

# 基于几何动态模型的圆度误差分离模拟<sup>\*</sup>

梁霖<sup>1</sup>, 刘飞<sup>1</sup>, 徐光华<sup>1,2</sup>, 针钊<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学机械工程学院 西安, 710049) (2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安, 710054)

**摘要** 针对精密加工过程中影响圆度误差分离精度的问题, 提出了一种基于几何动态模型的圆度误差分离模拟方法。在主轴空间运动规律的基础上, 通过回转体轴心的自转和公转关系建立工件截面的几何模拟动态模型。结合三点法圆度误差分离技术实现了动态条件下的圆度误差准确表示, 并分析研究了传感器安装角度与干扰误差对圆度误差分离精度的影响。数值实验分析表明, 建立的几何模型分析有利于研究回转加工中圆度误差分离结果的正确性, 达到了提高误差分离精度及抑制误差对加工精度影响的目的。

**关键词** 圆度误差; 三点法; 误差分离; 动态模型

**中图分类号** TH161.5

## 引言

随着加工制造业的不断发展, 高速高精加工需求已成为发展的主要方向。对于精密回转体加工来说, 如何有效地控制加工截面的圆度误差将成为保障零件成形质量的基本要求。当圆度误差量值与回转误差量值在同一个级别或者相差几个级别时, 必须应用误差分离技术准确获得圆度误差值。国内外已有许多学者对圆度误差分离技术进行了研究<sup>[1-10]</sup>, 但是这些研究主要集中在分离方法以及误差分离模型等方面。对于在精密加工中利用圆度误差分离控制加工成形误差的机理研究还相对较少, 这就限制了精密圆度误差检测在加工过程中的实际应用。

针对加工中圆度误差分离精度的问题, 笔者提出了一种基于几何动态模型的圆度误差分离模拟方法。首先, 对误差分离中的重点问题以及影响因素进行了分析, 并阐述了基于几何动态模拟的圆度误差分离的反向分析方法, 利用动态模型分析圆度误差分离机理; 然后, 分析误差分离对评价量值结果的影响因素, 并获得最优的传感器测量角度值以及谐波抑制措施。建立模拟分析有利于研究回转加工中圆度误差分离结果的正确性与可靠性, 提高圆度误差的分离精度, 更好地抑制误差对加工精度的影响。

## 1 圆度误差分离的几何动态模拟原理

### 1.1 圆度误差分离技术的探讨

三点法圆度误差分离的前提是“小偏差、小误差”假设。由于忽略了动态回转状态下轴心轨迹波动, 所以可视为圆度误差的静态分离, 它只验证了三点法原理的可解性, 并不能验证动态测量条件下回转误差及圆度误差分离的正确性。在动态测试过程中, 轴心回转运动的误差通过工件传递反映在传感器的输出数据上。研究动态回转加工中圆度误差的形成机理及分离正确性时, 首先要推演出回转体运动状态, 反向确定圆度误差在回转条件下的形成过程以及复原精度。然后, 再实现动态条件下的三点法圆度误差分离技术的应用, 并获得准确测量结果及影响因素分析。

### 1.2 三点法圆度误差分离的原理

图 1 为三点法圆度误差分离测试的模型, 其中:  $S_1, S_2, S_3$  分别代表主轴测量截面上的 3 支传感器, 其与水平位置的夹角分别为  $0^\circ, \alpha^\circ$  和  $\beta^\circ$ 。

以 3 支传感器的交点为坐标原点建立测量坐标系, 传感器得到的测量数据分别为

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51075323)

