

弹性边界板结构拓扑优化声辐射*

史冬岩, 孔令成, 石先杰, 韩家山

(哈尔滨工程大学机电工程学院 哈尔滨, 150001)

摘要 针对拓扑优化方法在减振降噪领域的应用以及板结构在实际应用中所处的环境, 采用拓扑优化方法对不同弹性边界刚度的板结构进行拓扑优化分析, 计算了不同边界刚度条件下板结构的声辐射情况。根据弹性边界板结构拓扑优化后的结构形式进行加强筋布置, 对比于其他的加强筋布置形式进行板结构声学响应计算, 得出了不同弹性边界刚度对于板结构拓扑优化结果的影响规律, 以及不同板结构的边界刚度对于板结构声辐射情况的影响。板结构的声辐射响应计算结果验证了拓扑优化在减振降噪方面的应用价值。

关键词 拓扑优化; 弹性边界; 减振降噪; 加强筋

中图分类号 TB53; O342

引言

随着人们生活水平的提高, 噪声污染问题也变得日益突出。通过机械结构的合理设计以达到降噪的目的, 具有很大的实际意义。

拓扑优化方法在结构的减振降噪方面已经有了一些研究, 为减振降噪设计提供了新的思路。文献[1]采用拓扑优化方法研究带有声腔板结构的拓扑优化。文献[2]采用拓扑优化的方法降低号角的声学辐射效率。邓兆祥等[3]采用拓扑优化方法对关键板件进行了优化, 以提高其刚度, 降低振动。杜建镔等[4]采用拓扑优化算法对声学结构材料的分布进行研究。

目前的研究考虑结构边界条件的较少, 简支和固支是经常采用的两种边界条件, 而在实际情况中往往很难精确满足, 尤其在考虑子结构相互关联的时候[5], 因此也有一些学者会对所计算的参数进行修正[6-8]。合理考虑所建模型中边界条件的影响, 对于实际问题的理论或数值求解具有重要的工程意义。结构的边界条件对于其自身的振动情况影响很大, 在结构振动的拓扑优化方面, 边界条件的不同会对拓扑优化后的结果产生影响。笔者针对弹性边界条件下的板结构进行拓扑优化, 研究边界的刚度对于拓扑优化形式产生的影响。

板类结构在航天、船舶工业中广泛应用, 多年来一直是振动控制领域的主要研究对象之一。为实现对板类结构振动的有效控制, 其固有振动的研究非常重要。采用附加加强筋方法使结构刚度增加, 以达到

减振降噪的目的, 在实际工程中应用非常广泛[9-12]。按照拓扑优化结果布置加强筋, 对于提高结构的刚度、降低结构振动有着良好的效果。笔者根据弹性边界板结构的拓扑优化结果进行加强筋的布置, 并验证该布置形式对于降低结构声辐射噪声的效果。

1 弹性边界矩形板拓扑优化

1.1 弹性边界矩形板自由振动

弹性边界板结构模型如图 1 所示, 对于板结构的自由振动, 矩形板结构微分方程[13]可以表示为

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{\rho \omega^2}{D} w = 0 \quad (1)$$

其中: w 为板结构挠度; ω 为结构振动频率; D 为抗弯刚度; 定义矩形板长边为 a , 短边长为 b 。

通过求解式(1)得到板结构挠度解, 需要满足的弹性边界条件如式(2)所示。根据挠度解积分常数组成的系数矩阵行列式等于 0, 得到各阶模态的振型和频率。得到的模态计算结果是以频率为优化目标拓扑优化的前提条件。

$$\begin{cases} K \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0} = - (M_x)_{x=0} \\ K \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=a} = (M_x)_{x=a} \\ k(w)_{x=0} = (V_x)_{x=0} \\ k(w)_{x=a} = - (V_x)_{x=a} \end{cases} \quad (2)$$

其中: M_x 为弯矩; V_x 为等效剪力。

* 国家科技部国际科技合作计划资助项目(2011DFR90440)

收稿日期: 2013-04-21; 修回日期: 2013-08-04

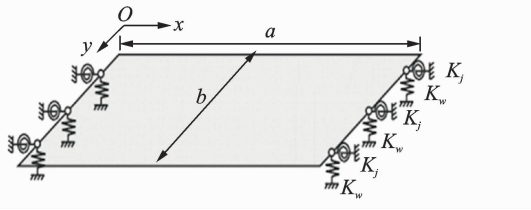


图 1 弹性边界矩形板模型

Fig. 1 Rectangular plate with elastic boundary

1.2 以固有频率为拓扑优化目标

目前,拓扑优化在静力学方面的研究较多,而针对动力学方面的研究还较少。针对频率的优化主要有两种^[1,14-16]: a. 在满足频率约束的条件下使结构重量最小化;b. 在满足重量约束的条件下使结构基频或多个频率最大化。

