钻杆的右侧界面处有

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_n^-} = \mathbf{A}(d_n)\mathbf{A}^{-1}(0) \begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_{n-1}^+} \quad (11)$$

由于界面处满足位移和应力连续的关系,即

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_1^-} = \begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_1^+}, \text{ 则信道的接收边界与激励边}$$

界存在如下关系,即

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_n^-} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=0^+} \quad (12)$$

其中: $\mathbf{M} = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \cdots \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1$,即为传递矩阵。

为求解整个钻柱信道的输入/输出关系,定义钻柱右边界接收端处入射波和反射波的位移分别为 u_R 和 v_R ,则

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=d_n^-} = \left(\mathbf{A}(0) \begin{bmatrix} u_R + v_R \\ u_R - v_R \end{bmatrix} \right)_{x=d_n^-} \quad (13)$$

在钻柱右边界接收端处施加激励信号,则仅考虑入射波,取其位移为 u_T ,则

$$\begin{bmatrix} U \\ F \end{bmatrix}_{x=0^+} = \left(\mathbf{A}(0) \begin{bmatrix} u_T \\ u_T \end{bmatrix} \right)_{x=0^+} \quad (14)$$

由式(12)~(14)可知

$$\mathbf{A}(0) \begin{bmatrix} u_R + v_R \\ u_R - v_R \end{bmatrix}_{x=d_n^-} = \mathbf{M} \left(\mathbf{A}(0) \begin{bmatrix} u_T \\ u_T \end{bmatrix} \right)_{x=0^+} \quad (15)$$

定义钻柱左、右边界处激励信号与接收信号之间的比值为 T ,即 $T = u_T/u_R$ 。

设传递矩阵 $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}$,则式(15)可解得

$$T = \frac{2j\rho ac^2 k}{j\rho ac^2 k(m_{11} - j\rho ac^2 k m_{12}) - (m_{21} - j\rho ac^2 k m_{22})} \quad (16)$$

即 T 为关于波数 k 的函数,而 $k = 2\pi f/c$,则 T 与 f 之间的函数关系反映了钻柱信道的频谱响应。

2 建模仿真与分析

基于建立的信道模型,应用有限差分法和传递矩阵法对由多节钻杆与管箍构成的周期性结构钻柱信道的声传输特性进行数值模拟仿真。钻柱结构参数如表1所示。

表1 钻柱的结构参数

参数	d/m	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	a/cm^2
钻杆	8.686 8	7 870	24.52
管箍	0.457 2	7 870	129.0

2.1 空间步长对信道建模的影响

由于有限差分法是对连续波动方程的数值近似,钻柱结构的网格离散会带来计算误差。因此,网格划分的空间步长对信道建模仿真有重要影响。为研究空间步长对波传播速度的影响,选取归一化的

步长 dx 依次为管箍大小的 $1, 1/2, 1/4, 1/6, 1/8, 1/10$ 和 $1/20$, 分别以“10根钻杆-9个管箍”、“20根钻杆-19个管箍”和“30根钻杆-29个管箍”等3种钻柱结构进行仿真分析。在数值计算中, 取纵波在实际连续介质中的传播速度为 c , 以及钻柱长度除以首波到达时间为数值波速 c_s , 定义两波速间的数值计算误差为 $\xi = (c_s - c)/c$, 则不同钻柱长度下空间步长引起的介质内波速误差如图2所示。

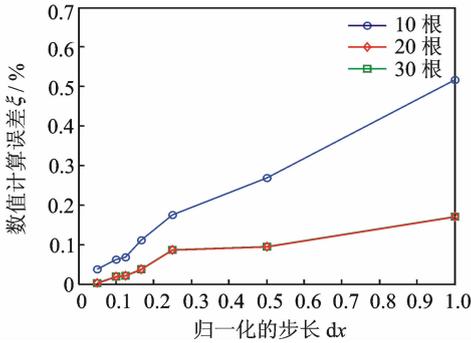


图2 空间步长对介质内传播波速的影响

考虑到有限差分算法也会导致群速度和相速度依赖于波的频率, 即造成数值频散, 定义 c_p 为相速度, k 为波数, c_p^* 为数值相位速度, k^* 为修正波数, 则由 Fourier 误差分析^[11] 可知

$$\frac{c_p^*}{c_p} = \frac{k^*}{k} \quad (17)$$

式(17)反映了有限差分格式对数值频散的影响。对式(2)应用一阶中心差分格式, 根据式(17)推导形式, 以“10根钻杆-9个管箍”为例, 图3给出了不同空间步长与数值相位速度和波数关系(dx 定义同上)。

