

采用仿射变换的桨叶变形摄像测量 Newton-Raphson 算法*

高亚东， 刘荣明， 王华明

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国防科技重点实验室 南京, 210016)

摘要 提出一种基于仿射变换的(Newton-Raphson, 简称 N-R)数字图像相关算法。首先, 采用人机交互的方法在变形前后的图像中选取匹配特征点, 计算仿射变换参数; 然后, 根据仿射变换位移模式计算目标子区中心点的位移, 将其用作 N-R 算法的初值。为降低计算量, 采用全场插值, 插值运算次数降为常规插值的 1% 左右。仿真测试表明, 基于仿射变换的 N-R 算法在精度保持不变的情况下显著减少计算时间, 克服了常规 N-R 算法计算量大、效率低、只适用于无刚体转动目标等缺陷, 为开发直升机桨叶变形摄像测量系统提供了算法基础。

关键词 直升机; 摄像测量; 特征点匹配; 仿射变换; Newton-Raphson 算法
中图分类号 P234.1; TP391

引 言

桨叶变形的准确测量对直升机动力学精细化设计具有重要价值。常用的电阻应变片法对被测物体-表面质量、温度、电磁干扰等因素有较高要求, 且难以在旋转桨叶上实现。探索利用数字图像相关技术实现非接触式桨叶变形测量具有重要的理论意义与实用价值。在数字图像相关技术中, 寻求图像间最佳匹配的相关运算是核心。其中, 如何提高计算精度降低计算量, 是图像相关算法的研究重点。目前, 相关算法主要有双参数法、粗细搜索法、十字搜索法、(Newton-Raphson, N-R)法等。由于双参数法和粗细搜索法的计算量较大, 应用较少。十字搜索法搜索速度很快, 但对亚像素搜索精度不高^[1]。N-R 算法可同时获得位移和应变信息, 需要较准确的初值估计。通常用整像素搜索结果作为其初值, 但整像素搜索方法计算量大, 对于有刚体转动的测量目标适用性差。针对上述变形摄像测量中的难题, 笔者尝试采用人机交互的方法, 在变形前后图像上选取三对匹配的特征点, 求得仿射变换的变换系数, 根据仿射变换的位移模式计算得到目标子区中心点的位移作为 N-R 算法的初值, 以克服整像素搜索方法的不足, 为桨叶变形摄像测量系统提供关键算法。

1 Newton-Raphson 算法

N-R 算法考虑模板窗口的变形, 可同时获得位移和应变, 摒弃对目标子区零应变的假设。图 1 给出了图像子区在变形前后的映射关系, 其中点 $P(x_0, y_0)$ 为样本子区的中心, $P'(x'_0, y'_0)$ 为 P 点在变形图像子区中的对应点。点 $Q(x, y)$ 为图像子区内任一点, 它在变形后图像子区的对应点为 $Q'(x', y')$, 对 (x, y) 变形后的坐标 (x', y') ^[2] 可表示为

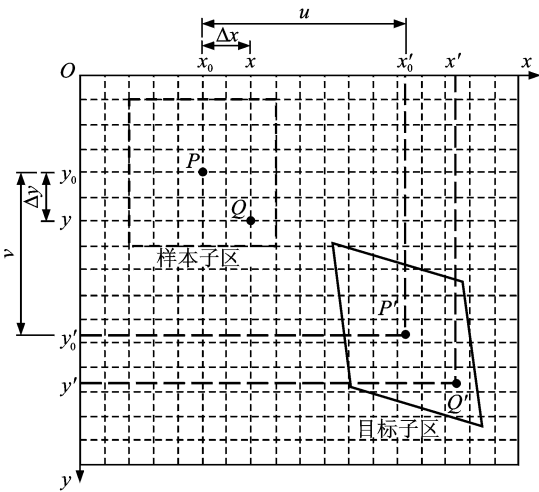


图 1 变形前后子区示意图

* 直升机旋翼动力学国防科技重点实验室基金资助项目 (9140C400402110C4001); 航空科学基金资助项目 (2010ZD52044); 江苏高校优势学科建设工程资助项目
收稿日期: 2011-11-11; 修改稿收到日期: 2013-02-20

$$\begin{cases} x' = x + u_0 + u_x \Delta x + u_y \Delta y \\ y' = y + v_0 + v_x \Delta x + v_y \Delta y \end{cases} \quad (1)$$

