

发动机激励下行星传动非线性啮合力特性*

刘 辉^{1,2}, 蔡仲昌^{1,2}, 项昌乐^{1,2}

(1. 北京理工大学机械与车辆学院 北京,100081) (2. 北京理工大学车辆传动国防科技重点实验室 北京,100081)

摘要 建立了发动机波动转矩激励下的行星传动纯扭非线性振动模型,模型中考虑了齿侧间隙、时变啮合刚度及其相位差、综合啮合误差以及各行星轮位置相角时变性。根据信号调制原理,分析了行星排啮合力边频带的产生原因。把发动机转速、转矩分成 4 种典型工况,在时域和频域内对行星排啮合力进行深入分析。研究表明,啮合力以单边冲击为主,啮频倍频与部件转频倍频调制普遍存在,受发动机工作状态影响相对较小,啮频倍频与波动转矩频率倍频调制则受工作状态影响很大,高速重载时作用最显著。该结论为行星齿轮传动设计提供了依据。

关键词 行星齿轮传动;非线性动力学;啮合力;发动机激励;调制边频带

中图分类号 TH132.41;TB123

引 言

行星齿轮传动被广泛应用在各种传动装置,其动态特性一直是学术界关心的问题,国内外学者围绕其内部间隙、时变刚度等因素导致的非线性动力学进行了大量研究。目前,大多数行星传动动力学研究中的驱动转矩和负载转矩都是常数^[1-9],考虑外激励波动的研究较少^[10-11]。边频带的调制特征分析在机械系统的状态监测和故障诊断领域得到了广泛应用^[12-13],行星传动中的边频带调制研究较少,而且是针对常数转矩进行的^[2-3]。在工程实际中,行星齿轮传动工作在变工况变载荷的复杂环境下,发动机输出转矩的波动不可忽略。目前已有的外载荷恒定条件下的单级行星传动动力学研究难以满足实际需求,但发动机波动转矩激励下的行星传动系统非线性啮合力及边频带调制特性研究尚不成熟,不同发动机转速转矩对啮合力动态特性的影响分析也很少,这使得行星传动在复杂转速转矩情况下的动力学分析与工程实际需求存在一定差距。

笔者对某发动机输出转矩进行简谐分析,将其等效为平均值与六谐波分量的叠加,考虑齿轮副间隙、时变啮合刚度及其相位差、综合啮合误差以及各行星轮位置相角时变性,建立了单级行星传动非线性动力学模型,分析了啮合力调制边频带的产生机理。根据转速、转矩不同,把发动机激励分成

4 种典型工况进行动力学分析,从时域和频域对由于发动机状态变化产生的啮合力非线性特性改变进行研究,对提高发动机时变激励下行星齿轮传动的设计水平和工作性能具有重要意义。

1 系统非线性动力学模型与方程

1.1 行星传动力学模型

本研究在动力学分析中有如下假设:每个构件只在垂直于自身旋转轴线的平面内扭转振动;各构件为刚体,系统简化为集中参数模型;各行星轮沿圆周均匀分布,其质量、惯量、齿侧间隙、阻尼、误差等参数均相同。

图 1 为行星传动装置的扭振模型。输入转矩 T_{in} 经太阳轮分流给行星轮,输出转矩 T_{out} 由行星架输出,齿圈处于制动状态。图中: $\theta_i (i = s, r, c, p_j)$ ($j = 1, \dots, 4$) 分别为太阳轮、齿圈、行星架、第 j 个行星轮的扭转角; ψ_j 为第 j 个行星轮的公转位置角, $\psi_j = \omega_c t + (j-1)\pi/2$;啮合副、回转支承副的弹性用等效弹簧刚度表示, k_{ur} 为齿圈制动等效弹簧刚度; $k_{sp_j}, k_{rp_j} (j = 1, \dots, 4)$ 分别为第 j 个行星轮与太阳轮、齿圈的时变啮合刚度; $c_{sp_j}, c_{rp_j}, e_{sp_j}, e_{rp_j}, b_{sp_j}, b_{rp_j}$ 分别为各啮合副的阻尼、综合啮合误差、齿侧间隙,其下标意义与啮合刚度相同。

各种误差在外、内啮合线上产生的综合啮合误

* 国家自然科学基金资助项目(51375047,51075033)
收稿日期:2012-04-17;修回日期:2012-09-20

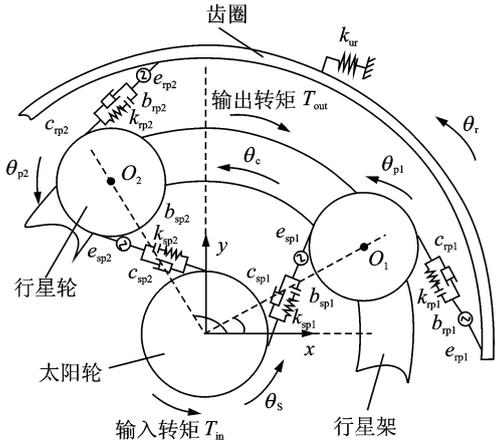


图1 行星齿轮传动扭转振动模型

Fig. 1 Planetary gear torsional vibration dynamic model

差为

$$e_{sp_j} = E_s \sin(\omega_s t + \beta_s - \psi_j + \alpha) + A_s \sin(\gamma_s - \psi_j + \alpha) + E_c \sin(\omega_c t + \beta_c - \psi_j + \alpha) + A_c \sin(\gamma_c - \psi_j + \alpha) + E_{p_j} \sin(\omega_p t + \beta_{p_j} + \alpha) + A_{p_i} \sin(\gamma_{p_j} + \alpha) + E_{sp_j} \sin[\omega_m(t + \gamma_{sp_j} T)] \quad (1)$$