在实际应用中,希望结构的固有频率远离驱动器的驱动频率,以避免共振现象的发生,因此需要提高结构的固有频率。结构具有较高的固有频率,能够具有更佳的刚度来承受随机的载荷。可见,最大化结构的固有频率对于结构的抵抗动载荷能力是有益的。

最大化结构特征值 λ_{\min} 可以描述为

$$\max_{\rho} \{ \lambda_{\min} = \min_{i=1, \dots, N_{\text{dof}}} \lambda_i \} \quad (3)$$

$$\text{s. t. : } (\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \boldsymbol{\Phi}_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N_{\text{dof}})$$

$$\sum_{e=1}^N v_e \rho_e \leq V \quad (0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1; e = 1, 2, \dots, N)$$

对于单独的一个模态特征值灵敏度可表示为

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \rho_e} = \boldsymbol{\Phi}_i^T \left[\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \rho_e} \right] \boldsymbol{\Phi}_i \quad (4)$$

需要对特征向量进行相应的正规化处理 $\boldsymbol{\Phi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}_i = 1$ 。其中: \mathbf{K} 和 \mathbf{M} 分别为系统的刚度和质量矩阵;相应的 $\boldsymbol{\Phi}_i$ 为对应第 i 阶特征值的特征向量。

在得到板结构的振动模态信息之后,拓扑优化会根据振动模态结果以频率的最大化为优化目标,建立体积约束条件,确定设计变量,计算单元的灵敏度,根据灵敏度的计算结果确定单元的删除情况,判断是否满足收敛情况。若不满足则重复以上过程,最终达到满足收敛的条件,迭代计算终止,具体的优化流程如图 2 所示。

板结构的低阶频率对于实际的振动影响最为显著,因此以板结构第 1 阶频率为优化目标,矩形板两短边弹性支撑,卷簧刚度为 $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$,位移约束弹簧 $K_w / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$ 第 1 阶模态振型如图 3 所示。计算结果表明:位移约束弹簧 K_w 的大小对于拓扑优化的结果形式没有任何影响,因此将其取为固定值 100 N/mm。卷簧刚度为 K_j 时对于优化结果影响较为明显,拓扑优化结果如图 4 所

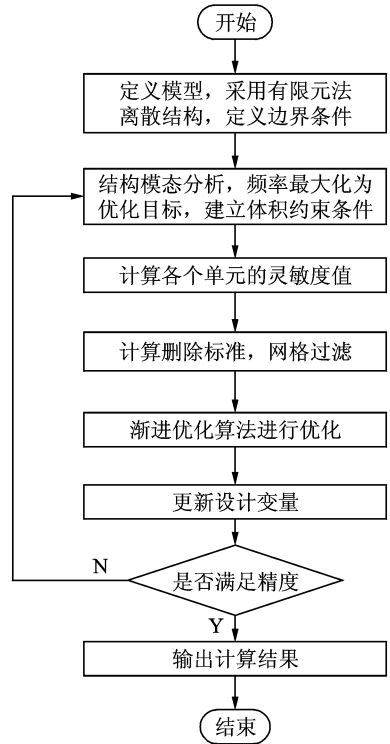


图 2 优化流程图

Fig. 2 The flow diagram of optimize process

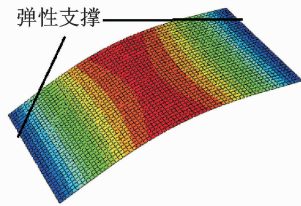


图 3 矩形板两短边支撑第 1 阶模态振型

Fig. 3 The first mode of rectangular plate with support on two short sides

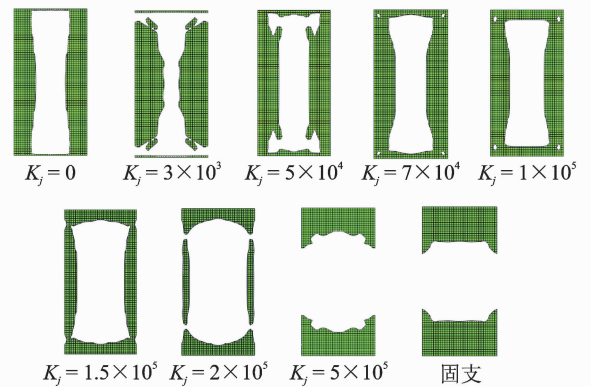


图 4 矩形板两短边支撑频率拓扑优化 (卷簧刚度 $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

Fig. 4 Frequency topology optimization of rectangular plate with support on two short sides (Coil spring stiffness $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