目标子区的位移和变形可用其中心点的位移, u_0, v_0 表示图像子区中心点在 x, y 方向的位移; $\Delta x, \Delta y$ 分别为 Q 点和 P 点在 x, y 方向的距离; u_x, u_y, v_x, v_y 表示子区的位移梯度, 综合反映了子区的伸缩、旋转和剪切变形。令 $\mathbf{p} = (u_0, u_x, u_y, v_0, v_x, v_y)^T$, 选用最小平方距离相关函数, 对于离散情况有

$$C(\mathbf{p}) = \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - g(x', y')]^2 \quad (2)$$

$f(x, y)$ 和 $g(x', y')$ 是变形前后图像子区的灰度, M 表示子区窗口半径, $C(\mathbf{p})$ 是关于 $\mathbf{p}$ 的非线性函数。从式(2)可知 $C(\mathbf{p})$ 的取值范围是 $[0, +\infty)$, 当变形前后的图像子区最相似时, 相关系数 $C(\mathbf{p})$ 最小。即

$$\nabla C = \left(\frac{\partial C}{\partial p_i} \right)_{i=1,2,\dots,6} = -2 \left\{ \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - g(x', y')] \times \frac{\partial g(x', y')}{\partial p_i} \right\}_{i=1,2,\dots,6} = 0 \quad (3)$$

式(3)可用 N-R 算法^[3]求解

$$\nabla C(\mathbf{p}^{k+1}) = \nabla C(\mathbf{p}^k) + \nabla \nabla C(\mathbf{p}^k) \times (\mathbf{p}^{k+1} - \mathbf{p}^k) = 0 \quad (4)$$

其中: $\mathbf{p}^0$ 为最初的估计值; $\mathbf{p}^k$ 为第 k 次迭代初值; $\mathbf{p}^{k+1}$ 为迭代后的逼近值; $\nabla \nabla C(\mathbf{p})$ 是相关函数的二次偏导, 通常被称为 Hessian 矩阵。

Hessian 矩阵近似为

$$\nabla \nabla C(\mathbf{p}) = 2 \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left[\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial p_j} \right]_{\substack{i=1,2,\dots,6 \\ j=1,2,\dots,6}} \quad (5)$$

经推导可得

$$p_i^{k+1} = p_i^k - \frac{\left[\frac{\partial C}{\partial p_i^k} \right]_{l=1,2,\dots,6}}{\left[\frac{\partial^2 C}{\partial p_m^k \partial p_n^k} \right]_{\substack{m=1,2,\dots,6 \\ n=1,2,\dots,6}}} \quad (6)$$

当 $\mathbf{p}^{k+1}$ 满足收敛条件时, $\mathbf{p}^k$ 中的 6 个参数即为所求的位移和应变。N-R 算法可以获得较高精度的位移和应变。

2 基于仿射变换的初值估计

由 N-R 算法可知, 当初值充分接近真解时, 其迭代过程将以平方速度收敛。如果初值离真解较远时, 迭代过程可能会发散。因此, 合理的初值估计对于相关运算的收敛程度和速度影响显著。根据仿射变换原理, 笔者采用人机交互的方法求得位移以作

为 N-R 算法的初值。

仿射变换包含了刚体平移、旋转、剪切和正应变等力学量, 可用一阶形函数表示。平面仿射变换有 6 个自由度, 对应 6 个矩阵元素^[4], 可表示为

$$\begin{cases} x' = a_1 + a_2 x + a_3 y \\ y' = a_4 + a_5 x + a_6 y \end{cases} \quad (7)$$