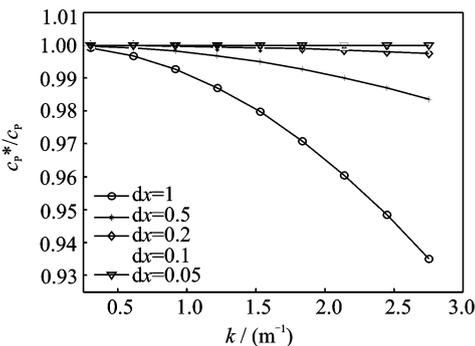


图3 空间步长与数值相位速度和波数的关系

由图2,3可知, 在同一钻柱长度下, 随着选取空间步长的明显减小, 有限差分法引起的波速误差变小, 相应数值频散现象会得到一定改善。为保证接收信号能量, 则需相应增加观察时间长度。但这样, 一方面会加大运算量; 另一方面, 又受到计算机容量限制, 故需合理选择空间步长及其对应的时间步长

的大小。同时, 根据图3可知, $c_p^*/c_p \leq 1$, 即数值相位速度比实际相速度传播得慢, 并与修正波数 k^* 有关, 是关于波数的一个函数。通常情况下, 修正波数一般为复数, 因此数值近似将引入频散, 而波数的实部、虚部在周期性结构信道中反映了通、阻带频谱结构。不同的有限差分算法格式对应不同的 c_p^*/c_p 比值, 这将导致不同的数值频散特性以及由此引起的信道频响特性。

2.2 考虑接收边界的信道建模

在利用有限差分法和传递矩阵法研究钻柱信道内声波传播特性时, 通常假设接收端为理想无穷接收边界, 以简化分析模型。但实际情况下, 钻柱顶端承受钢丝绳向上拉力和钻盘向下的压力, 井底振动传到顶端已有很大衰减, 钻柱顶端的振动可处理为准静态过程, 则在井下数据的上行信道中钻柱顶端处的接收端取为固定边界^[12]。对于固定接收边界(图4), 在有限差分法中^[5]可取 $u_n^i = 0$; 但在传递矩阵法中, 对第 n 节钻杆而言, 则要求左边界 $x=0$ 的界面处位移连续, 右边界 $x=d_n$ 处位移振幅为零, 即

$$\begin{cases} U(x)_{x=0^+} = U(x)_{x=0^-} \\ U(x)_{x=d_n^-} = ue^{ikd_n^-} + ve^{-ikd_n^-} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

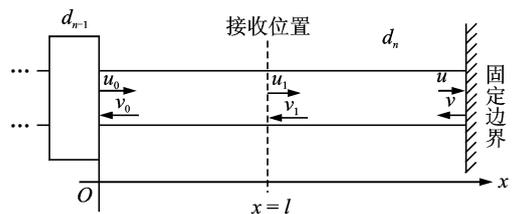


图4 固定边界声传输示意图

因此, 根据式(18)定义的边界条件, 当接收位置与右边界相距为 $d_n - l$ 时, 则有

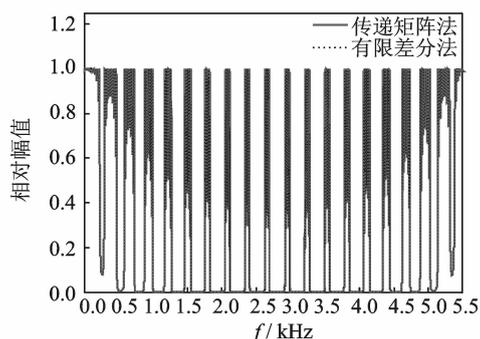
$$v = -ue^{2jk(d_n - l)} \quad (19)$$

将式(19)带入式(15), 则

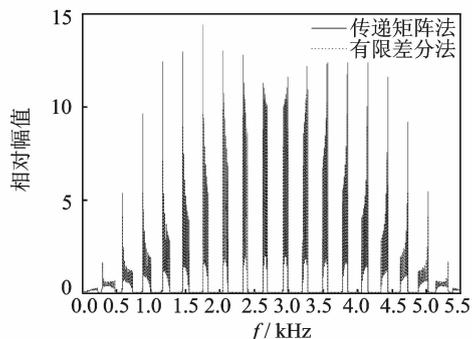
$$T = \frac{1 - e^{2jk(d_n - l)}}{m_{11} - j\rho ac^2 km_{12}} \quad (20)$$

结合式(20), 应用传递矩阵法可获得固定接收边界条件下周期性管结构钻柱信道内声信号传输特性的频域响应。

以10根钻杆和9根管箍组成的钻柱信道为例, 以1根管箍长度作为有限差分法的空间步长 dx , 进行钻柱的网格划分。在钻柱左边界施加单位脉冲激励, 在理想无穷接收边界条件下, 接收位置位于钻柱右端面处; 在固定接收边界条件下, 接收位置位于距右端面1根管箍的位置处, 则不同接收边界条件下信道响应的频域仿真结果如图5所示。



