

应用模型修正方法的印制电路板参数识别^{*}

常 涛¹, 郭勤涛¹, 张保强²

(1. 南京航空航天大学机电学院 南京, 210016) (2. 南京航空航天大学机械结构强度与振动国家重点实验室 南京, 210016)

摘要 基于模态试验数据和模型修正方法,研究了印制电路板物理参数识别方法。印制电路板的动态特性对电子设备可靠性有重要影响,即使铺层相同的印制电路板因电路分布不同,其弹性模量、泊松比差异也较大。因此,为了获得更加精确的有限元模型,需识别印制电路板的主要物理参数。以航天使用的某种印制电路板为例,分别采用基于灵敏度分析和基于响应面方法的模型修正方法对印制电路板的物理参数进行识别。两种方法识别的弹性模量、泊松比基本一致,计算和试验的振型相关系数接近 1,且修正后有限元模型计算应变值与试验应变值在载荷较小时基本一致,表明识别结果比较准确。结果表明,基于模态试验数据和模型修正相结合的参数识别方法合理有效,可用于工程中印制电路板物理参数识别。

关键词 模型修正; 灵敏度分析; 响应面法; 模态试验; 应力应变试验; 印制电路板

中图分类号 TH113; O327; O212.6

引 言

在导弹发射、神舟飞船着陆、飞机起飞、火箭分离等过程中,都会有剧烈的振动与冲击。如果振动量级过大,会引起印制电路板(printed circuit board,简称 PCB)上的器件引脚断裂、焊点脱落、继电器簧片颤动、接插件断裂等严重故障。为了提高印制电路板的可靠性,就必须提高印制电路板的抗振能力。在整机或整个电子部件没有制造或组装之前,需要采用有限元仿真来模拟整机的动态特性,这就需要建立正确的印制电路板有限元模型。目前,采用各向同性材料对印制电路板建模是工程中最常用的方法。基于各项同性假设,王红芳等^[1]对印制电路板 5 种有限元建模方法进行了对比分析。杨宇军等^[2]提出在工程中印制电路板常按各向同性材料处理。

物理参数的准确性是有限元精确建模的基础。以往物理参数识别一般是通过静力学试验,往往容易破坏结构,而印制电路板价格昂贵、几何结构复杂,不适合通过静力学试验来获得其物理参数。国内外对结构物理参数识别方法已经进行了多方面的研究。20 世纪 80 年代以来,主要发展的是基于模态参数的有限元模型修正方法。Friswell^[3-6]对基于模态参数的设计参数型有限元模型修正的各个方面进行了深入研究,包括修正参数的选择、修正方程的

求解、修正中的阻尼以及其他相关问题。基于灵敏度分析方法,费庆国^[7]对 GARTEUR 飞机(欧洲航空科技研究组织建立的典型标准飞机模型)进行了两种残差的模型修正,并通过仿真算例研究了参数选择与修正后模型质量等级的对应关系。近年来,响应面法在工程中的应用逐渐广泛。郭勤涛等^[8]对如何获得高阶高精度响应面进行了研究,把几种现代试验设计方法进行了改进和发展,同时响应面方法也已经应用于模型修正的研究中。宗周红等^[9]利用响应面法对下白石大桥的有限元模型进行修正,模型修正后计算结果与实测结果比较吻合。目前,模型修正应用于 PCB 物理参数的识别研究较少,笔者分别采用了基于灵敏度分析和基于响应面法的模型修正方法对印制电路板物理参数进行识别。

1 应用灵敏度分析的模型修正理论和 方法

基于灵敏度分析的模型修正方法是一种十分成熟和可靠的传统参数识别方法,是结构物理参数识别的有效方法。已知结构的有限元模型共有 j 个设计参数,其中前 i 个为待修正的参数,则设计参数为

$$\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_j]^T \quad (1)$$

结构的总体刚度矩阵和质量矩阵可以表达为设计参数 \mathbf{p} 的函数

^{*} 国家自然科学基金资助项目(50575101, 51075200);南京航空航天大学基本科研业务费专项科研项目(NS20100124)
收稿日期:2011-06-03;修改稿收到日期:2011-08-30

$$\begin{cases} \mathbf{K} = F_K(\mathbf{p}) \\ \mathbf{M} = F_M(\mathbf{p}) \end{cases} \quad (2)$$

