

# 水下冲击射流振翅摆动的频率特性\*

赵立清, 孙建红

(南京航空航天大学航空宇航学院 南京, 210016)

**摘要** 为了研究振翅冲击形态下水下冲击射流的频率特性,采用自由能格子 Boltzmann 方法对一定水深条件下的平面冲击射流流场进行了数值模拟,验证了水下冲击射流除存在稳定冲击运动形态外还存在一种新的振翅冲击运动形态。对振翅冲击射流流场内特定位置上变量的频谱分析表明:横向速度  $u$  和自由界面做周期性变化,两者频率相同;在中心轴线上,流向速度频率是横向流动速度频率的两倍。同时,与稳定冲击形态下的射流相比,振翅冲击形态下射流中心轴线速度衰减加快。

**关键词** 平面射流; 振翅摆动; 格子 Boltzmann 方法; 频率特性

**中图分类号** O358; TH814

## 引言

向上垂直冲击自由界面的水下射流在自由界面的影响下,流动稳定性会发生变化。射流的稳定性问题一直是环境工程、土木工程和水动力学等研究领域的热点之一,对流动控制、混合效率以及工程设计有着实际应用价值。在水下冲击射流研究中,近二十年来主要围绕是否存在不同于有序结构的其他流态进行了大量的实验研究。

1993 年在亚太振动会议上, Madarame 等的实验研究表明,当射流出口速度大于某一临界速度时,冲击自由界面的平面射流就会出现左右振动的摆动现象(也称自激振翅摆动或振翅运动)<sup>[1]</sup>。从大量的实验研究可以看出,这种自激振翅摆动是射流不稳定性的一种体现,是不同于有序结构的一种新的平面射流流态。另一方面,以特定频率做振翅摆动的射流与做简谐运动的刚性杆(单摆运动)虽然运动机理不同,但在频率特性上有相似之处。刚性杆一端固定,另一端可以自由摆动,简谐运动下其特征频率为  $(1/2\pi)\sqrt{k/m}$ , 其中  $k$  为振动系统的回复力系数,  $m$  为杆的质量。已有实验研究<sup>[2-3]</sup>发现,做振翅摆动的射流,其临界振翅频率正比于  $(1/2\pi)\sqrt{g/H}$ , 其中  $g$  为重力加速度,  $H$  为水深。Wu 等<sup>[2]</sup>观测到水下平面射流冲击自由水面的振翅摆动现象,并研究

了振翅摆动频率随射流出口速度及相对水深  $H/d$  的变化规律。Hsu 等<sup>[3]</sup>对冲击自由水面的平面射流的稳定性进行了研究,并给出了发生振翅摆动的临界条件。Sun 等<sup>[4]</sup>对射流振翅摆动进行理论分析时发现,射流的振翅摆动增强了紊动射流的扩散能力,具有极好的流动混合作用。Espa 等<sup>[5]</sup>对相对水深  $H/d$  在 5.05~6.19 范围内的水射流进行了实验与数值计算,尽管研究用水槽的横向受限,并且相对展向宽度( $S/d \approx 1$ )较小,还是得到了射流的稳定冲击和振翅冲击两种流态。总体而言,对水下平面射流振翅摆动的研究以实验为主,对该运动的数值分析并不多见,目前也没有针对其频率特性的数值研究,而对频率特性的研究可为振翅射流的有效控制<sup>[6]</sup>提供数值依据。笔者采用自由能格子 Boltzmann 方法对一定水深条件下的平面射流流场进行数值模拟,通过对特定位置上变量的频谱分析来研究振翅冲击流态下射流的频率特性。

## 1 数值方法

如图 1 所示,射流以速度  $W$ 。从宽度为  $d$  的喷口垂直向上喷入与射流性质相同的环境流体中。为保证水面恒定,在水池左右两侧分别设置出口 A 和 B。此二元流动宏观上可以通过 Navier-Stokes 方程和一个界面捕捉方程<sup>[7]</sup>来描述

\* 国家自然科学基金资助项目(10472046);江苏高校优势学科建设工程资助项目;江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CX08B-035Z);南京航空航天大学博士学位论文创新与创优基金资助项目(BCXJ08-01)  
收稿日期:2013-01-31;修改稿收到日期:2013-03-06