$$e_{rp_j} = -E_r \sin(\omega_r t + \beta_r - \psi_j - \alpha) - A_r \sin(\gamma_r - \psi_j - \alpha) - E_c \sin(\omega_c t + \beta_c - \psi_j - \alpha) - A_c \sin(\gamma_c - \psi_j - \alpha) + E_{p_j} \sin(\omega_p t + \beta_{p_j} - \alpha) + A_{p_j} \sin(\gamma_{p_j} - \alpha) + E_{rp_j} \sin[\omega_m(t + (\gamma_{rp_j} + \gamma_{sr}) T)] \quad (2)$$

其中: E_i 为各部件制造偏心误差幅值; A_i 为各部件安装偏心误差幅值; E_{sp_j}, E_{rp_j} 分别为相应啮合副上的齿形误差幅值; ω_i 分别为各部件理论角速度; ω_m, T 分别为啮合频率、啮合周期; β_i, γ_i 分别为各误差的相位角; $\gamma_{sp_j}, \gamma_{rp_j}$ 为各行星轮外、内啮合副之间的啮合相位差; γ_{sr} 为同一个行星轮上外啮合副与内啮合副之间的啮合相位差; α 为压力角; t 为时间。

时变啮合刚度假设为周期矩形波, 将其展成 Fourier 级数, 取六次谐波项时其表示式为

$$\begin{cases} k_{sp_j}(t) = k_{0sp} + \sum_{m=1}^M k_{sp_j,m} \sin(m\omega_m t + \varphi_{spm}) \\ k_{rp_j}(t) = k_{0rp} + \sum_{m=1}^M k_{rp_j,m} \sin(m\omega_m t + \varphi_{rpm}) \end{cases} \quad (3)$$

其中: k_{0sp}, k_{0rp} 分别为外、内啮合副的平均刚度; $k_{sp_j,m}, k_{rp_j,m}, \varphi_{spm}, \varphi_{rpm}$ 分别为各时变刚度的 m 阶谐波幅值和初相位; m, M 为整数。

啮合阻尼较为复杂, 其影响因素很多, 不易准确求得, 笔者采用的啮合阻尼经验公式为

$$\begin{cases} c_{sp_j} = 2\zeta \sqrt{k_{sp0} / (m_s + m_{p_j})} \\ c_{rp_j} = 2\zeta \sqrt{k_{rp0} / (m_r + m_{p_j})} \end{cases} \quad (4)$$

其中: m_i 为各齿轮等效质量; ζ 为阻尼比, 取为 0.07。

齿侧间隙是轮齿啮合力描述中的强非线性项, 当齿侧间隙为 $2b$ 时, 齿侧间隙非线性函数 f 的表达式为

$$f(L, b) = \begin{cases} L - b & (L > b) \\ 0 & (|L| \leq b) \\ L + b & (L < -b) \end{cases} \quad (5)$$

其中: L 为啮合线变形量; b 为齿侧间隙的一半。

各外、内啮合线变形量 L_{sp_j}, L_{rp_j} 包括各部件扭转线位移引起的变形量和综合啮合误差引起的等效变形量, 其表达式为

$$\begin{cases} L_{sp_j} = \theta_s R_{bs} - (\theta_c R_{bs} + \theta_{p_j} R_{bp_j}) + e_{sp_j} \\ L_{rp_j} = (\theta_{p_j} R_{bp_j} - \theta_c R_{br}) - \theta_r R_{br} + e_{rp_j} \end{cases} \quad (6)$$

其中: R_{bi} 为各部件的等效半径。

第 j 个行星轮与太阳轮、齿圈在各自啮合线上的啮合力 F_{sp_j}, F_{rp_j} 分别为

$$F_{sp_j} = \begin{cases} k_{sp_j}(t) f(L_{sp_j}, b_{sp_j}) & (|L_{sp_j}| > b_{sp_j}) \\ k_{sp_j}(t) f(L_{sp_j}, b_{sp_j}) + c_{sp_j} \dot{L}_{sp_j} & (|L_{sp_j}| \leq b_{sp_j}) \end{cases} \quad (7)$$

$$F_{rp_j} = \begin{cases} k_{rp_j}(t) f(L_{rp_j}, b_{rp_j}) & (|L_{rp_j}| > b_{rp_j}) \\ k_{rp_j}(t) f(L_{rp_j}, b_{rp_j}) + c_{rp_j} \dot{L}_{rp_j} & (|L_{rp_j}| \leq b_{rp_j}) \end{cases} \quad (8)$$