则结构的特征量可以表达为设计参数的函数

$$F = F(\mathbf{K}, \mathbf{M}) = F(F_K(\mathbf{p}), F_M(\mathbf{p})) = F_p(\mathbf{p}) \quad (3)$$

其中: F 可以为任意的特征量,如模态频率、模态振型等。

对设计参数 P 进行摄动, F 在 p_0 处的 Taylor 展开式为

$$F(\mathbf{p}) \cong F(\mathbf{p}_0) + \sum_{i=1}^j \frac{\partial F}{\partial (p_i)} \Delta p_i \quad (4)$$

式(4)可改写为

$$\mathbf{S}\{\Delta \mathbf{p}\} \cong \{\Delta \mathbf{F}\} \quad (5)$$

其中: $\Delta \mathbf{p}$ 为设计参数改变量; $\{\Delta \mathbf{F}\}$ 为残差向量; $\{\Delta \mathbf{p}\} = \{\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_j\}$; $\{\Delta \mathbf{F}\} = \{F(\mathbf{p})\} - \{F(\mathbf{p}_0)\}$; \mathbf{S} 为特征量对设计参数的灵敏度矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial p_1} & \frac{\partial f_1}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial p_j} \\ \dots & \dots & \vdots & \dots \\ \frac{\partial f_m}{\partial p_1} & \frac{\partial f_m}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial p_j} \end{bmatrix}$$

模型修正问题可以转化为如下的优化问题^[7]

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{W}_f \mathbf{R}(\mathbf{p})\|^2, \mathbf{R}(\mathbf{p}) = \{\mathbf{F}_e\} - \{\mathbf{F}_p(\mathbf{p})\} \\ \text{s. t. } \text{VLB} \leq \mathbf{p} \leq \text{VUB} \end{aligned} \quad (6)$$

其中: \mathbf{W}_f 为结构特征量之间的加权矩阵; $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ 为残差项; $\{\mathbf{F}_e\}$ 和 $\{\mathbf{F}_p(\mathbf{p})\}$ 为结构动态特性的试验值和仿真值;VLB, VUB 分别为设计参数变化的上限和下限。

2 基于响应面法的有限元模型修正理论和方

响应面法是一种快速运行模型建模方法,其基本思想是通过确定性试验设计拟合一个响应面函数来模拟真实的输入和输出之间的隐式关系,使系统的进一步分析可以建立在响应面函数上^[8-10]。

2.1 试验设计方法

基于多元线性回归的多项式响应面需要数据样本,常用设计方法为全因子试验设计、中心点复合设计、Box-Behnken Design、D-最优设计等^[11-12]。

2.2 修正参数选择

应用 F 值检验法进行假设检验,找出显著性参数定为待修正参数。有限元模型的设计参数 A ,对某一响应特征(比如频率 f)的 F 检验为

$$F_A = \frac{S_A/f_A}{S_e/f_e} \sim F(f_A, f_e) \quad (7)$$

其中: S_A 为因素引起的偏差平方和; S_e 为误差的偏差平方和; f_A, f_e 分别为因素 A 和偏差的自由度^[13]。

2.3 响应面拟合

系统的特征量 y 为因变量, $x_i, i=1, 2, \dots, k$ 代表 k 个设计参数,多项式响应面函数可表示为

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 \quad (8)$$

其中: $x_i \in [x_i^l, x_i^u]$, x_i^l, x_i^u 分别为设计参数 x_i 取值范围上下限; $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ 为待定系数^[13-14]。经典方法是采用最小二乘法估计多项式系数 $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ 。

响应面精度的检验采用相对均方 RMSE 和 R^2 判断系数

$$\begin{aligned} \text{RMSE} &= \frac{1}{N_{\text{grid}} y} * \sqrt{\sum_{\text{grid}} (y - y_{\text{reg}})^2} \\ R^2 &= 1 - \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{grid}}} (y_{\text{reg}}(j) - y(j))^2}{\sum_{j=1}^{N_{\text{grid}}} (y_{\text{reg}}(j) - \bar{y})^2} \end{aligned} \quad (9)$$

其中: y 和 y_{reg} 分别为设计空间上各点的真值和响应面的值; \bar{y} 为设计空间上各点真值的均值; N_{grid} 为设计空间上检验点的数量^[9]。