采用人机交互方法求式(7)中 6 个参数, 具体过程为: a. 在变形前的图像中选取一组(至少 3 个)特征比较明显的区域, 笔者选择图像中最亮的区域; b. 采用曲面拟合获得这些特征区域中心的坐标值^[5] $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$; c. 在变形后图像中重复前面两步骤得到匹配点坐标 (x'_i, y'_i) ; d. 代入式(7)中即可求得 6 个参数的初值。则子区内各点位移可表示为

$$\begin{cases} \xi = x' - x = a_1 + (a_2 - 1)x + a_3 y \\ \eta = y' - y = a_4 + a_5 x + (a_6 - 1)y \end{cases} \quad (8)$$

设图像子区中心坐标为 (x_0, y_0) , 则子区内各点基于子区中心的位移表示为

$$\begin{cases} \xi = a_1 + (a_2 - 1)(x_0 + \Delta x) + a_3(y_0 + \Delta y) = u + (a_2 - 1)\Delta x + a_3 \Delta y \\ \eta = a_4 + a_5(x_0 + \Delta x) + (a_6 - 1)(y_0 + \Delta y) = v + a_5 \Delta x + (a_6 - 1)\Delta y \end{cases} \quad (9)$$

其中: $u = a_1 + (a_2 - 1)x_0 + a_3 y_0$; $v = a_4 + a_5 x_0 + (a_6 - 1)(y_0 + \Delta y)$; 参数 u, v 代表子区中心点的位移, 作为 N-R 算法的初始值, 即式(4)中的 $\mathbf{p}^0 = [u, 0, 0, v, 0, 0]^T$ 。

基于仿射变换的初值估计包含了平移、旋转等分量, 可应用到被测桨叶有刚体转动的变形测量中, 克服了整像数搜索方法的不足, 显著减少搜索时间, 精度可靠。

3 全场插值法

N-R 算法计算过程中需要亚像素点的灰度值和灰度一阶导数, 所以有必要对离散灰度进行插值, 笔者采用双三次插值法。双三次插值中的 16 个未知系数由亚像素点 (x, y) 为中心的 4×4 个整像素点的灰度值决定, 亚像素点 (x, y) 的灰度值和灰度一阶导数^[6]表示为

$$\begin{cases} g(x, y) = \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 a_{mn} x^m y^n \\ g_x(x, y) = \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 a_{mn} x^{m-1} y^n \\ g_y(x, y) = \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 a_{mn} x^m y^{n-1} \end{cases} \quad (10)$$

须强调的是, 对于图 2 中插值区域内任一亚像素

点插值获得的 16 个系数都是相同的^[7]。常规的 N-R 算法每一次迭代都需要对目标子区内的每一个亚像素点进行插值。假设目标子区窗口大小为 $(2M+1) \times (2M+1)$ 像素,平均迭代 N 次收敛,如果目标子区为 K 个,那么整个迭代过程需要进行 $N \times K \times (2M+1) \times (2M+1)$ 次插值。在实际迭代过程中,由于步长小,相邻目标子区有部分重叠区域(图 2),对于重叠区域只需要一次插值即可,而常规 N-R 算法对重叠区域进行不断重复插值,降低了计算效率。

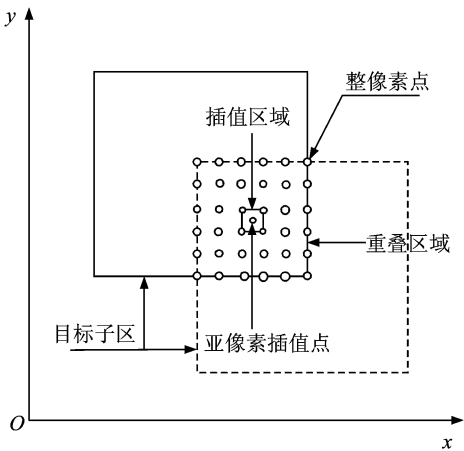
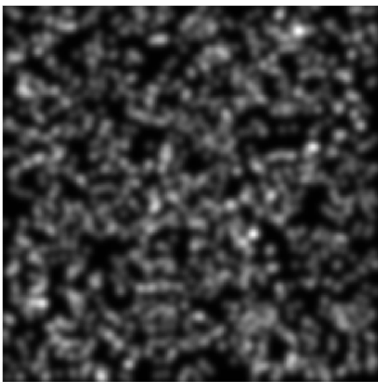