收稿日期: 2012-04-10; 修回日期: 2012-07-24

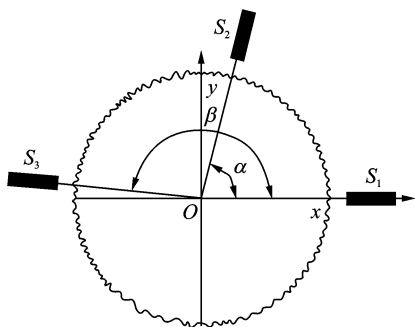


图1 三点法传感器布置示意图

Fig.1 Principle of three-point method

$$\begin{cases} S_1(\theta) = r(\theta) + \delta_x(\theta) \\ S_2(\theta) = r(\theta + \alpha) + \delta_x(\theta)\cos\alpha + \delta_y(\theta)\sin\alpha \\ S_3(\theta) = r(\theta + \beta) + \delta_x(\theta)\cos\beta + \delta_y(\theta)\sin\beta \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $S_m(\theta)$  为第  $m$  个传感器的测量值 ( $m = 1, 2, 3$ );  $r(\theta)$ ,  $r(\theta + \alpha)$  和  $r(\theta + \beta)$  分别为第  $m$  个传感器对应的圆度误差;  $\delta_x(\theta)$  和  $\delta_y(\theta)$  分别为回转误差在  $x$  轴和  $y$  轴上的分量。

将式(1)中的3组测量值分别乘以权系数  $a, b, c$  并相加,得到如式(2)所示的组合信号  $S(\theta)$  为

$$\begin{aligned} S(\theta) &= aS_1(\theta) + bS_2(\theta) + cS_3(\theta) = \\ & ar(\theta) + br(\theta + \alpha) + cr(\theta + \beta) + \\ & (a + b\cos\alpha + c\cos\beta)\delta_x(\theta) + \\ & (b\sin\alpha + c\sin\beta)\delta_y(\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

若要分离出圆度误差  $r(\theta)$ ,则需要  $a + b\cos\alpha + c\cos\beta = 0$  和  $b\sin\alpha + c\sin\beta = 0$ 。取  $a = 1$  时,求解出  $a, b, c$ ,代入式(2)化简可得  $S(\theta) = ar(\theta) + br(\theta + \alpha) + cr(\theta + \beta)$ ,离散化形式为  $S(i) = ar(i) + br(i + p) + cr(i + q)$ ,其中:  $i = \theta N / 2\pi$ ,  $p = \alpha N / 2\pi$ ,  $q = \beta N / 2\pi$ 。根据离散化的傅里叶变换及时延相移特性可得  $S_f(k) = r_f(k)(1 + be^{j2\pi pk/N} + ce^{j2\pi qk/N})$ ,其中  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ,令  $g(k) = 1 + be^{j2\pi pk/N} + ce^{j2\pi qk/N}$ ,则

$$r_f(k) = S_f(k) / g(k) \quad (3)$$

其中:  $g(k)$  为权函数。

对其进行傅里叶反变换,可得分离的圆度误差  $r(i)$  为

$$r(i) = \text{IDFT}^{-1}[r_f(k)] \quad (4)$$

由此可见,在三点法圆度误差分离理论中,传感器的测量值对提取的圆度误差准确性至关重要。

### 1.3 圆度误差分离的几何动态模拟模型

对工件进行动态在机检测时,由于机床主轴的旋转存在回转误差,而测量时回转误差又会引入到

传感器测量信息中。为了能够有效分离出圆度误差,可以利用主轴转子轴心自转与公转的运动特点合成实际测量时工件的运动状态,然后用几何方法计算出传感器的测量值,再对其进行分离计算,从而得到有效的圆度误差。

在机测量时,工件截面的运动状态如图2(a)所示。当工件截面的回转中心从位置点1移动到位置点2时,所对应工件截面轮廓上某固定点的位置便从点位置A移动到了点位置B,因为工件截面轮廓上的固定点相对于截面回转中心的位置是固定的,可以分解为工件截面绕回转中心做公转运动的同时,也在绕平均回转中心做自转运动。因此,对工件截面运动方式进行分解,可将其在直角坐标系中表示为工件截面的平动与工件截面自身的转动两个部分,如图2(b)所示。