2.4 模型修正

模型修正的问题^[13-14]表达如下

$$\begin{aligned} \min \|\mathbf{R}(\mathbf{p})\|^2, \mathbf{R}(\mathbf{p}) = \{\mathbf{y}_E\} - \{\mathbf{y}_A(\mathbf{p})\} \\ \text{s. t. } \mathbf{p}_L \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_U \end{aligned} \quad (10)$$

其中: P 为设计参数; $\{\mathbf{y}_E\}, \{\mathbf{y}_A(P)\}$ 分别为目标变量的试验值和分析值; $\mathbf{R}(p)$ 为残差项; $\mathbf{p}_L, \mathbf{p}_U$ 为设计参数 P 变化的上下限。

3 印制电路板物理参数 E, V 识别

首先进行模态试验,获得印制电路板的模态参数。印制电路板长为224 mm,宽为204 mm,厚为2 mm,层数16,材料为覆铜箔环氧玻纤布层压板,密度为 $2.91 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ 。试验设备为安捷伦35670, PCB力锤和ICP传感器,振动测点采用网状分布^[15],边界为自由-自由。采用跑点锤击法采集频响函数,平均次数为5,采用N-Model模态分析软件识别模态参数。

采用各向同性材料对印制电路板建模,传感器处理为集中质量点,质量为34 g,忽略传感器引入的转动惯量,同时假设502胶水连接刚性非常好。取前7阶模态频率(除自由-自由模态频率外)为特征量,取弹性模量 E 、泊松比 V 为待修正参数,进行基

于灵敏度分析和基于响应面法的模型修正。

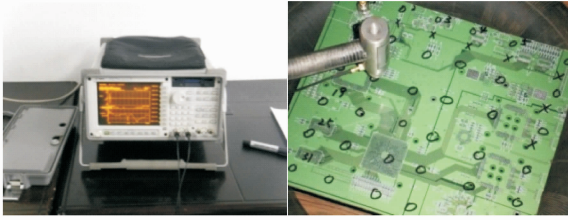


图 1 印制电路板模态试验

3.1 基于灵敏度分析的印制电路板模型修正

以试验模态分析识别的前 7 阶模态频率值为目标,采用 N-Updating 修正程序进行迭代计算,修正后模态频率误差均在 2% 以内,表明修正后前 7 阶模态频率仿真计算值与试验值吻合良好(见表 1、图 2 和图 3)。