图 2 插值示意图

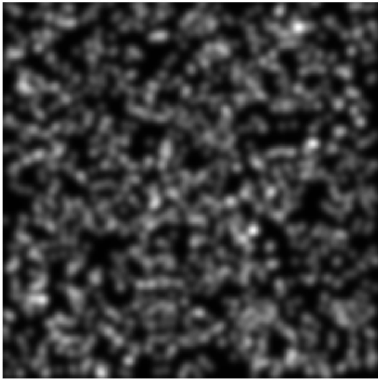
笔者对变形后图像采用全场插值方法。在变形后图像中,对每一个整像素点 (x,y) ,取相邻 $(x+i,y+i)$ ($i=-1,0,1,2$) 整像素点用双三次插值法获得插值系数 a_{mn} ($m=0,\cdots,3;n=0,\cdots,3$),然后保存该点插值系数 $P(x,y)=a_{mn}$ ($m=0,\cdots,3;n=0,\cdots,3$)。N-R 算法迭代计算中,对于所需要的亚像素点 (x^*,y^*) ,向零取整得到其整像素坐标 (x,y) ,然后查找其所对应的插值系数 $P(x,y)=a_{mn}$,代入式(3)即可获得该亚像素点的灰度和灰度一阶导数,因此在 N-R 迭代计算中不需要插值计算。对于一幅 512×512 的图像,选择 1 600 个目标子区,如果目标子区大小分别设为 $41 \times 41, 61 \times 61$,平均迭代 3 次收敛,采用全场插值法运算次数分别为常规 N-R 插值运算的 1.3% 和 0.6%。

4 仿真测试

模拟数字散斑图是通过一定的算法设计出来的散斑。笔者根据算法原理^[8],编写了模拟数字散斑图生成程序。模拟数字散斑图分两种情况:只有应变,无刚体位移,在 x,y 方向各 500 个微应变,如图 3;既有应变(在 x,y 方向各 500 个微应变),也有刚体位移,而且还有刚体转动(15°),如图 4。

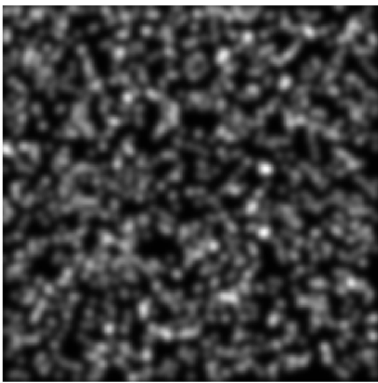


(a) 变形前 ($x=0,y=0$)

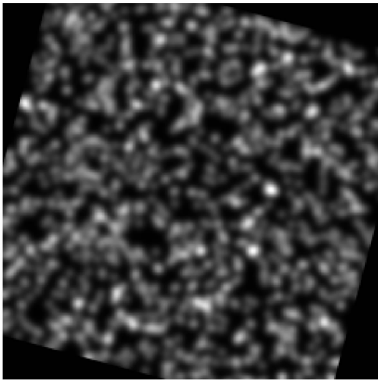


(b) 变形后 ($x=500,y=500$)

图 3 模拟散斑图



(a) 变形前 ($x=0,y=0$)



(b) 变形后 ($x=500,y=500,\theta=15^\circ$)

图 4 模拟散斑图(有刚体位移及刚体转动)