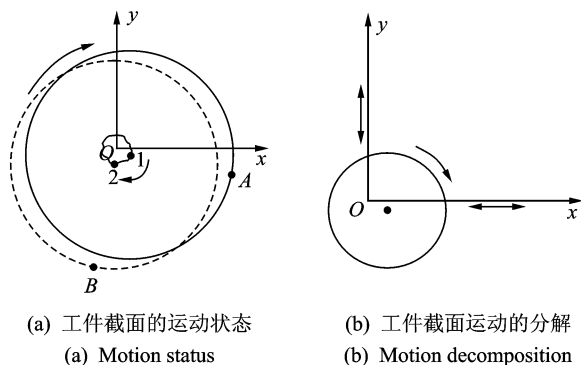


图2 工件截面运动状态及运动分解示意

Fig.2 Motion and decomposition of the workpiece section

根据图2(b)分解后的工件回转运动方程为

$$\theta_i = (\pi n / 30) t_i \quad (5)$$

其中:  $\theta_i$  表示为  $t_i$  时刻旋转角位移方向的变化量;  $n$  为主轴转速。

分解后的工件轴心运动方程可表示为

$$\begin{cases} x_i = V_x t_i \\ y_i = V_y t_i \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $x_i, y_i$  分别为  $t_i$  时刻轴心  $x$  方向和  $y$  方向的位移量;  $V_x, V_y$  分别为  $x$  方向和  $y$  方向的波动速度。

## 2 基于几何模拟的圆度误差模型

### 2.1 基于几何模拟的动态模型

在工件运动的动态规律基础上,从坐标原点沿

某一设定的方向(假设为传感器方向,离坐标原点的距离为基圆半径,如图 3 所示的  $a$  点、 $b$  点和  $c$  点)做延长线,如图 3 所示的虚线部分。此延长线与工件截面轮廓交于一点,即  $d$  点、 $e$  点和  $f$  点,此交点与坐标原点间的距离  $da$ 、 $eb$  和  $cf$  即可视为相应传感器的测量值。

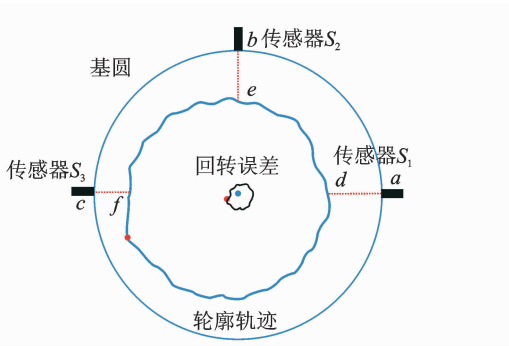


图 3 几何动态模型的传感器测量值计算

Fig. 3 Sensor value of geometric dynamic model

在获得传感器测量值的基础上,通过三点法误差分离可以对传感器数据进行分离,获得准确的圆度误差表示。

## 2.2 圆度误差分离数据动态模拟

按照主轴截面运动状态,圆度误差的动态模拟主要包括运动合成和传感器检测数据计算两个部分,算法步骤如下:

- 1) 设定被测截面轮廓和回转误差运动方程及主轴自转与公转方向参数;
- 2) 确定传感器的测量角度和传感器的基圆半径,输入旋转一周的采样点数参数;
- 3) 根据回转误差运动方程确定回转误差运动轨迹;
- 4) 在回转误差运动轨迹上选取任意点作为截面轮廓的回转中心,并以此回转中心计算工件的截面轮廓;
- 5) 若被测对象是正进动,则以回转误差运动轨迹顺时针旋转后的下一点为回转中心,计算截面轮廓顺时针旋转角度  $\Delta\theta$  后的截面轮廓,否则为逆时针旋转;
- 6) 根据回转误差运动轨迹逐点计算旋转一周后的轮廓轨迹,从而动态模拟出工件运动合成;
- 7) 在运动合成的基础上,根据轮廓表面计算出传感器  $S_1$ 、 $S_2$  和  $S_3$  的距离,作为传感器的动态测量数据。

根据圆度误差分离数据模拟的步骤可以动态模拟工件的运动轨迹。按照截面波纹度形式,设定截面轮廓为一次谐波,如图 4 所示,其中回转误差为椭圆加上随机信号。在动态模拟的基础上,结合三点法误差分离技术可以实现圆度误差分离与反求。