表 1 灵敏度法修正前后对比

参数	修正前	修正后
E/kPa	7×10^7	3.245×10^7
V	0.15	0.374

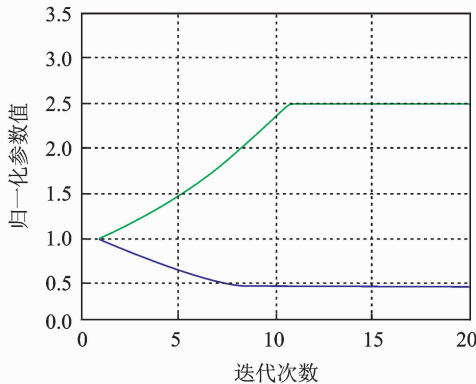


图 2 灵敏度法修正后的弹性模量 E 、泊松比 V 迭代变化曲线图

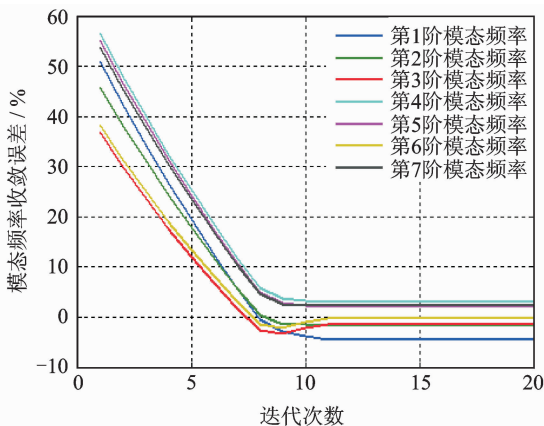


图 3 灵敏度法修正后的模态频率误差迭代收敛图

3.2 基于响应面法的印制电路板模型修正

首先采用全因子试验设计方法取参数 E, V 样

本点,然后采用线性回归法建立响应面模型。第 1 阶模态频率响应面如图 4 所示。

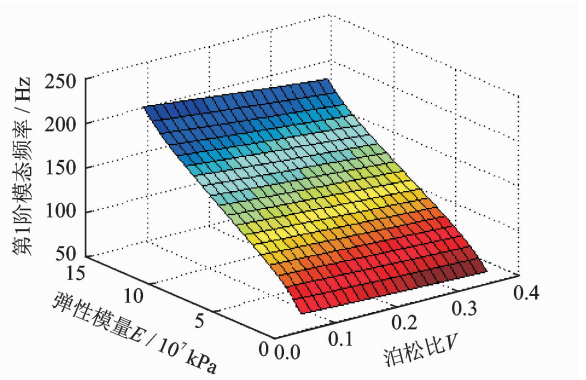


图 4 第 1 阶模态频率响应面

采用相对均方根误差 RMSE 和 R^2 判断系数对建立的响应面模型进行检验,以确定所建响应面的可信度(表 2)。RMSE 代表响应面的精度,如 0.01 表示真值和响应面之间的差异约为平均幅值的 1%; R^2 为响应面与真值之间的差异程度,在 0~1 之间,当 R^2 值为 1 时,表示二者完全一致。

表 2 RMSE 和 R^2 检验

阶次	R^2	RMSE	阶次	R^2	RMSE
第 1 阶	1.000 0	0.000 8	第 5 阶	1.000 0	0.000 4
第 2 阶	1.000 0	0.000 2	第 6 阶	1.000 0	0.000 9
第 3 阶	1.000 0	0.001 1	第 7 阶	1.000 0	0.000 4
第 4 阶	1.000 0	0.000 5			

响应面检验合格,以试验模态分析识别的前 7 阶模态频率值为目标,采用 MATLAB 修正程序调用响应面进行迭代计算,修正后模态频率误差均在 2% 以内,表明修正后前 7 阶模态频率仿真计算值与试验值吻合良好(表 3)。

表 3 响应面法修正前后对比

参数	修正前	修正后
E/kPa	7×10^7	3.217×10^7
V	0.15	0.373 7

弹性模量 E 、泊松比 V 迭代变化如图 5 所示,模态频率误差迭代收敛如图 6 所示。

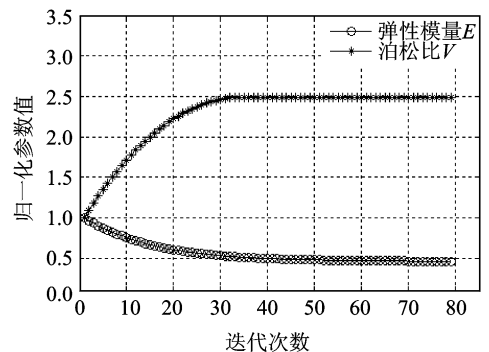


图 5 响应面法修正后的弹性模量 E 、泊松比 V 迭代变化曲线图

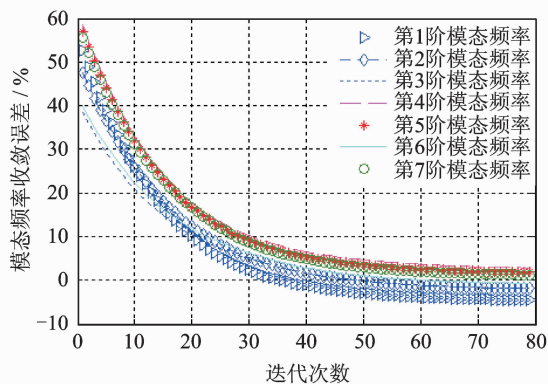


图6 响应面法修正后的模态频率误差迭代收敛图

3.3 两种方法识别出的参数值检验和对比

表4给出两种修正方法的修正误差,基于灵敏度法识别结果误差取绝对值后平均为2.4411%,基于响应面法识别结果误差取绝对值后平均为2.1317%。表明两种修正方法识别结果基本一致。

表4 修正前后模态频率误差对比 %

模态频率阶次	初始误差	灵敏度修正后最终误差	响应面修正后最终误差
第1阶	51.1	-4.472 3	-4.537 7
第2阶	45.1	-1.595 6	-1.903 0
第3阶	36.3	-1.440 0	-1.896 8
第4阶	56.8	3.050 8	2.845 7
第5阶	55.5	2.040 2	1.836 4
第6阶	38.3	-2.256 4	-0.700 7
第7阶	54.2	2.232 9	1.201 9