模拟图片为 256 像素×256 像素,计算机处理器为 Pentium Dual E2160,主频为 1.8 GHz,内存为 1 GHz。目标子区 61 像素×61 像素,选择 169 个目

标子区个数,分别采用基于仿射变换的 N-R 算法和基于整像素搜索的 N-R 算法计算,获得的位移图如图 5~8,应变结果和计算时间见表 1 和表 2。

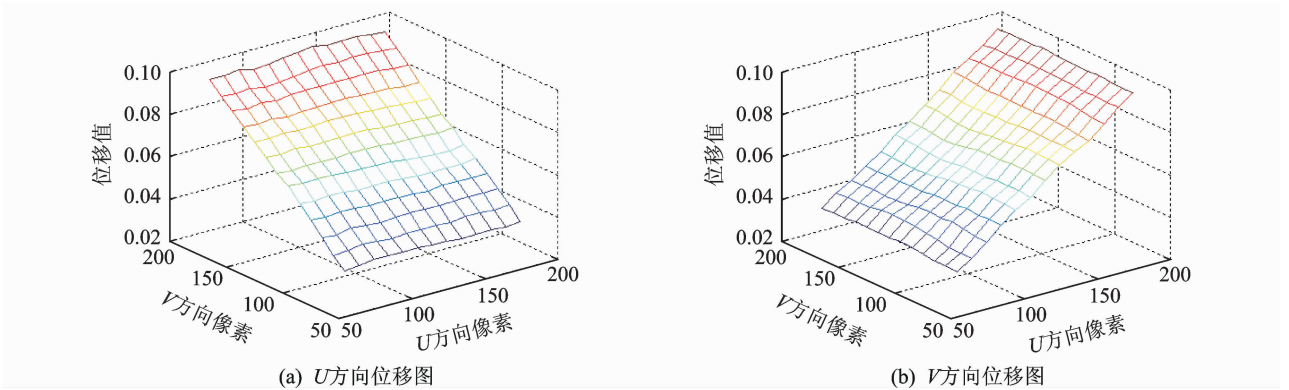


图 5 基于仿射变换 N-R 算法的位移图(无刚体位移和刚体转动)

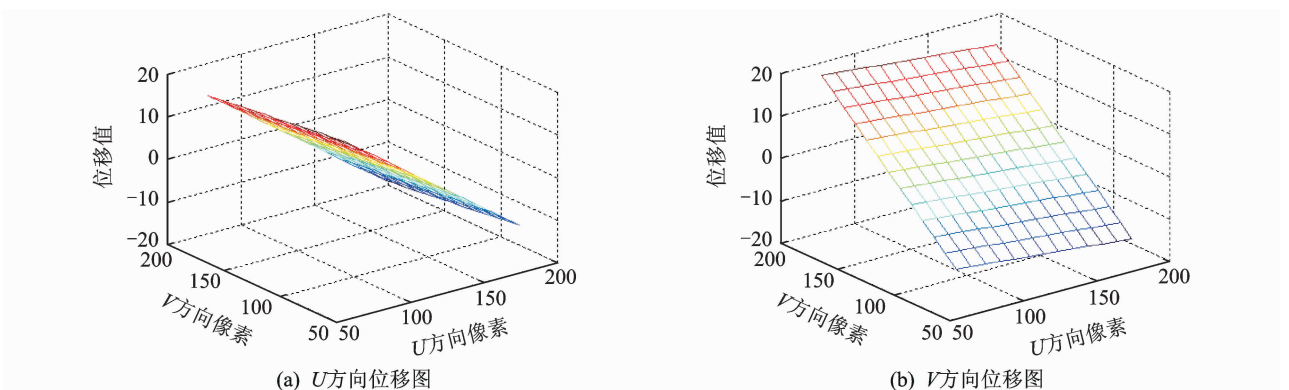


图 6 基于仿射变换 N-R 算法的位移图(有刚体位移和刚体转动)