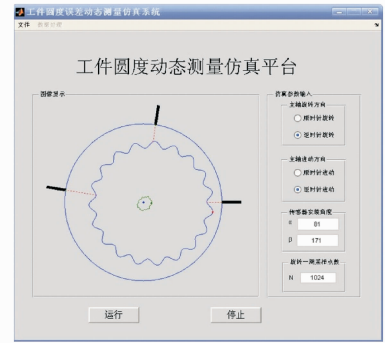


图 4 工件圆度动态测量模拟

Fig. 4 Simulation of the roundness dynamic measurement

## 2.3 仿真与实际测试对比

对动态模拟结果进行实际误差对比测试。使用 GE Bently 3300XL 涡流传感器作为前端测试探头对  $\Phi 40$  工件进行在机测试。圆度仪对  $\Phi 40$  工件进行静态测试的最小二乘圆度评价结果为  $41.37 \mu\text{m}$ ,而利用仿真模型对采样数据进行评价的结果为  $41.85 \mu\text{m}$ ,两次测量值偏差为  $0.5 \mu\text{m}$ 。由于传感器分辨率以及传感器安装同心误差的影响,可认为结果基本一致。这说明基于几何动态模型的圆度误差分离模拟方法是可行的。

## 3 影响误差分离结果的因素分析

理论分析表明,若测量参数选择不当将会使圆度误差分离产生谐波抑制,而噪声干扰也会引起圆度形状误差分离结果的失真。下面讨论谐波抑制、干扰误差传递对三点法误差分离的影响。

### 3.1 传感器安装角度的直接影响分析

#### 3.1.1 角度参数对谐波抑制的影响

由式(3)可知,当权函数  $g(k) = 0$  时,需要使  $r(k) = 0$ ,即圆度误差中第  $k$  阶谐波被抑制,因此需要对权函数的零点进行分析。可以证明,当  $p$ 、 $q$  和  $N$  具有大于 1 的公因数  $\omega$  时,式(2)成立,且可以使除  $k=1$  以外的所有  $g(k) \neq 0$ ,从而避免一阶以外的谐波被抑制。因此,参数  $p$  和  $q$  的选取需要有一个

全局性的把握,避免实际测量时的盲目性。

$$\begin{cases} g(k) \neq 0 & (k \neq |mN/w| \pm 1, 1 \leq k \leq N/2) \\ g(k) = 0 & (k = |mN/w| \pm 1, 1 \leq k \leq N/2) \end{cases} \quad (7)$$

当满足  $p < q$  时,可使用统计方法对权函数  $g(k)$  的零点进行分析。如果角度参数使得权函数零点的个数大于1,则判断产生谐波抑制,反之则不会。图5为不同角度参数  $p$  和  $q$  的谐波抑制统计,其中周期采样点数  $N=512$ ,  $p=64 \sim 510$  (对应传感器夹角  $\alpha=45^\circ \sim 358.59^\circ$ ),  $q=65 \sim 511$  (对应传感器夹角  $\beta=45.70^\circ \sim 359.2^\circ$ )。由于  $p < q$  的限制,统计结果为上三角部分,其中:黑色方框表示产生谐波抑

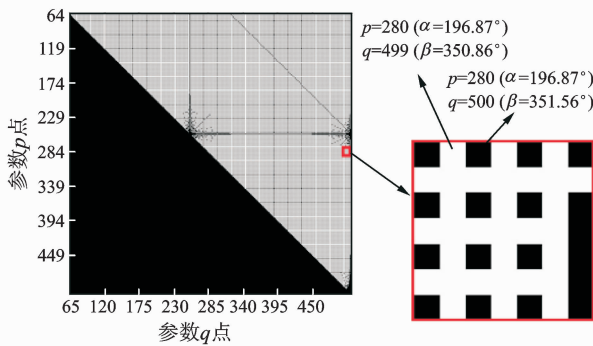


图5 角度参数对谐波抑制的影响

Fig. 5 Influence of the angle parameter of harmonic suppression

制;白色方框表示未谐波抑制。在此参数下统计权函数  $g(k)$  的零点,如  $p=280$  ( $\alpha=196.87^\circ$ ),  $q=500$  ( $\beta=351.56^\circ$ ) 时,权函数  $g(k)$  的零点个数为6,可判定此角度参数会产生谐波抑制。

由统计可知,部分角度参数会产生严重的谐波抑制作用,即  $g(k)$  的零点个数大于  $N/4$  的时候,分离的圆轮廓和实际圆轮廓有50%的谐波被抑制。表1为部分谐波损失较大的角度值。因此,在实际应用中应该避免使用这些角度参数。