1.2 发动机输出转矩分析

发动机输出转矩是行星传动的动力来源, 主要包括燃气爆发压力转矩和往复部件惯性转矩。本研究中发动机为 V 型 12 缸 4 冲程柴油机, 其额定输出转矩简谐分析如图 2 所示。从图中看出, 该发动机输出转矩的频率以六谐波次为主, 可等效为平均值与六谐波次正弦波的叠加, 其表达式为

$$T_{in} = T_0 + \mu T_0 \sin(2\pi f_c t + \varphi)$$

其中: T_0 为发动机输出转矩平均值; f_c 为发动机波动转矩频率, 取曲轴 6 倍转频; φ 为波动转矩的初始相位; μ 为波动转矩幅值与平均值之比, 取 0.3。

1.3 动力学微分方程

根据 Lagrange 方程, 推导得系统动力学方程为

$$\begin{cases} J_s \ddot{\theta}_s = T_{in} - \sum_{j=1}^4 F_{sp_j} R_{bs} \\ J_r \ddot{\theta}_r = \sum_{j=1}^4 F_{rp_j} R_{br} - T_{brake} \\ J_c \ddot{\theta}_c + \sum_{j=1}^4 J_{p_j} (-\ddot{\theta}_c + \ddot{\theta}_{p_j}) + \sum_{j=1}^4 m_{p_j} R_{bc}^2 \ddot{\theta}_c = \\ \sum_{j=1}^4 (F_{sp_j} R_{bs} + F_{rp_j} R_{br}) - T_{out} - \\ J_{p_j} \ddot{\theta}_c + J_{p_j} \ddot{\theta}_{p_j} = (F_{sp_j} - F_{rp_j}) R_{bp_j} \end{cases} \quad (9)$$

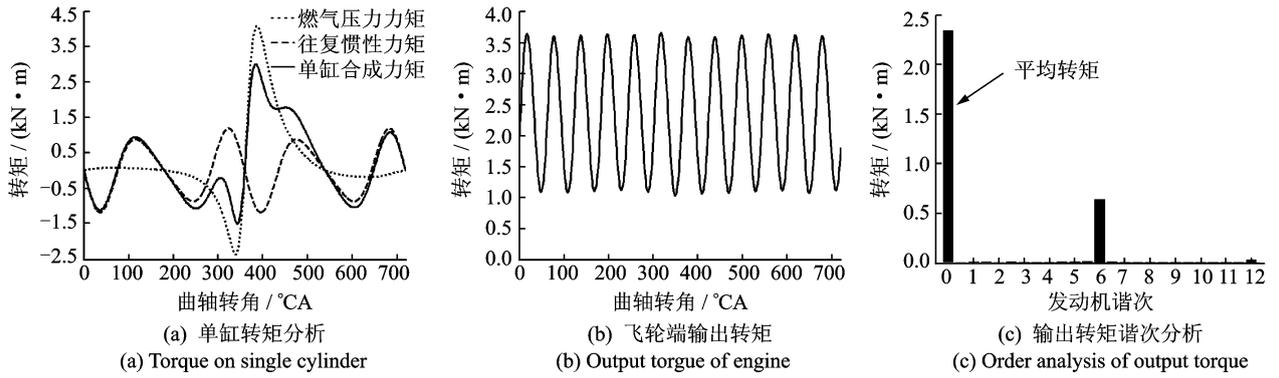


图 2 发动机额定工况转矩分析

Fig. 2 Torque analysis of engine in rated condition

1.4 时变激励下行星传动啮合力的边频带分析

在齿轮箱的振动频谱中,常见到啮合频率及其倍频附近存在一些等间距的频率成分,这些频率成分称边频带。边频带反映了振动信号的调制特征,为研究系统的运行状态和故障来源提供了重要依据。边频带调制可分为调幅、调频、调相。载荷、刚度及转速的波动、齿轮制造和装配误差都会使齿轮振动信号发生变化,产生调制现象。通常来说,调幅与调频同时存在,主要是调幅,其次是调频,调相更少一些。

对啮合力 F_{sp_j} 中弹性啮合力部分进行边频带分析,粘性啮合阻尼力部分的分析原理与其类似,不再赘述。由于啮合力变量量中含有各部件扭转角位移和各项误差,可将其展开为各部件角速度、行星排啮合圆频率、激励圆频率相关项的 Fourier 级数之和。当 $L > b$ 时, F_{sp_j} 展开为

$$F_{sp_j}(t) = k_{sp_j}(t)(\theta_s R_{bs} - \theta_c R_{bs} - \theta_{p_j} R_{bp_j} + e_{sp_j} - b) = [k_{0sp} + \sum_{m=1}^M k_{sp_j,m} \sin(m\omega_m t + \varphi_{spm})] \{L_{0sp} + \sum_{n=1}^N [L_{sn} \sin(n\omega_s t + \beta_{sn}) + L_{cn} \sin(n\omega_c t + \beta_{cn}) + L_{pn} \sin(n\omega_p t + \beta_{pn}) + L_{mn} \sin(n\omega_m t + \beta_{mn}) + L_{en} \sin(n\omega_e t + \beta_{en})]\}$$