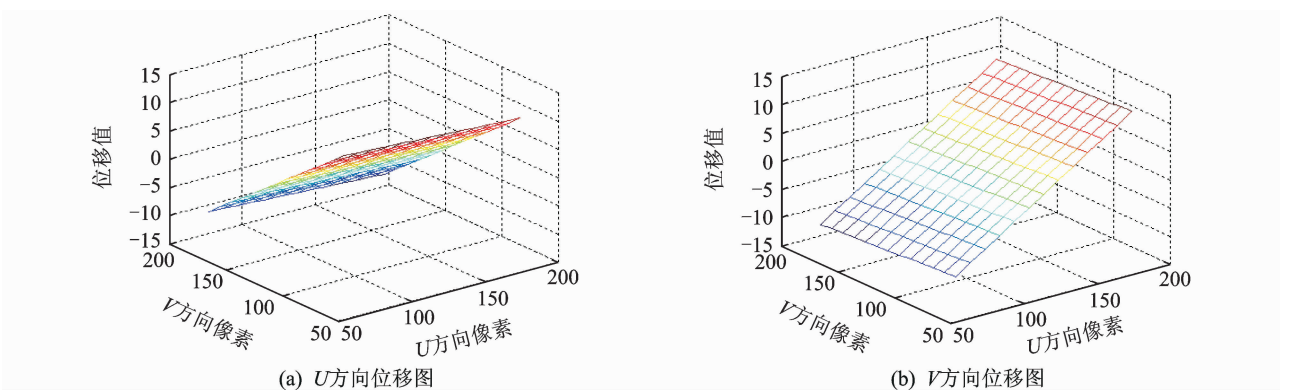


图 7 采用整像素搜索的 N-R 算法的位移图(无刚体位移和刚体转动)

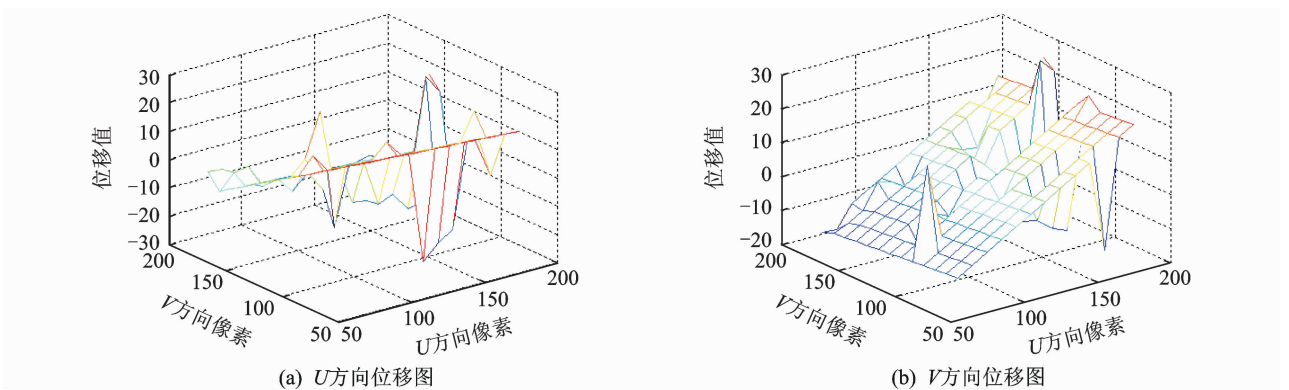


图 8 采用整像素搜索的 N-R 算法的位移图(有刚体位移和刚体转动)

表 1 两种算法的对比(无刚体位移和刚体转动) με

应变 方向	理论值	基于仿射变换的 N-R 算法			基于整像素搜索的 N-R 算法		
		计算值	误差/%	计算时间/s	计算值	误差/%	计算时间/s
x	500	504	0.80	32.14	493	1.40	643.62
y	500	516	3.20		503	0.60	