### 3.1.2 角度误差对分离精度的影响

利用三点法误差分离需要保证传感器的同心定位,而传感器的中心又是最终分析中的测量中心,因此传感器的安装角度偏差将会影响最终的测试精度。因此,讨论三点法圆度误差分离技术角度偏差对频域分离精度的影响就显得十分重要。

图7为传感器度的偏差对分离效果的影响变化曲线。其中,传感器夹角设定为  $\alpha=71^\circ$ ,  $\beta=171^\circ$ ,取实际偏差为  $\pm 0.1^\circ \sim \pm 2^\circ$  (即传感器夹角的角偏差)。采样点数  $N=1024$  点,用相关系数作为分离精度的衡量指标。由图中曲线变化可见,当所用角度值为  $\alpha=71^\circ$ ,  $\beta=171^\circ$  时,分离计算得到的圆轮廓和初始给定圆轮廓的相关系数为0.9921,即圆度误差分离精度较高;而当角度值有偏差时,即使  $0.5^\circ$

表1 在  $45^\circ \sim 300^\circ$  范围内,50%谐波损失的角度值

Tab. 1 Angle value of 50% harmonic loss

( $^\circ$ )

|          |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\alpha$ | 46.41  | 53.44  | 56.25  | 59.06  | 60.47  | 61.88  | 67.50  | 70.31  |
| $\beta$  | 226.41 | 233.44 | 236.25 | 239.06 | 240.47 | 241.88 | 247.50 | 250.31 |
| $\alpha$ | 71.72  | 73.13  | 74.53  | 75.94  | 77.34  | 78.75  | 80.16  | 82.97  |
| $\beta$  | 251.72 | 253.13 | 254.53 | 255.94 | 257.34 | 258.75 | 260.16 | 262.97 |
| $\alpha$ | 85.78  | 87.19  | 88.59  | 90.00  | 91.41  | 92.81  | 94.22  | 98.44  |
| $\beta$  | 265.78 | 267.19 | 268.59 | 270.00 | 271.41 | 272.81 | 274.22 | 278.44 |
| $\alpha$ | 99.84  | 101.25 | 102.66 | 104.06 | 105.47 | 106.88 | 108.28 | 109.69 |
| $\beta$  | 279.84 | 281.25 | 282.66 | 284.06 | 285.47 | 286.88 | 288.28 | 289.69 |
| $\alpha$ | 111.09 | 113.91 | 116.72 | 118.13 | 119.53 | 120.94 | 122.34 | 123.75 |
| $\beta$  | 291.09 | 293.91 | 296.72 | 298.13 | 299.53 | 300.94 | 302.34 | 303.75 |

的夹角误差都会使相关系数下降到0.5以下,即分离结果失真。因此,测量时应对传感器的角度进行准确测量计算后再进行分离处理,来提高分离精度。

### 3.2 干扰误差传递对分离精度的影响

分析表明,只要保证权函数  $g(k)$  除  $k=1$  以外

没有零点,理论上圆度误差分离的结果将是精确的;但由于测量时噪声的存在,会对分离计算的结果产生影响,式(3)可以变换为

$$r_f(k) = \frac{S_f(k)}{g(k)} = S_f(k) \frac{g_r(k) - ig_i(k)}{g_r^2(k) + g_i^2(k)} = S_f(k) M(k) e^{i\phi(k)} \quad (8)$$

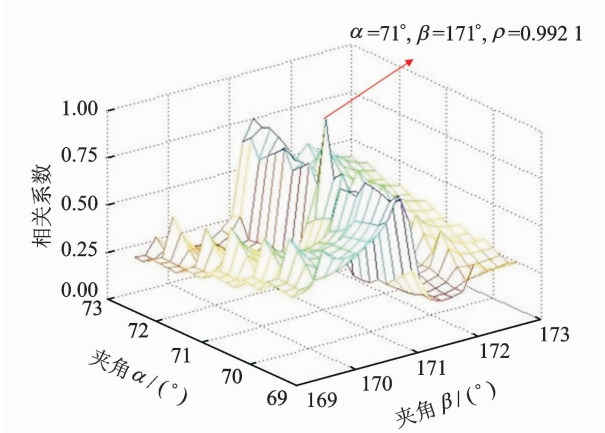


图 6 角度偏差对分离结果的影响

Fig. 6 Influence of the angular error of separation results

其中:  $M(k) = 1/\sqrt{g_r^2(k) + g_i^2(k)}$ ;  $\phi(k) = \arctan\left(\frac{g_i(k)}{g_r(k)}\right)$ ;  $g_r(k)$  为权函数  $g(k)$  的实部;  $g_i(k)$  为权函数  $g(k)$  的虚部。