(10)

其中: L_{0sp} 为啮合线变形量的平均值; L_{hm}, β_{hm} ($h = s, c, p, m, e$) 分别为与太阳轮角速度、行星架角速度、行星轮角速度、啮合圆频率、外激励圆频率相关的啮合线变形量分量的 n 阶谐波幅值和初相位; n, N 为整数。

对啮合力 $F_{sp_j}(t)$ 做傅里叶变换,根据信号时域相乘、频域卷积原理,在频域内其可表示为

$$F_{sp_j}(\omega) = L_{0sp} \sum_{m=1}^M k_{sp_j,m} \delta(\omega - m\omega_m) + k_{0sp} \sum_{n=1}^N [L_{sn} \delta(\omega - n\omega_s) + L_{cn} \delta(\omega - n\omega_c) + L_{pn} \delta(\omega - n\omega_p) + L_{mn} \delta(\omega - n\omega_m) + L_{en} \delta(\omega - n\omega_e)] + \sum_{m=1}^M k_{sp_j,m} \sum_{n=1}^N \{L_{sn} \delta[\omega - (m\omega_m - n\omega_s)] + L_{sn} \delta[\omega - (m\omega_m + n\omega_s)] + L_{cn} \delta[\omega - (m\omega_m - n\omega_c)] + L_{cn} \delta[\omega - (m\omega_m + n\omega_c)] + L_{pn} \delta[\omega - (m\omega_m - n\omega_p)] + L_{pn} \delta[\omega - (m\omega_m + n\omega_p)] + L_{en} \delta[\omega - (m\omega_m - n\omega_e)] + L_{en} \delta[\omega - (m\omega_m + n\omega_e)]\}$$

(11)

其中: ω 为频域变量; δ 为单位脉冲函数。

从 $F_{sp_j}(\omega)$ 可以看出,行星传动由于各种误差或载荷发生周期性波动而振动时会出现以啮合频率及其谐频为载频,以各转频及其谐频、激励频率及其谐频为调制频率的边频,在频谱图上形成若干组围绕在啮合频率及其谐频两侧,以转频及其谐频、激励频率及其谐频为间隔的边频带。

1.5 方程求解

笔者把系统输入转矩平均值 T_0 、输入转速(太阳轮转速) n_s 按表 1 分成 4 种工况进行振动特性研究。转速变化间隔为 100 r/min,转矩变化间隔为 100 N·m。

表 1 系统 4 种工作条件

Tab. 1 Four work conditions in system

工况	$n_s / (\text{kr} \cdot \text{min}^{-1})$	$T_0 / (\text{N} \cdot \text{m})$
1	2~6	500
2	2~6	2 000
3	2	500~3 000
4	6	500~3 000