通过计算振型相关系数(modal assurance criterion,简称MAC)对修正后有限元模型进行振型相关检验。

$$MAC_{ij} = \frac{|(\{\varphi\}_i^e)^T(\{\varphi\}_j^a)|^2}{(\{\varphi\}_i^e)^T(\{\varphi\}_i^e)(\{\varphi\}_j^a)^T(\{\varphi\}_j^a)} \quad (11)$$

其中: $\{\varphi\}_i^e$ 代表第*i*阶试验模态振型; $\{\varphi\}_j^a$ 代表第*j*阶有限元模态振型; T 代表转置。MAC值为1时,代表两个振型完全相关;值为0时,表示两个振型线性无关^[12]。对两种方法修正后的模型进行振型相关分析,结果如表5所示。

表5 MAC 检验

振型阶次	灵敏度法修正		响应面法修正	
	MAC	误差/%	MAC	误差/%
1	0.866 2	-5.12	0.866 3	-5.91
2	0.685 3	-1.38	0.684 8	-1.84
3	0.975 7	-1.74	0.973 4	1.60
4	0.739 5	3.12	0.743	2.58
5	0.932 7	2.02	0.931	1.42
6	0.774 9	-8.84	0.774	-7.53
7	0.917 6	2.23	0.916 3	1.73

振型相关系数最小为0.743,表明修正后有限元计算振型和试验振型一致,即参数识别结果良好。

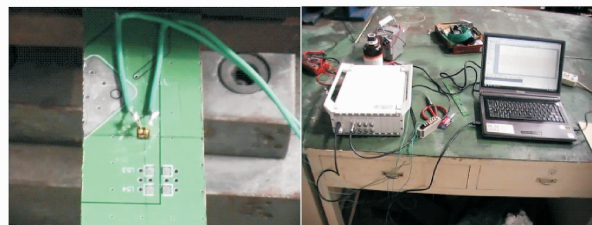
4 应力应变试验验证

为了验证识别物理参数的准确性,采用应力应变试验进行验证。试件长79 mm,宽26 mm,厚2 mm,采用东华DH5920采集应变信号。将识别的参数值输入试件有限元模型,进行相同载荷下的静力分析,结果如表6。在载荷为9.8 N时,有限元计算和应力应变试验的应变非常接近,表明识别的参数值比较准确。

表6 有限元静力计算结果与试件试验结果对比

力/N	试验应变/ $\mu\epsilon$	有限元计算应变/ $\mu\epsilon$	误差/%
9.8	437	449	2.7
19.6	920	899	-2.3
29.4	1 445	1 350	-6.6
39.2	1 992	1 880	-5.6
49.0	2 605	2 250	-13.6
58.8	3 215	2 700	-16.0

而随着加载增加,两者应变差异越来越大,这是因为试验过程中试件产生塑性变形,响应非线性明显,弹性模量不再是常数^[16]。应力应变试验如图7所示。



(a) 试件

(b) 试验设备

图7 应力应变试验图

5 结论

1) 基于灵敏度分析的模型修正方法和基于响应面法的模型修正方法结合模态试验识别出的物理参数精度较高,能够满足工程实际需求,是结构物理参数识别的有效方法,可为工程实际中物理参数识别提供参考。

2) 本研究中模态试验试件为32块相同的印制电路板,模态试验数据为这些印制电路板模态试验结果的均值。因此,识别的参数值是这些印制电路板物理参数的均值,识别的参数值可用于带有相同或铺层类似印制电路板的电子设备抗振计算。

3) 不同印制电路板的弹性模量和泊松比具有

不确定性,下一步可对印制电路板进行不确定性建模。当确定物理参数的分布后,可计算出有限元模型的动态响应范围,适合于带有同类和类似印制电路板的电子设备,在抗振能力计算和可靠性计算设计阶段,具有重要的工程价值。