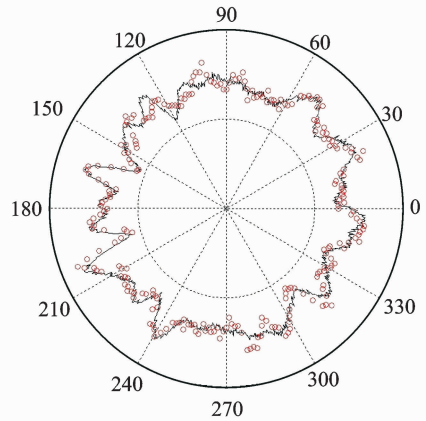
若组合信号  $S_f(k)$  中含有噪声成分  $\Delta(k)$ , 则传递的误差为  $\Delta(k)/g(k)$ 。可以看出, 权函数的大小还决定了噪声对分离结果影响的程度, 因此不能只要求权函数  $g(k)$  不为零。

式(8)中的  $M(k)$  表明了  $S_f(k)$  和  $r_f(k)$  之间的比例关系, 可称  $M(k)$  为幅值传递率, 因为角度参数  $p$  和  $q$  影响了权函数, 所以也影响  $M(k)$  的取值。若  $|g(k)| > 1$ , 即  $|M(k)| < 1$ , 噪声  $\Delta(k)$  被抑制; 若  $|g(k)| < 1$ , 即  $|M(k)| > 1$ , 噪声  $\Delta(k)$  被放大。可见,  $M(k)$  越大, 传递到该阶圆度误差中的噪声影响就越大。

现设定圆度误差为  $3.233 \mu\text{m}$ , 回转误差最大值为  $1.725 \mu\text{m}$ ; 圆周采样点数  $N=256$ , 传感器夹  $\alpha = 50/N \times 360 = 70.31^\circ$ ,  $\beta = 122/N \times 360 = 171.56^\circ$ 。在模拟圆轮廓中加入了噪声, 用于模拟测量干扰, 传感器的测量波形和频谱如图 7 和图 8 中的曲线所示(用“—”表示)。圆度误差分离后的圆轮廓如图中的曲线所示(用“o”表示)。

初始给定和分离的圆轮廓相关系数仅为  $\rho = 0.654$ , 这表明了两个轮廓的相似度较差。通过对比频谱可见, 干扰的幅值被放大, 高频部分比较严重, 即频谱分量大于  $40 \text{ Hz}$  的部分, 低频部分也产生了明显的幅值误差。用最小二乘圆法对估计原始圆轮廓的圆度误差为  $3.233 \mu\text{m}$ , 而分离的圆轮廓的圆度误差为  $3.619 \mu\text{m}$ 。

从分析可知, 这两种影响因素均为三点法算法



— 初始给定的圆度形状; o 分离出来的圆度形状

图 7 干扰误差传递的圆度轮廓对比

Fig. 7 Roundness of the error propagation

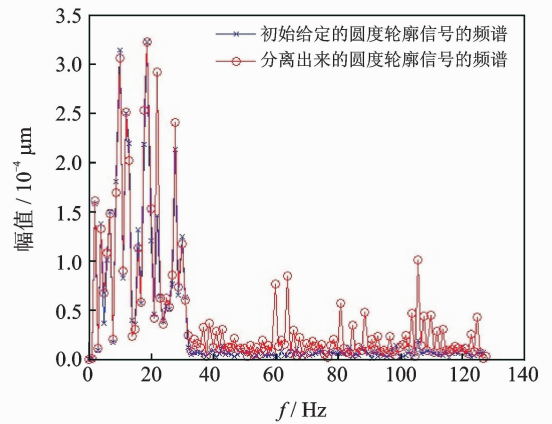


图 8 干扰误差传递的频谱对比

Fig. 8 Spectrum of the error propagation

本身的固有属性造成。第 1 种影响因素与角度参数有直接关系, 可以使用合适的角度参数减少这种因素的影响程度。第 2 种影响因素与角度参数有间接关系, 在选择合适的角度参数的基础上, 需要对采集到的数据进行平滑滤波处理, 减少干扰的影响。