采用四阶 Runge-Kutta 法求解微分方程,行星传动装置的主要参数如表 2 所示。

表2 行星传动主要参数表

Tab.2 Planetary gear parameters

参数	数值
太阳轮齿数	36
齿圈齿数	76
行星轮齿数	20
模数/mm	4
齿侧间隙/mm	0.4
压力角/(°)	20

表3 行星传动各项误差

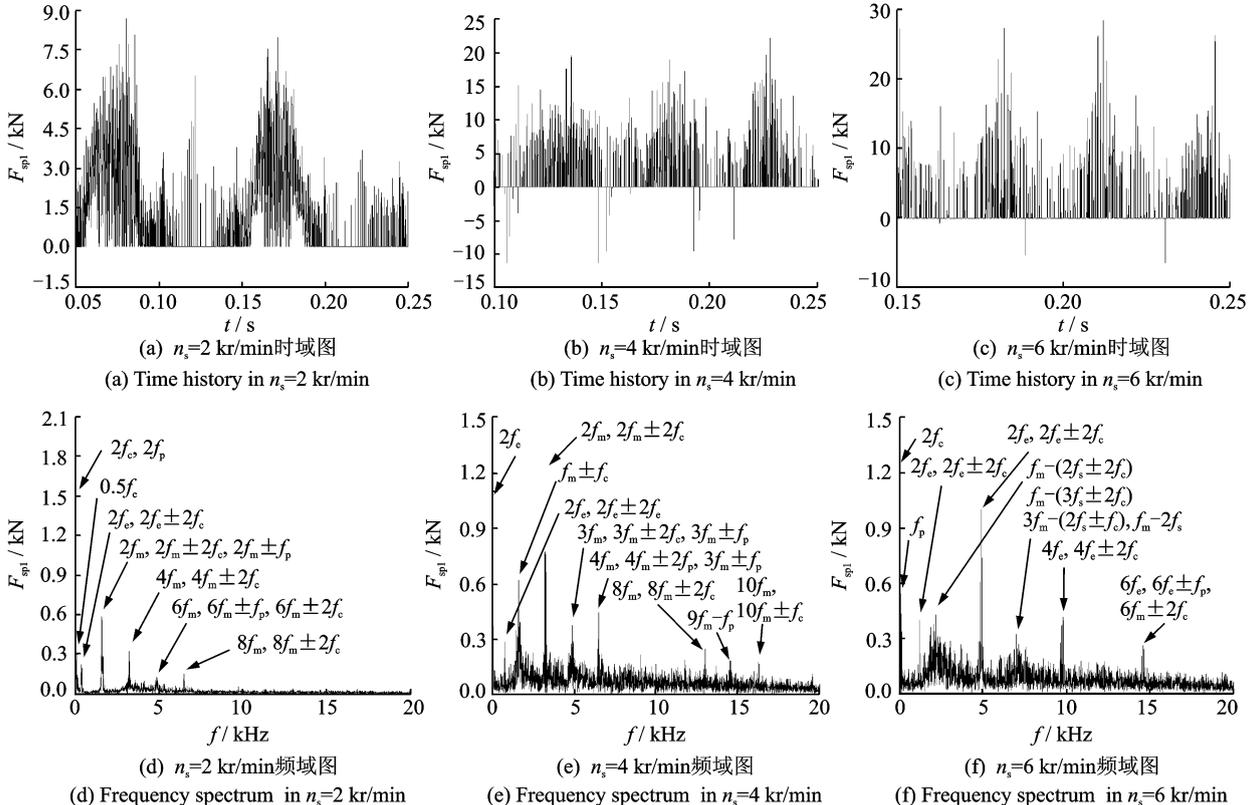
Tab.3 Various errors in planetary gear

误差项	误差值/ μm	误差项	误差值/ μm
E_s	40	A_s	30
E_r	40	A_r	60
E_c	60	A_c	30
E_{p_j}	28	A_{p_j}	28
E_{sp_j}	27	E_{rp_j}	27

2 不同载荷时转速对啮合力的影响

2.1 轻载条件下不同转速时的啮合力特性

轻载时转速升高的仿真按照工况1进行。经过分析对比,内、外啮合力时域和频域的特点相似,限于篇幅只列出其中一个外啮合力的分析情况。图3为啮合力 F_{sp1} 的时域和频域曲线,图中 f_m 为啮合频率, f_i ($i = s, r, c, p_j$)为各部件转频。啮合力基本

图3 轻载工况3种转速下啮合力 F_{sp1} 时域图和频域图Fig.3 Time history and frequency spectrum of meshing force F_{sp1} in different speed of light-load condition

为单边冲击,脱齿频繁,齿面间的接触、脱离造成啮合力具有冲击性,低转速时出现短暂非冲击状态,高转速时偶尔有双边冲击。啮合力在啮频倍频处的边频以 f_m 与 f_i 调制为主,具有对称分布特点,未见 f_m 与 f_c 调制,在低频出现了 f_c 与 f_c 的调制。随着转速升高,时域上脱齿时间增加,冲击更严重,频域上连续频率带幅值逐渐增加,分布变得更加密集。

2.2 重载条件下不同转速时的啮合力特性

工况2满足重载时转速升高的要求。图4为啮合力 F_{sp1} 的时域和频域曲线。重载条件下,啮合力以单边冲击为主,偶尔出现双边冲击,在低频出现了 f_c 与 f_c 的调制,随着转速升高,时域上脱齿时间增加,频域上连续频率带幅值逐渐增加。与轻载不同的是,重载在低速时出现非冲击状态,近似于线性系统的时间更长;在相同转速下脱齿的时间较少,频域分布范围更大,存在比较轻载时更高的啮频倍频;出现 f_c 倍频与 f_m 倍频的调制,且对称分布。