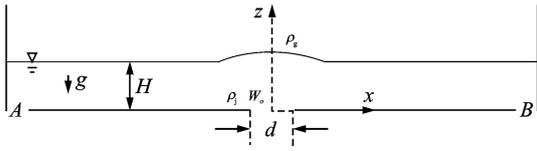


图1 垂直平面射流冲击自由界面示意图

的求解<sup>[8-9]</sup>。为了考察当前计算方法捕捉自由界面的有效性,对液体密度  $\rho_L=1$ 、气体密度  $\rho_G=0.001$ 、表面张力系数  $\sigma=0.005$  等参数下波数为  $2\pi/256$  的毛细波的衰减过程进行了模拟。计算得到的毛细波的角频率  $\omega=2.48\times 10^{-4}$  与相同条件下的理论分析结果<sup>[10]</sup>  $\omega=2.71\times 10^{-4}$  相符较好。

## 2 数值计算及分析

### 2.1 计算参数及边界条件

影响射流运动形态的因素应包含流体物性:射流与环境流体密度  $\rho_j$ 、运动粘性系数  $\nu_j$ 、气体的密度  $\rho_g$  ( $\rho_l > \rho_g$ )、粘性系数  $\nu_g$ 、重力加速度  $g$ 、液体表面张力  $\sigma$ 、流动参数为  $W_0$ ,以及几何参数:环境流体深度  $H$  和射流喷嘴宽度  $d$ 。射流从喷嘴向上喷出,在相对水深  $H/d$  不太大的情况下,射流撞击水面会引起界面形变,使局部水面升高,形成比周围较大的静压而激发流动失稳,整个流动形态较淹没自由射流更为复杂。据  $\pi$  定理分析,冲击自由界面的射流状态由 6 个无量纲量决定,即  $H/d, \rho_g/\rho_l, \nu_g/\nu_l, Re, Fr$  和  $We$ ,其中  $Re=W_0 d/\nu_l, Fr=W_0/\sqrt{gd}, We=\rho_l W_0^2 d/\sigma$ 。若流体特性参数固定,则该问题简化为受 4 个无量纲量控制,即  $H/d, Re, Fr$  和  $We$ 。

为了对相对深度较小的射流冲击自由界面的流动形态有个清楚的认识,当前计算参数分别对应稳定冲击(Case 1)和振翅冲击(Case 2)两种典型运动形态,如表 1 所示。两种运动形态下流体的物性不变,相应的无量纲参数分别为  $\rho_g/\rho_l=0.001, \nu_g/\nu_l=1$ 。横向的计算区域取  $220d$ ,垂向长度取  $30d$ ,其中水深  $11.2d$ 。计算采用均分网格,网格间距  $\Delta x=0.0625d$ ,时间推进步长  $\Delta t=0.0625d/W_0$ 。

表1 计算参数

状态	$H/d$	$Re$	$Fr$	$We$
1	11.2	135	1.67	22.37
2	11.2	270	3.33	89.47

计算中射流入口采用均匀速度入口。为了保证水面恒定,在水池两侧分别设置一个速度出口,如图 1 中 A 和 B 所示。其余计算边界均为无滑移壁面。

### 2.2 两种运动形态

在对相对水深  $H/d$  为 11.2 的平面射流冲击自由界面的数值计算中发现,射流存在稳定冲击和振翅冲击两种运动形态。图 2 分别给出了两种运动形态下瞬态流场速度幅值  $|\mathbf{u}|/W_0$ 。云图,其中  $|\mathbf{u}|=\sqrt{u^2+w^2}$ ,  $u$  和  $w$  分别为沿  $x, z$  方向的速度分量。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (n\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}_b \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi \mathbf{u}) = \theta_M \nabla^2 \mu_\varphi \quad (3)$$

其中: $\mu$  为流体的动力粘度; $\mu_\varphi$  为化学势能; $\theta_M$  为迁移率; $\nabla \cdot \mathbf{P}$  与表面张力有关; $\mathbf{f}_b$  为体积力。