参 考 文 献

- [1] 王红芳,赵玫.基于动态特性的印制板结构改进[J].振动与冲击,2000,19(1):49-51.
Wang Hongfang, Zhao Mei. The structure improvements based on the dynamic characteristics of the printed circuit board[J]. Journal of Vibration and Shock, 2000,19(1):49-51. (in Chinese)
- [2] 杨宇军,叶松林,游少雄,等.插板式PCB的内置式减振设计方法及其PSD动力学仿真[J].振动与冲击,2007,26(2):39-42.
Yang Yujun, Ye Songlin, You Shaoxiong, et al. The vibration damping design method of PCB and its PSD dynamics simulation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007,26(2):39-42. (in Chinese)
- [3] Friswell M I, Mottershead J E, Ahmadian H. Combining subset selection and parameter constraints in model updating[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1998,120(4):854-859.
- [4] Friswell M I, Garvey S D, Penny J E T. The convergence of the iterated IRS method[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998,211(1):123-132.
- [5] Friswell M I, Inman D J, Pikey D F. The direct updating of damping and stiffness matrices[J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 1998,36(3):491-493.
- [6] Friswell M I, Mottershead J E, Ahmadian H. Finite element model updating using experimental test data: parameterization and regularization[J]. Transaction of Royal Society, 2001,359:169-186.
- [7] 费庆国,张令弥,郭勤涛. GARTEUR有限元模型修正与确认研究[J].航空学报,2004,25(4):372-375.
Fei Qingguo, Zhang Lingmi, Guo Qintao. The research on finite element model updating and validation of GARTEUR[J]. Journal of Aeronautics, 2004,25(4):372-375. (in Chinese)
- [8] 郭勤涛,张令弥,费庆国.用于确定性计算仿真的响应面法及其试验设计研究[J].航空学报,2006,27(1):55-61.
Guo Qintao, Zhang Lingmi, Fei Qingguo. Response surface method and its experimental design for deterministic computer simulation[J]. Journal of Aeronautics, 2006,27(1):55-61. (in Chinese)
- [9] 宗周红,高铭霖,夏樟华.基于健康监测的连续刚构桥有限元模型确认(I)-基于响应面法的有限元模型修正[J].土木工程学报,2011,44(2):90-98.
Zong Zhouhong, Gao Minglin, Xia Zhanghua. The finite element model validation of continuous rigid frame bridge based on health monitoring (I)-the finite element model updating based on response surface[J]. China Civil Engineering Journal, 2011,44(2):90-98. (in Chinese)
- [10] Kwon Joong-Hak, Hwang Sang-Moon, Lee Chang-Min, et al. Application of response surface methodology in microspeaker design used in mobile phones[J]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Magnetics, 2009,45(10):4550-4553.
- [11] 郭勤涛,张令弥,费庆国.结构动力学有限元模型修正的发展-模型确认[J].力学进展,2006,36(1):36-42.
Guo Qintao, Zhang Lingmi, Fei Qingguo. The development of finite element model updating-model validation[J]. Advances in Mechanics, 2006,36(1):36-42. (in Chinese)
- [12] 杨宇军,陈建军,李维健.具有频率约束的电路板抗振优化设计问题研究[J].振动、测试与诊断,2008,28(1):31-34.
Yang Yujun, Chen Jianjun, Li Weijian. The vibration optimization of printed circuit board with frequency constraints[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008,28(1):31-34. (in Chinese)
- [13] 费庆国,张令弥,李爱群,等.基于统计分析技术的有限元模型修正研究[J].振动与冲击,2005,24(3):23-26.
Fei Qingguo, Zhang Lingmi, Li Aiqun, et al. The finite element model updating based on statistical analysis techniques[J]. Journal of Vibration and Shock, 2005,24(3):23-26. (in Chinese)
- [14] 费庆国,韩晓林,苏鹤玲.响应面有限元模型修正的实现与应用[J].振动、测试与诊断,2010,30(2):132-134.
Fei Qingguo, Han Xiaolin, Su Heling. The implementation and application of finite element model updating based on response surface[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010,30(2):132-134. (in Chinese)
- [15] 邓焱,严普强.桥梁结构损伤的振动模态检测[J].振动、测试与诊断,1999,19(3):157-163.
Deng Yan, Yan Puqiang. The detection of modal parameters of damaged bridge[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 1999,19(3):157-163. (in Chinese)
- [16] 陈惠发,萨里普 A F. Elasticity and plasticity[M]. 余天庆,等编译.北京:中国建筑工业出版社,2005:306-379.



第一作者简介:常涛,男,1986年10月生,工程师。主要研究方向为结构动态设计。

E-mail: changkongu@sina.com