(a) 无穷接收边界



(b) 固定接收边界

图5 不同接收边界下周期性信道的频域响应

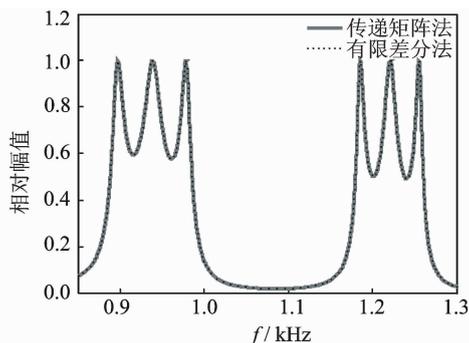
由此可知,上述两种信道建模方法均获得了基本一致的通阻带交替且通带内存在谐振尖峰的梳状滤波器频谱结构。但相对于无穷边界,固定边界引起的声阻抗突变导致接收信号中存在较强的回波反射,造成接收信号的强度大幅增加,即图5(b)中的信号幅度高于图5(a)。同时,导致通带内高、低频响应不均匀,使各通带内高频信号得到不同程度的衰减。这种频选现象是由端面引起的周期性多重回波产生的,将影响信道容量与信噪比。

2.3 考虑钻柱长度的信道建模

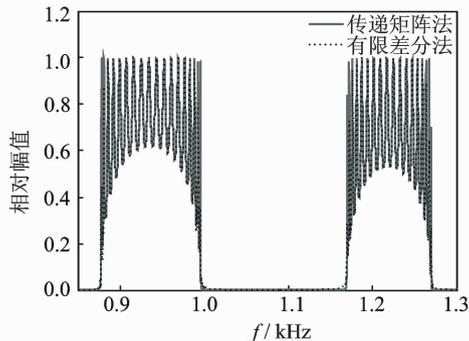
在随钻测井中,钻柱长度的变化会对信道的传输特性产生影响。为简化分析,取有限差分法中归一化步长 dx 仍为1个管箍长度,分别利用“5根钻杆-4个管箍”、“20根钻杆-19个管箍”、“100根钻杆-99个管箍”和“200根钻杆-199个管箍”等4种结构进行仿真,激励条件同上,仿真结果如图6所示。

由图6可知,上述两种信道建模方法均获得了基本一致的通阻带交替梳状滤波器频谱结构。但随着仿真钻柱长度的增加,有限差分法获得的信道响应通带包络变窄,且通带内谐振尖峰数量减少(表2)。

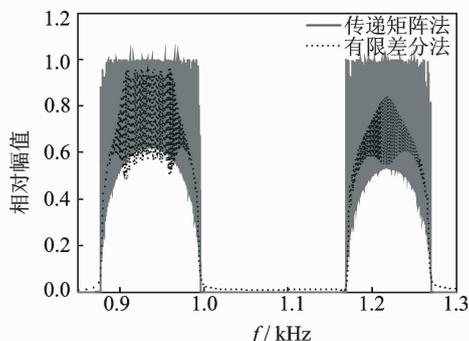
这与实际的周期性管结构信道声传输特性不相符。因为若整个信道包含 N 个钻杆/管箍,当频率由通带的下沿向上沿增加时,信道内共增加 N 个半波长,且边界端面之间的入射波与反射波因相位相



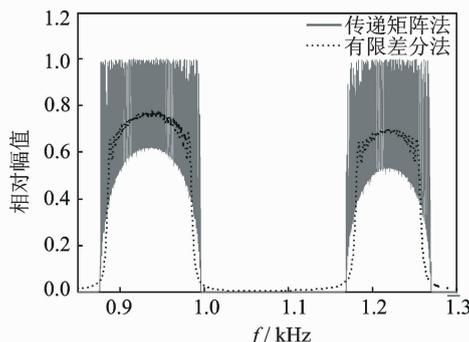
(a) 5根钻杆-4个管箍



(b) 20根钻杆-19个管箍



(c) 100根钻杆-99个管箍



(d) 200根钻杆-199个管箍

图6 不同钻柱长度下周期性信道的频域响应

表2 不同建模方法下通带内谐振尖峰的数量

钻柱结构	传递矩阵法	有限差分法
5 钻杆-4 管箍	3	3
20 钻杆-19 管箍	18	18
100 钻杆-99 管箍	98	67
200 钻杆-199 管箍	198	35

同叠加而发生 $N-1$ 次共振,将产生 $N-1$ 个谐振

尖峰。而传递矩阵法可获得较为准确的信道响应。这是因为有限差分法进行弹性波动方程求解时存在截断误差,当钻柱较长时,其随计算迭代次数的增多而增加。而传递矩阵方法基于解析解,利用多节钻杆与管箍之间的波形迭代进行求解,不发生计算截断误差。比较图6可看到,钻柱长度的变化引起通带上、下限频率发生改变,这种现象与钻杆长度有关^[5-6]。若选用的多节钻杆具有不同长度,则这种不均匀性将导致信道通带范围缩小,降低传输速率。