密度函数  $n$  和界面函数  $\varphi$  定义为

$$n = \frac{\rho_L + \rho_G}{2}, \varphi = \frac{\rho_L - \rho_G}{2} \quad (4)$$

其中: $\rho_L$  和  $\rho_G$  分别为液体和气体的密度。

采用格子 Boltzmann 方法对控制方程(1)~(3)进行求解,用来推进动量方程(2)和界面捕捉方程(3)的分布函数  $f_i$  和  $g_i$  分别为

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_f} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + \frac{1}{c_s^2} \delta_t \omega_i \mathbf{e}_i \cdot (\mu_\varphi \nabla \varphi + \mathbf{g}) \quad (5)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_g} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (6)$$

其中: $f_i, g_i$  分别为位于坐标  $\mathbf{x}$  处速度为  $\mathbf{e}_i$  的粒子分布函数; $\tau_f, \tau_g$  为无量纲松弛时间; $c_s$  为格子声速; $\omega_i$  为权系数; $\mathbf{g}$  为重力加速度; $\delta_t$  为时间步长; $f_i^{eq}, g_i^{eq}$  为粒子的平衡态分布函数。

$$f_i^{eq} = \omega_i \left\{ A_i + \rho \left[ \frac{1}{c_s^2} \mathbf{e}_{ia} u_a + \frac{1}{2c_s^4} u_a u_\beta (\mathbf{e}_{ia} \mathbf{e}_{i\beta} - c_s^2 \delta_{\alpha\beta}) \right] \right\} \quad (7)$$

$$g_i^{eq} = \omega_i \left[ B_i + \frac{1}{c_s^2} \varphi (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}) \right] \quad (8)$$

$$\begin{cases} A_i |_{i=1, \dots, 8} = A = 3(\alpha_s^2 + \varphi \mu_\varphi) \\ A_0 = \omega_0^{-1} [\rho - (1 - \omega_0) A] \\ B_i |_{i=1, \dots, 8} = B = 3\tilde{M} \mu_\varphi \\ B_0 = \omega_0^{-1} [\varphi - (1 - \omega_0) B] \end{cases} \quad (9)$$

相应的质量密度、动量密度和界面函数分别通过分布函数  $f_i$  和  $g_i$  得到

$$n \equiv \sum_i f_i, \quad n\mathbf{u} \equiv \sum_i f_i \mathbf{e}_i, \quad \varphi = \sum_i g_i$$

格子 Boltzmann 方法已成功应用于射流类问题

图 2(a)对应的是稳定冲击形态下的射流瞬时流场,可以看到,射流冲击界面后会引起界面的局部升高,形成比周围较大的静压而驱动水体向旁侧流动;同时,垂向射流的卷吸作用,促使上面水平表面射流回转向下供应卷吸,形成一个回流区,第 1 个回流又诱导产生第 2 个回流,第 2 个回流又诱生出第 3 个回流,如此反复。需要注意第 1 个回流区的长度较长。此稳定流动形态与 Andreopoulos 等<sup>[11]</sup>实验给出的无浮力射流冲击自由水面的流动状况一致。图 2(b)给出的是处于振翅冲击形态下的射流瞬态流场,可以看到,射流的卷吸作用在近区仍产生回流,而回流区的长度约为 1 倍水深,较稳定冲击形态明显缩短。同时,流场内未出现明显的第 2 个回流。