3 不同转速时转矩对啮合力的影响

3.1 低速条件下不同转矩时的啮合力特性

低速时增加载荷的仿真按照工况3进行。图5为啮合力 F_{sp1} 的时域和频域曲线。低速时啮合力时

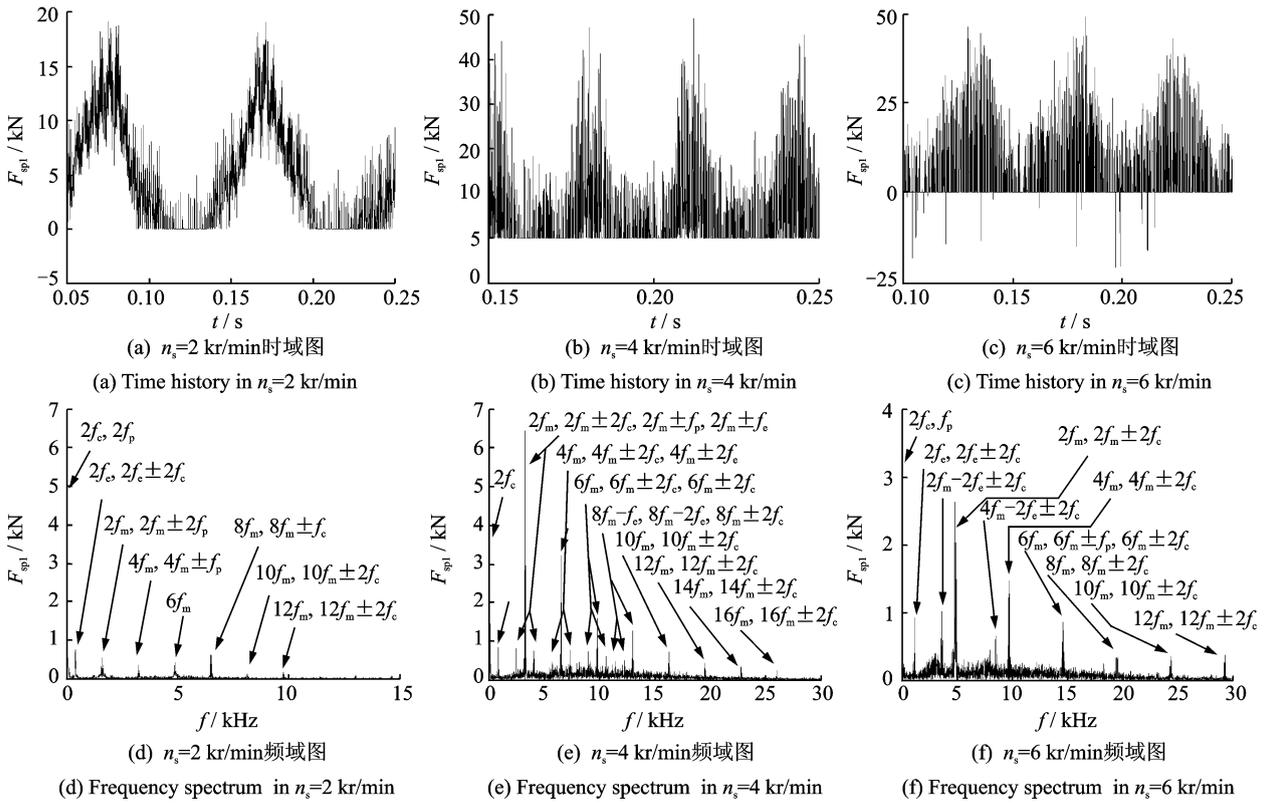


图 4 重载工况 3 种转速啮合力 F_{sp1} 时域图和频域图

Fig. 4 Time history and frequency spectrum of meshing force F_{sp1} in different speed of heavy-load condition