## 4 结束语

利用几何动态模拟对精密加工中的回转体截面运动进行分析, 结合圆度误差分离技术建立了基于几何动态模拟的圆度误差分离模型。对动态回转加工中的圆度误差形成机理进行反向研究与仿真, 分析了影响误差分离精度与结果正确性的主要因素。

利用主轴回转运动的自转和公转合成出实际测量时工件的回转体截面运动状态。结合圆度误差分离技术建立了基于几何动态模拟的圆度误差分离模

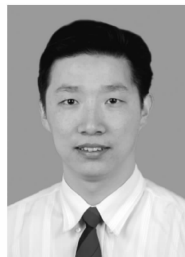
型,而获取的传感器测量值进行误差分离,可以得到有效的圆度误差,提高误差分离的精度。谐波抑制、干扰的误差传递均为三点法算法本身的固有属性造成的,可以使用合适的角度参数减少这种因素的影响程度,以及通过滤波处理减少干扰的影响。

### 参 考 文 献

- [1] 熊有伦. 精密测量的数学方法[M]. 北京:中国计量出版社,1989:271-290.
- [2] 洪迈生,梁学军,魏元雷. 虚拟基准、虚拟量仪、虚拟仪器和误差分离[J]. 振动、测试与诊断,2000,20(2):77-81.  
Hong Maisheng, Liang xuejun, Wei Yuanlei. Virtual datum, instrumentation, instrument and error separation[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis. 2000,20(2):77-81. (in Chinese)
- [3] Grejda R, Marsh E, Vallance R. Techniques for calibrating spindles with nanometer error motion[J]. Precision Engineering,2005,29(1):113-123.
- [4] 洪迈生,蔡萍. 多步法误差分离技术的比较分析[J]. 上海交通大学学报,2004,38(6):877-881.  
Hong Maisheng, Cai Ping. Analysis and comparison of multi-step error separation technique[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2004, 38(6):877-881. (in Chinese)
- [5] Gao W, Kiyono S, Sugawara T. High-accuracy roundness measurement by a new error separation method [J]. Precision Engineering,1997,21:123-133.
- [6] 洪迈生,邓宗煌,陈健强,等. 精确的时域三点法圆度误差分离技术[J]. 上海交通大学学报,2000,34(10):1318-1319.  
Hong Maisheng, Deng Zonghuang, Chen Jianqiang, et al. Accurate time domain three point method for error

separation of roundness[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2000, 34(10):1318-1319. (in Chinese)

- [7] 洪迈生,魏元雷,苏恒,等. 三平行传感器式频域法误差分离技术—在线测量圆度误差的新方法[J]. 仪器仪表学报,2003,24(4):152-156.  
Hong Maisheng, Wei Yuanlei, Su Heng, et al. A new method for on-machine measurement of roundness-error separation technique of parallel three-probe method in frequency domain[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2003,24(4):152-156. (in Chinese)
- [8] 张邦成,杨晓红,吴狄,等. 两点法在曲轴圆度误差测量中的应用[J]. 现代制造工程,2005(6):75-77.  
Zhang Bangcheng, Yang Xiaohong, Wu Di, et al. The application of two points method in the measurement of crankshaft roundness error[J]. Modern Manufacturing Engineering,2005(6):75-77. (in Chinese)
- [9] Dean J, Dawson W. Cylindricity and its measurement [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1992,32(1-2):247-253.
- [10] 叶京生,顾启泰. 圆度误差分离技术中若干问题的探讨[J]. 计量学报,1992,13(3):170-175.  
Ye Jingsheng, Gu Qitai. Research on some problems of roundness error separation technique[J]. Acta Metrologica Sinica, 1992,32(3):170-175. (in Chinese)



**第一作者简介:**梁霖,男,1973年1月生,讲师。主要研究方向为机械故障诊断、精密测量技术。曾发表《冲击故障特征提取的非线性流形学习方法》(《上海交通大学学报》2009年第43卷第11期)等论文。

E-mail:lianglin@mail.xjtu.edu.cn