总之,对于理想的周期性管结构钻柱结构,有限差分法和传递矩阵法都能通过质点处振动位移信息获取信道声传输特性,但在随钻测井中由于井下仪器串测试以及加装减震或稳定器等机构,实际钻柱不再具有严格的周期性结构,而表现为非周期不规则复杂结构。这时,传递矩阵法通过获取整个钻柱中每节管体的结构参数,可较方便、准确地进行信道建模与声传输特性分析^[13]。

3 结束语

针对周期性管结构信道内声传输特性,应用有限差分法和传递矩阵法构建了信道模型,推导了反映纵波在信道内传播特性的输入-输出关系,并引入实际边界条件进行了信道响应仿真。数值计算结果表明,两种建模方法均能获得基本一致的通阻带交替的梳状滤波器频谱结构,但有限差分法的网格离散总会引入计算误差,导致数值频散。虽缩小网格空间步长可降低数值频散,但当步长选取不适时将影响信道频响规律,且使通带内谐振尖峰数量变少,获得与实际不符的信道声传输特性。基于声波在整个信道内不同传输单元之间的透、反射原理,传递矩阵法不存在网格微元划分的截断误差,更适于对较长或具有非周期性结构复杂钻柱信道进行频域分析。

参 考 文 献

- [1] Kull B J, Duff R G, Clarke A J, et al. Distributed downhole measurements describe salt drilling while underreaming[J]. *Journal of Petroleum Technology*, 2010, 62(2): 44-47.
- [2] McNeill D, Reeves M, Hernandez M, et al. "Intelligent" wired drill-pipe system allows operators to take full advantage of latest downhole sensor developments [C]// *Proceedings of International Petroleum Technology Conference*. Kuala Lumpur, Malaysia, Society of Petroleum Engineers, 2008, 3: 1659-1665.
- [3] George H, Edgar A, Arild D F, et al. Implementation of advanced acoustic telemetry system adds value and

efficiency to well testing operations[C]// *Proceedings of SPE-Asia Pacific Oil and Gas Conference*. Jakarta: Indonesia, Society of Petroleum Engineers, 2003: 606-620.

- [4] 李志刚,管志川,王以法. 随钻声波遥测及其关键问题分析[J]. *石油矿场机械*, 2008, 37(9): 6-9.
Li Zhigang, Guan Zhichuan, Wang Yifa. Acoustic telemetry while drilling and analysis on its key problems [J]. *Oil Field Equipment*, 2008, 37(9): 6-9. (in Chinese)
- [5] 郭兰满,黄迪山,朱晓锦. 传递矩阵法分析轴向受力智能梁的振动和稳定性[J]. *振动、测试与诊断*, 2011, 31(1): 78-84.
Guo Lanman, Huang Dishan, Zhu Xiaojin. Transverse vibration and stability analysis of smart beam subject to axial force[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2011, 31(1): 78-84. (in Chinese)
- [6] Drumheller D S. Extensional stresswaves in one-dimensional elastic waveguides[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1992, 92(6): 3389-3402.
- [7] Drumheller D S. Wave impedances of drill strings and other periodic media[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2002, 112(6): 2527-2539.
- [8] Niels J C L, Sjoerd W R, Ivo J B F A. Sound transmission through a periodic cascade with application to drill pipes[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1998, 103(5D): 2302-2311.
- [9] Wang Chunyan, Qiao Wenxiao. Using transfer matrix method to study the acoustic property of drill strings [C]// *IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*. Vancouver Canada: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2006: 415-419.
- [10] 杜功焕,朱哲民,龚秀芬. 声学基础[M]. 南京:南京大学出版社, 2001: 182-186, 513-529.
- [11] Du Qizhen, Li Bin, Hou Bo. Numerical modeling of seismic wavefields in transversely isotropic media with a compact staggered-grid finite difference scheme[J]. *Applied Geophysics*, 2009, 6(1): 42-49.
- [12] 李成,丁天怀,陈恩. 周期性管结构信道的声传输方法分析[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(2): 12-16.
Li Cheng, Ding Tianhuai, Chen Ken. Analysis of acoustic transmission method in the periodic cascade channel with its application to drill pipes[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(2): 12-16. (in Chinese)
- [13] 周静,傅鑫生,张峰,等. 一种周期性钻杆的无缝声波传输通道的建模方法 [P]. 中国专利: CN200910022642.0, 2009.



第一作者简介:李成,男,1977年5月生,博士,副教授。主要研究方向为先进传感与智能仪器、振动测试技术。曾发表《An experimental rig for near-bit force measurement and drillstring acoustic transmission of BHA》(《Measurement》2011, Vol. 44, No. 4)等论文。
E-mail: licheng@buaa.edu.cn.