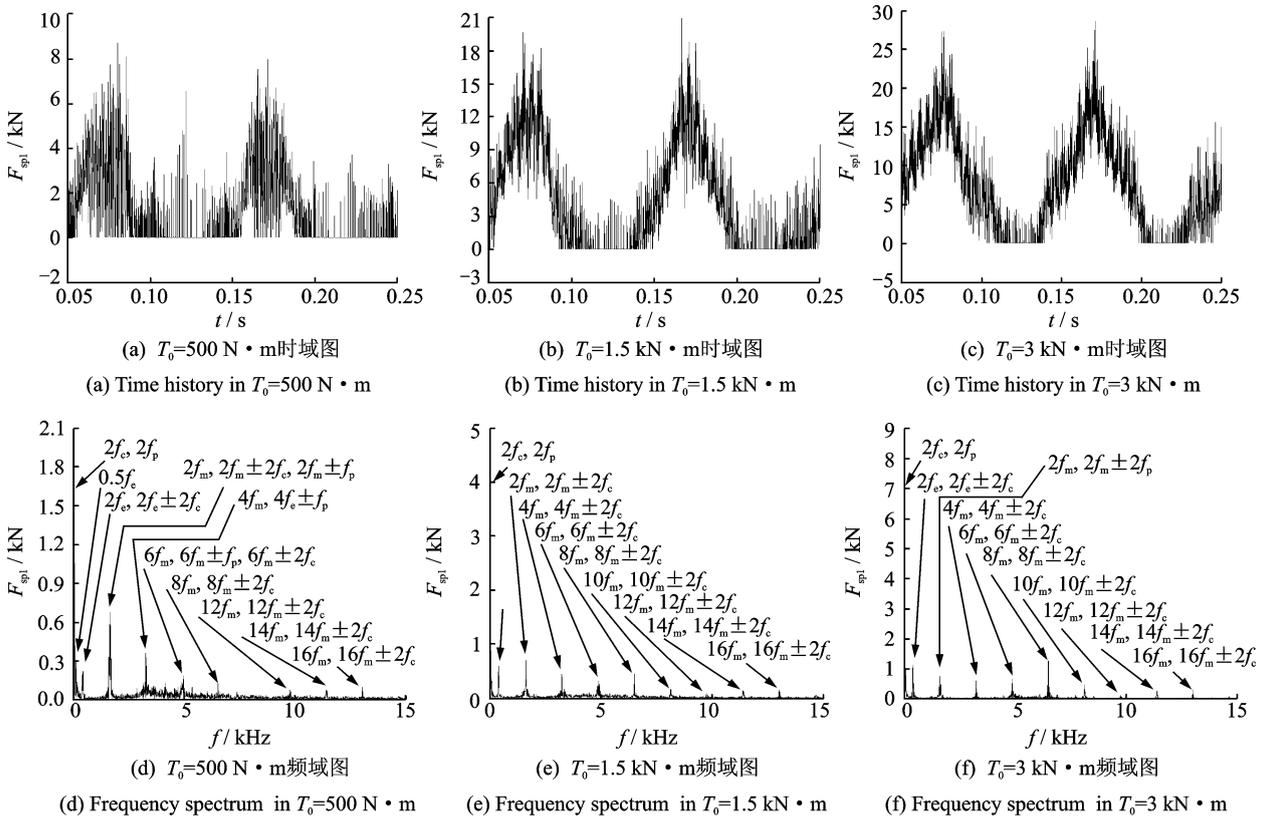


图 5 低速工况 3 种转矩下啮合力 F_{sp1} 时域图和频域图

Fig. 5 Time history and frequency spectrum of meshing force F_{sp1} in different torque of low-speed condition

域上为单边冲击,未出现双边冲击,随载荷增加脱齿的时间减少,出现非冲击状态的时间增加,系统线性化程度逐渐增强;在频域上频率成分清晰,随载荷增加没有本质变化。啮合力在 f_m 倍频处都存在频率调制现象,以 f_i 倍频与 f_m 倍频调制为主,未看到 f_c 倍频与 f_m 倍频调制,在低频出现了 f_e 与 f_c 的调制。

3.2 高速条件下不同转矩时的啮合力特性

工况4满足高速时载荷增加的要求。图6为啮

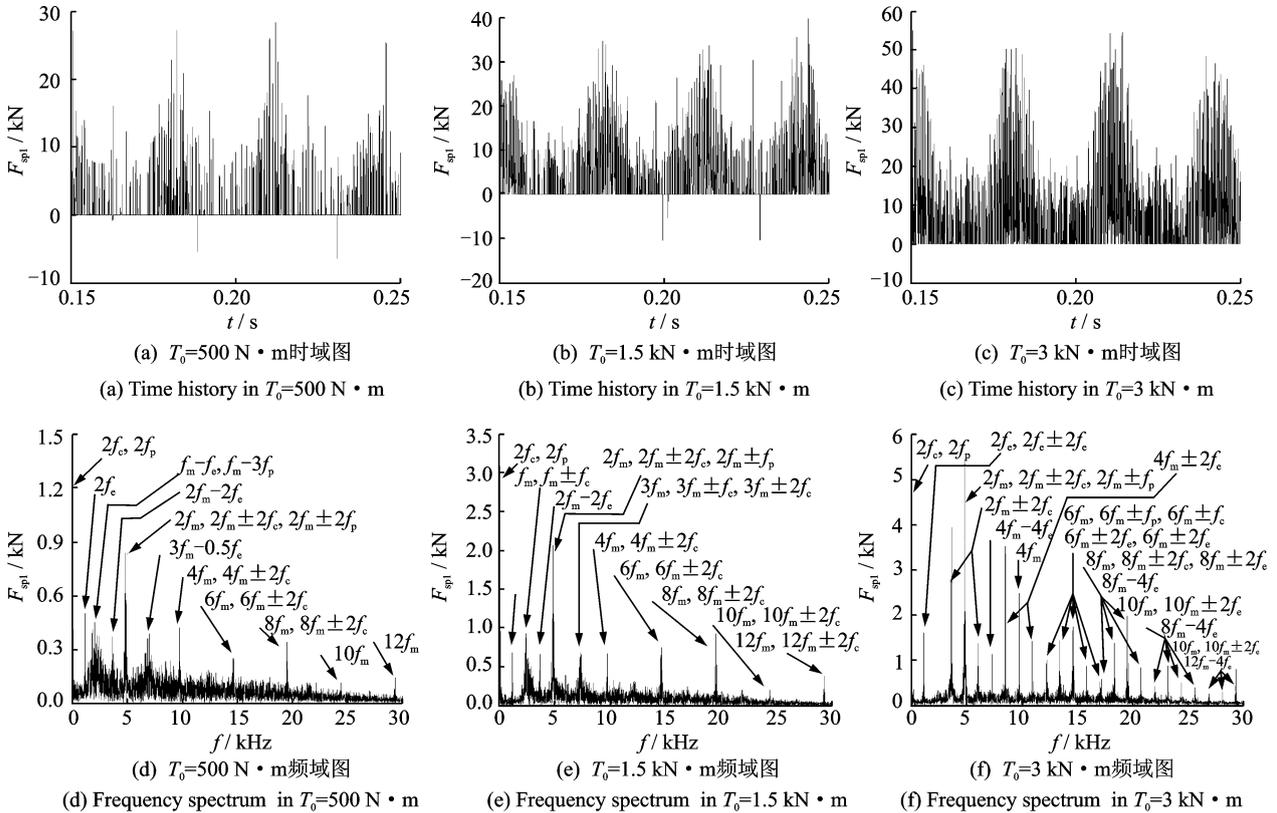


图6 高速工况3种转矩下啮合力 F_{spl} 时域图和频域图

Fig. 6 Time history and frequency spectrum of meshing F_{spl} force in different torque of high-speed condition