### 2.3 振翅摆动的频率特性

图 3 为射流在一个振荡周期内速度幅值  $|u|/W$

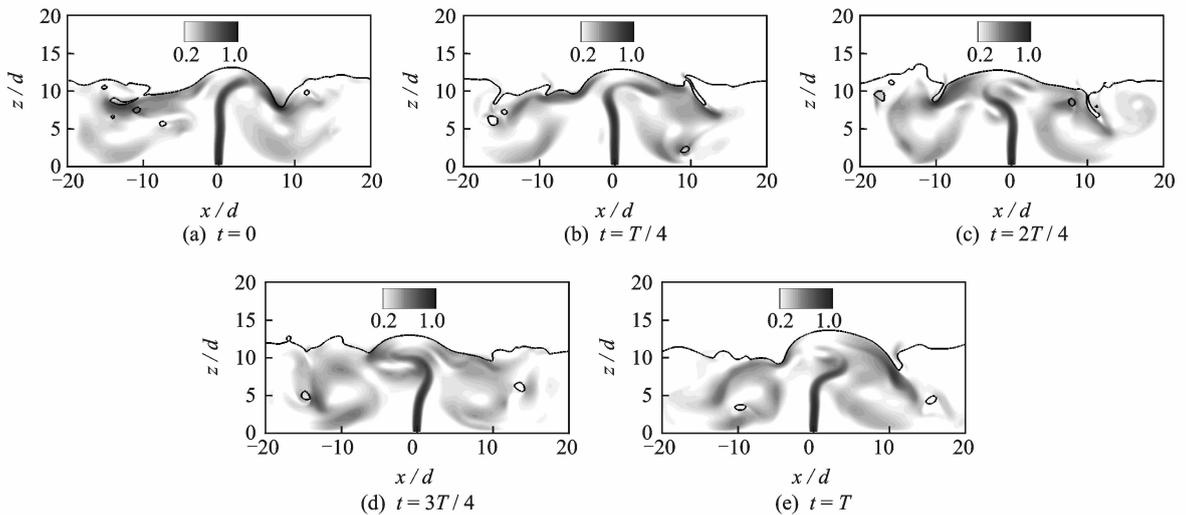


图 3 一个振翅周期内速度幅值  $|u|/W$ 。云图及自由界面的变化

为了分析当前计算参数下射流的频率特性,在计算区域内分别设置  $P_0(0d, 5.3d)$ 、 $P_1(0.5d, 5.3d)$  和  $P_2(1.25d, 5.3d)$  3 个探测点,其中  $P_0$  位于中心轴线上。图 4(a~c)分别给出了  $x=0$  处界面高度  $\eta$  以及  $P_0$  处速度  $u$  和  $w$  随时间的变化曲线,无量纲时间单位为  $d/W_0$ 。相应地,图 4(d~f)分别给出了与图 4(a~c)相对应的功率谱密度(power spectral density, PSD)分布。从图 4(e~f)可以看出,在中心轴线上, $P_0$  处横向流动速度  $u$  振动的无量纲频率  $St(=fd/W_0)$  为 0.011,而流向速度  $w$  振动的无量纲频率为横向速度  $u$  振动频率的 2 倍,即速度  $u$  完成一个振动周期的过程中,速度  $w$  已完成了两个振动周期,此倍频规律与 Hsu 的实验结果<sup>[3]</sup>一致。从图 4(d)可以看出, $x=0$  处界面随着射流

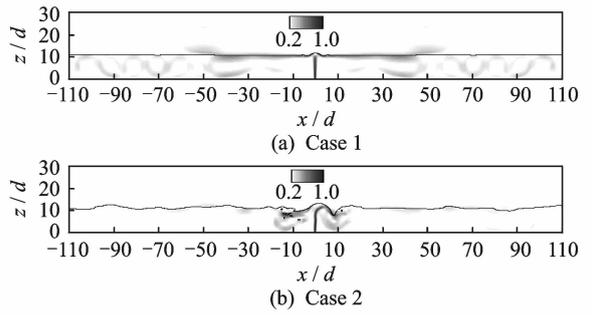


图 2 瞬态速度幅值  $|u|/W$ 。云图

$W$ 。云图及自由界面的变化,其中实线表示自由界面。 $t$  为振翅运动任一开始时刻,无量纲时间单位为  $d/W_0$ 。从图 3 中可以清晰地看到射流形态在一个振翅周期内的规律变化,并且自由界面伴随射流的振荡也在左右摆动。

的左右摆动做有规律的上下运动,其无量纲频率  $St=0.011$ ,与横向流动速度  $u$  振动的频率一致。

图 5 分别给出了探测点  $P_1$  和  $P_2$  处速度  $u$  和  $w$  的功率谱密度分布。从图 5 可以看出探测点  $P_1$  和  $P_2$  处流向速度  $w$  与横向速度  $u$  的振动频率均为 0.011,速度的倍频特性不明显。