表 2 两种算法的对比(有刚体位移和刚体转动) με

应变 方向	理论值	基于仿射变换的 N-R 算法			基于整像素搜索的 N-R 算法		
		计算值	误差/%	计算时间/s	计算值	误差/%	计算时间/s
x	500	484	3.20	32.14	-24 642	5 028.40	1 166.44
y	500	470	6.00		1 116	123.20	

从图 5,7 可见,两种方法均可获得光滑的位移场,说明对于无刚体位移和刚体转动的情况,两种方法都适用。从图 6,8 可见,在有刚体位移和刚体转动的情况下,基于仿射变换的 N-R 算法仍可得到光滑的位移场,而基于整像素搜索的 N-R 算法获得的位移场比较杂乱,说明基于仿射变换的 N-R 算法可以应用在有刚体位移和刚体转动的情况,而基于整像素搜索的 N-R 算法则不适用于有刚体位移和刚体转动的情况。采用最小二乘法对局部位移场拟合求应变^[9],应变结果见表 1 和表 2。从表 1 可见,在无刚体位移和刚体转动的情况下,两种方法没有明显区别。从表 2 可见,在有刚体位移和刚体转动的情况下,基于整像素搜索的 N-R 算法误差不可接受,而基于仿射变换的 N-R 算法仍保持较高精度。由表 1 和表 2 两种算法的计算时间对比可知,基于仿射变换的 N-R 算法的计算效率具有显著优势。

5 结 论

- 1) 基于仿射变换的 N-R 算法可用于刚体转动情况下的变形,位移初值计算简单,定位准确,显著提高计算效率。
- 2) 采用全场插值方法,大幅度减少插值计算次数,进一步提高了基于仿射变换的 N-R 算法计算效率。

参 考 文 献

[1] 孟利波. 数字图像相关方法的研究与应用[D]. 北京:清华大学,2005:5-15.

[2] 潘兵,谢惠明,续伯钦. 数字图像相关中的亚像素位移定位算法进展[J]. 力学进展,2005,35(3):345-352.

Pan Bing, Xie Huiming, Xu Boqin. Development of sub-pixel displacements registration algorithm in digital image correlation[J]. Development of Mechanics,

2005,35(3):345-352. (in Chinese)

[3] Bruck H A, McNeill S R, Sutton M A, et al. Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction[J]. Experimental Mechanics, 1989,29(3):261-267.

[4] 孙伟. 数字图像相关及其混合法的理论研究与应研究[D]. 南京:东南大学,2007:14-38.

[5] 潘兵,续伯钦,陈丁. 数字图像相关中亚像素位移测量的曲面拟合法[J]. 计量学报,2005,26(2):129-134.

Pan Bing, Xu Boqin, Chen Ding. Sub-pixel registration using quadratic surface fitting in digital image correlation[J]. Acta Metrologica Sinica, 2005, 26(2): 129-134. (in Chinese)

[6] 苏步青,刘鼎元. 计算几何[M]. 上海:上海科学技术出版社,1982:149-157.

[7] Pan Bing, Li Kai. A fast digital image correlation method for deformation measurement[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2011,49(7):841-847.

[8] Peng Zhou. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation[J]. Optical Engineering, 2001,40(8):1613-1620.

[9] 潘兵,谢惠明. 基于差分进化的数字图像相关方法[J]. 光电子·激光,2007,18(1):100-103.

Pan Bing, Xie Huiming. Digital image correlation method with differential evolution[J]. J Optoelectron Laser, 2007,18(1):100-103. (in Chinese)



第一作者简介:高亚东,男,1975 年 12 月生,副教授。主要研究方向为直升机动力学与控制、直升机故障诊断技术、直升机试验技术及航空复合材料结构设计。曾发表《直升机旋翼不平衡复合故障对机体振动的影响》《《振动、测试与诊断》2011 年 31 卷第 6 期》等论文。

E-mail:gydae@nuaa.edu.cn