4 结论

1) 根据信号调制原理,分析了行星排啮合力边频带的产生原因。行星传动由于各种误差或载荷发生周期性波动而振动时会出现以啮合频率及其谐频为载频,以各转频及其谐频、激励频率及其谐频为调制频率的边频,在频谱图上形成若干组围绕在啮合频率及其谐频两侧,以转频及其谐频、激励频率及其谐频为间隔的边频带。

2) 在各工况下,啮合力均以单边冲击为主,偶尔出现双边冲击,脱齿频繁,冲击振动明显,频率调

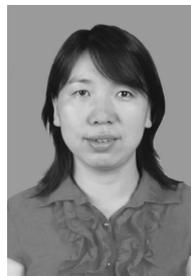
制现象普遍存在,其中在高频的表现比低频更突出。由于 f_i 比 f_c 小很多, f_i 倍频与 f_m 倍频产生的边频十分接近,而 f_c 倍频与 f_m 倍频产生的边频则间隔较大,分布相对独立,其对啮合力影响更大。

3) 调制频率及其变化对啮合力频谱的影响显著。 f_m 倍频与 f_i 倍频的调制是由于在啮合线变形量中系统内部各种误差的直接叠加造成的,在常数转矩驱动和时变波动转矩驱动下,它在啮合力频谱中都普遍存在,受工作状态影响相对较小。 f_m 倍频与 f_c 倍频的调制是外部波动转矩导致扭转角位移振荡,对啮合线变形量有间接影响而产生的,它只在波动转矩激励下存在,受工作状态影响很大。在轻

载下升高转速和低速下增加转矩两个过程中,啮合力频谱中未出现这种调制,而高速重载时它则是对啮合力影响最突出的频率成分。

参 考 文 献

- [1] Kiracofe D R, Parker R G. Structured vibration modes of general compound planetary gear systems[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2007, 129: 1-16.
- [2] Inalpolat M, Kahraman A. A theoretical and experimental investigation of modulation sidebands of planetary gear sets[J]. Journal of Vibration and Vibration, 2009, 323: 677-699.
- [3] Inalpolat M, Kahraman A. A dynamic model to predict modulation sidebands of a planetary gear set having manufacturing errors[J]. Journal of Vibration and Vibration, 2010, 329: 371-393.
- [4] Alshyyab A, Kahraman A. A non-linear dynamic model for planetary gear sets[J]. Journal of Multi-Body Dynamics, 2007, 221(4): 567-576.
- [5] Ambarisha V K, Parker R G. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 302(3): 577-595.
- [6] Abousleiman V, Velex P. A hybrid 3D finite element/lumped parameter model for quasi-static and dynamic analyses of planetary/epicyclic gear sets[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(6): 725-748.
- [7] 尤小梅,杨伟,马星国,等. 基于非线性接触理论的行星传动系统[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(6): 679-683.
You Xiaomei, Yang Wei, Ma Xingguo, et al. Planetary drive system based on nonlinear contact theory[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 679-683. (in Chinese)
- [8] 尤小梅,陆扬,马星国,等. 2K-H行星传动系统动态可视化研究[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(S): 74-79.
You Xiaomei, Lu Yang, Ma Xingguo, et al. Dynamic visualization research of 2K-H planetary drive system[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(S): 74-79. (in Chinese)
- [9] Bahk C J, Parker R G. Analytical solution for the nonlinear dynamics of planetary gears[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2011(6): 1-15.
- [10] 杨振,王三民,范叶森. 转矩分流式齿轮传动系统的非线性动力学特性[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 52-57.
Yang Zhen, Wang Sanmin, Fan Yesen. Nonlinear dynamics characteristics of split-torque gear transmission system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 52-57. (in Chinese)
- [11] 秦大同,邢子坤,王建宏. 基于动力学和可靠性的风力发电齿轮传动系统参数优化设计[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 24-31.
Qin Datong, Xing Zikun, Wang Jianhong. Optimization design of system parameters of the gear transmission of wind turbine on dynamics and reliability[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 24-31. (in Chinese)
- [12] 余红英,闫宏伟,潘宏侠. 齿轮振动信号分解及其在故障诊断中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2005, 25(2): 109-113.
Yu Hongying, Yan Hongwei, Pan Hongxia. Gear vibration signal analysis and its application to fault diagnosis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2005, 25(2): 109-113. (in Chinese)
- [13] 程哲,胡鸷庆,冯占辉,等. 基于动力学仿真的行星轮系损伤检测方法[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(4): 379-383.
Cheng Zhe, Hu Niaoqing, Feng Zhanhui, et al. Detection of damage in planetary gear sets based on dynamical simulation[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(4): 379-383. (in Chinese)



第一作者简介:刘辉,女,1975年10月生,教授。主要研究方向为车辆传动系统动力学和机电传动。曾发表《A generalized dynamic model of geared system: establishment and application》(《International Journal of Computational Intelligence Systems》2011, Vol. 4, No. 6)等论文。

E-mail: lh@bit.edu.cn