图 6 分别给出了 Wu<sup>[2]</sup>、Espa<sup>[5]</sup> 和 Hsu<sup>[3]</sup> 的实验数据以及 Hsu<sup>[3]</sup> 对振翅摆动发生的临界条件的拟合曲线,  $St \propto (H/d)^{-1.5}$ 。从图 6 中可知,某一相对水深  $H/d$  下,存在一临界  $St_{cr}$  数,当  $St < St_{cr}$  时,射流为振翅冲击流态。当  $St > St_{cr}$  时,冲击自由界面的射流处于稳定冲击流态。Espa 和 Wu 的关于振翅摆动的实验数据均落在拟合曲线的非稳定振翅区域内,表明了拟合曲线的可靠性。当前计算参数下

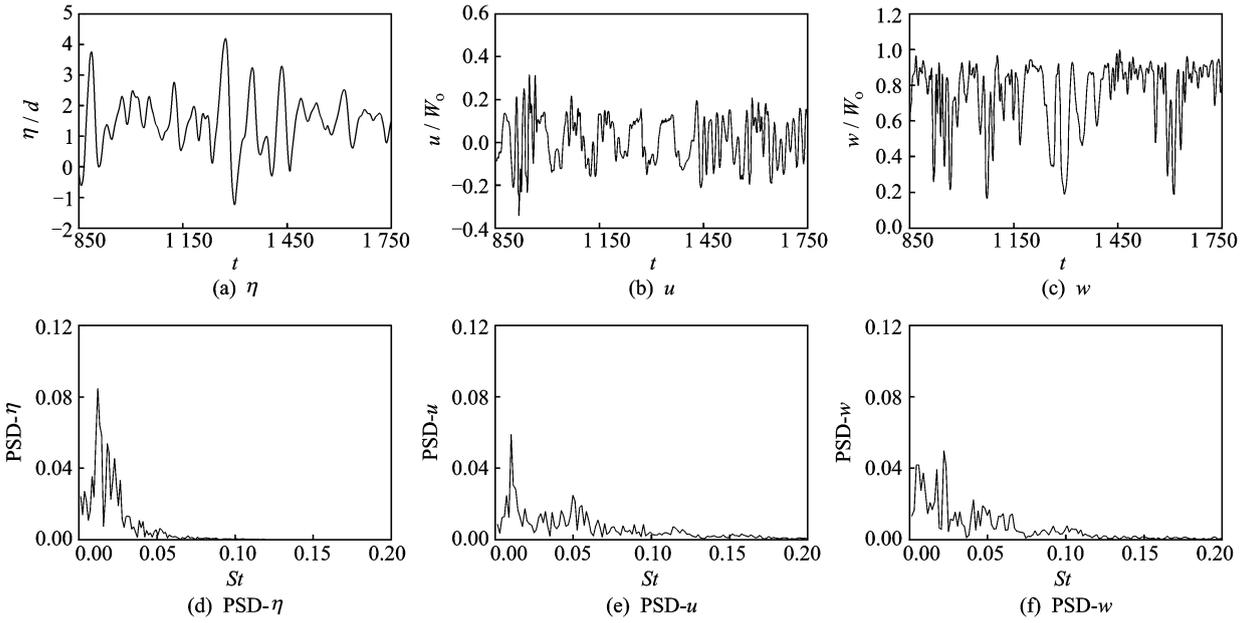


图 4  $x=0$  处界面位置  $\eta, P_0$  处速度  $u$  和  $w$  随时间的变化曲线以及相应的功率谱密度分布

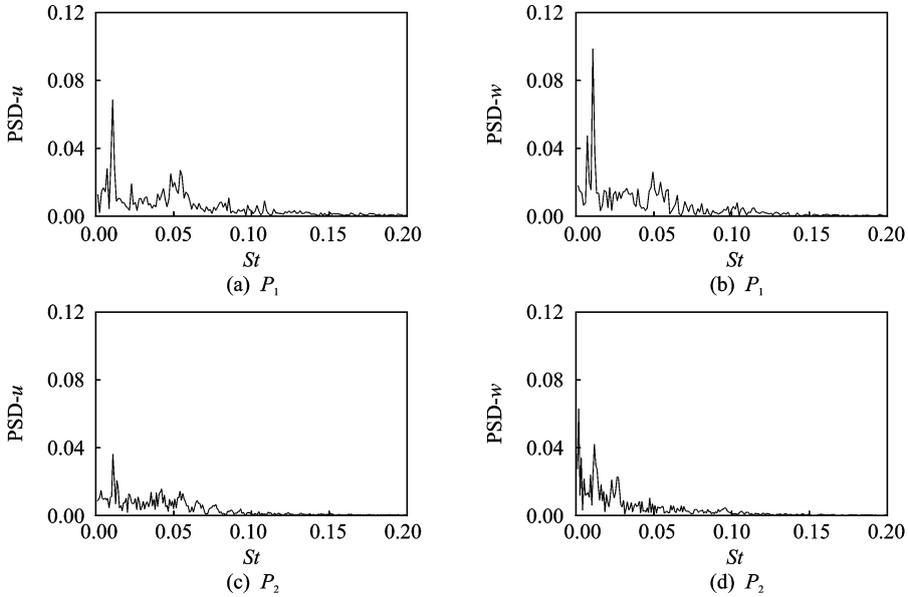


图 5  $P_1$  和  $P_2$  处速度  $u$  和  $w$  的功率谱密度分布

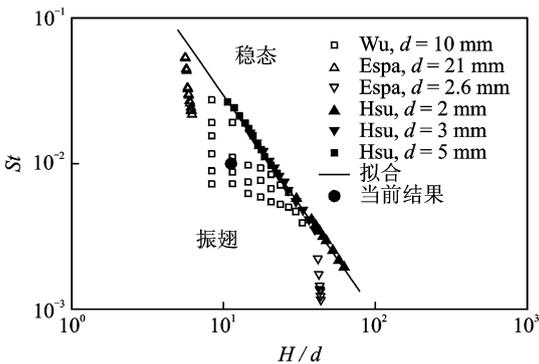


图 6 射流振翅  $St$  数随水深和射流出口宽度的变化

射流振翅频率为 0.011, 落在非稳态振翅区域内, 并与  $W_u$  实验条件为  $H/d=11.45$  的频率特性相一致。

### 2.4 中心轴线速度变化

图 7 给出了冲击自由界面射流处于稳定冲击和振翅冲击两种运动形态下中心轴线平均速度衰减曲线, 并与相对深度  $H/d=14$  下冲击自由壁面射流的实验数据<sup>[12]</sup>进行了对比。冲击自由界面的射流, 在冲击区域内会引起局部界面升高, 产生比周围较大的静压而驱动水体向旁侧流动; 冲击固体表面的射

流在冲击区域内受固体表面的作用,滞止点压强大于周围静压,亦促使流体向旁侧流动。从图7可以看出,射流处于稳定冲击形态下的计算结果与  $H/d = 14$  下冲击自由界面的射流变化趋势吻合。另外在  $z/d > 3.7$  时,与稳定冲击形态相比,振翅冲击形态下射流中心轴线速度衰减加快,这与振翅运动形态下射流流场内的大尺度运动有关。振翅摆动能增强射流与环境流体的混合,更有利于污染物扩散。

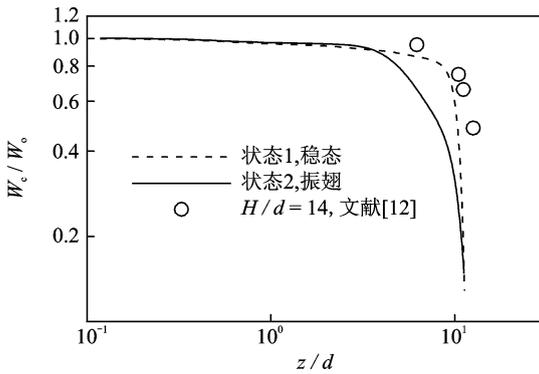


图7 中心轴线速度衰减

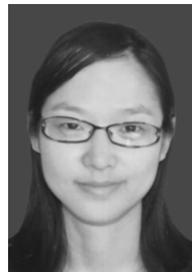
### 3 结束语

采用自由能格子 Boltzmann 方法对水深条件  $H/d$  为 11.2 的冲击自由界面的平面射流流场进行了数值模拟,验证了水下冲击射流除存在稳定冲击运动形态外,还存在一种新型的振翅冲击运动形态。无量纲参数  $Re = 270$ ,  $Fr = 3.33$ ,  $We = 89.47$  情况下,射流流场处于振翅冲击运动形态,其无量纲特征频率为 0.011,与文献[2]的实验数据吻合。对振翅射流流场特定位置上变量的频谱分析表明,在振翅冲击形态下,中心轴线上流向速度  $w$  与横向速度  $u$  的振动频率满足倍频关系,而其余流场位置倍频特性不明显;横向速度  $u$  与自由界面伴随射流的振翅摆动做周期性变化,两者频率相同。同时,与稳定冲击形态下的射流相比,振翅冲击形态下射流中心轴线速度衰减加快。

### 参 考 文 献

- [1] Madarame H, Iida M, Okamoto K, et al. Jet-flutter; self-induced oscillation of upward plane jet impinging on free surface[C]//Proceedings of Asia-Pacific Vibration Conference'93. Kitakyushu: The Japan Society of Mechanical Engineers, 1993: 265-270.
- [2] Wu S, Rajaratnam N, Katopodis C. Oscillating vertical plane turbulent jet in shallow water[J]. Journal of Hydraulic Research, 1998, 36(2): 229-234.

- [3] Hsu C T, Kuang J, Sun J H. Flapping instability of vertically impinging turbulent plane jets in shallow water[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2001, 127(5): 411-420.
- [4] Sun J H, Zhao L Q, Hsu C T. Theoretical analyses on flapping motion of submerged turbulent plane jets[J]. Modern Physics Letters B, 2005, 19(28-29): 1471-1474.
- [5] Espa P, Sibilla S, Gallati M. SPH simulations of a vertical 2-D liquid jet introduced from the bottom of a free surface rectangular tank[J]. Advances and Application in Fluid Mechanics, 2008, 3(2): 105-140.
- [6] 吕鑫. 振动主动控制技术的研究及发展[J]. 振动、测试与诊断, 1996, 16(3): 1-7.  
Lü Xin. Research and development in active vibration control technology[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 1996, 16(3): 1-7. (in Chinese)
- [7] Zheng H W, Shu C, Chew Y T. A lattice Boltzmann model for multiphase flows with large density ratio[J]. Journal of Computational Physics, 2006, 218(1): 353-371.
- [8] 张博, 王利民, 王小伟, 等. 基于格子玻尔兹曼方法的单孔射流鼓泡床的离散颗粒模拟[J]. 科学通报, 2013, 58(2): 158-169.  
Zhang Bo, Wang Limin, Wang Xiaowei, et al. Discrete particle simulation of bubbling bed with jet flow at a single orifice based on the lattice Boltzmann method[J]. Chinese Science Bulletin, 2013, 58(2): 158-169. (in Chinese)
- [9] Zhao Liqing, Sun Jianhong, Xu Changyue. Flow field analyses of plane jet at low Reynolds numbers using lattice Boltzmann method[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 29(3): 199-206.
- [10] Prosperetti A. Motion of two superposed viscous fluids[J]. Physics of Fluids, 1981, 24(7): 1217-1223.
- [11] Andreopoulos J, Praturi A, Rodi W. Experiments on vertical plane buoyant jets in shallow water[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1986, 168(7): 305-336.
- [12] Beltaos S, Rajaratnam N. Plane turbulent impinging jets[J]. Journal of Hydraulic Research, 1973, 11(1): 29-59.



**第一作者简介:**赵立清,女,1982年9月生,博士研究生。主要研究方向为人机与环境工程。曾发表《Numerical simulation on flapping motion of submerged plane water jets》(《Modern Physics Letters B》2009, Vol. 23, No. 3.)等论文。E-mail: zhaoliqing@nuaa.edu.cn.