示。可以看出,在弹性边界刚度较小的时候,材料主要分布在板结构自由边界的一侧,而且中间位置的材料分布较多。从第 1 阶模态振型图中可以看出,最大振幅出现在板结构的中间位置,而且在自由边界一侧出现大振幅的区域较多,可见在弹性边界刚度小的时候,分布在弹性边界上的材料较少,因为其对于结构刚度的提高是有限的,反而材料多会布置在振幅大的位置,以减少结构的振动。随着弹性边界刚度的增加,材料向着高刚度的边界靠拢,以提高结构的整体刚度,这时候原本振动大的位置处的材料会被舍弃,形成中间无材料的形式,最终形成固支的形式。

2 弹性边界圆形扇形板拓扑优化

2.1 弹性边界圆形板拓扑优化

为了验证矩形板频率优化得到的结论能够适用于其他板结构,特选取圆形版、扇形板进行以最大化结构第 1 阶固有频率为目标的拓扑优化分析。

对于圆形版要建立柱坐标系,圆形版的第 1 阶模态振型如图 5 所示,优化后的结果如图 6 所示。从图 6 可以看出,圆形版弹性边界刚度较低时,材料主要分布在圆形板的中心位置,即振幅最大位置。随着边界刚度的增加,材料分布会向弹性边界靠拢,而且会出现材料在边界上向内突起的情况,这为设计者提供了一种思路,可以在突起的位置布置加强筋以提高其刚度。

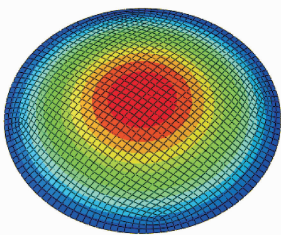


图 5 圆形板第 1 阶模态振型

Fig. 5 The first mode of circular plate

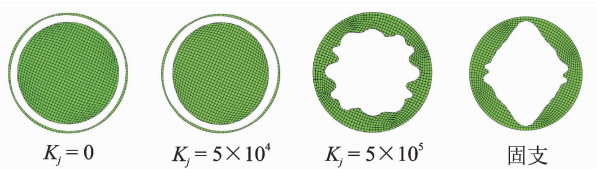


图 6 圆形板频率拓扑优化

(卷簧刚度 $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

Fig. 6 Frequency topology optimization of circular plate (Coil spring stiffness $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

2.2 弹性边界扇形板拓扑优化

对扇形板进行建模,四边弹性支撑的扇形板第 1 阶模态振型如图 7 所示,其最大振幅位置也是出现在扇形板中心位置,且绕中心呈一定的弧度。频率优化结果如图 8 所示。从图 8 看出,拓扑优化的趋势同矩形板和圆形板基本一致,随着弹性边界刚度的增加,材料总是会先在振幅大的位置分布,而后向着边界刚度大的一侧靠拢。

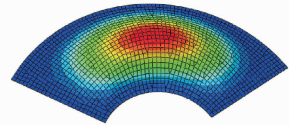


图 7 扇形板四边支撑第 1 阶模态振型

Fig. 7 The first mode of sector plate with support on all sides

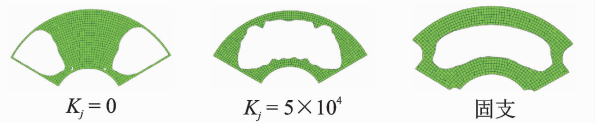


图 8 扇形板四边支撑频率拓扑优化

(卷簧刚度 $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

Fig. 8 Frequency topology optimization of sector plate with support on all sides (Coil spring stiffness $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

扇形板两圆弧弹性支撑,第 1 阶模态振型如图 9 所示,优化结果如图 10 所示。从图 10 看出,拓扑优化的趋势同矩形板和圆形板以及扇形板四边约束的结果是一致的。

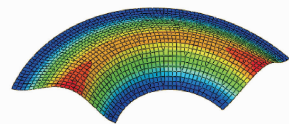


图 9 扇形板两圆弧支撑第 1 阶模态振型

Fig. 9 The first mode of sector plate with support on two arcs

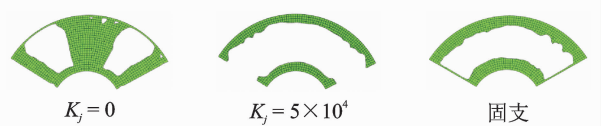


图 10 扇形板两圆弧支撑频率拓扑优化

(卷簧刚度 $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

Fig. 10 Frequency topology optimization of sector plate with support on two arcs (Coil spring stiffness $K_j / (\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$)

因此可以得出结论:随着边界卷簧刚度的不断增加,材料总是先布置在振动位移大的位置,而后向着高刚度的边界靠拢,以提高结构的整体刚度。

3 矩形板弹性边界对于结构声辐射的影响

在实际应用中,板结构的支撑状况决定了其边界上的刚度,而板结构的边界刚度对于其结构的声辐射声压的影响情况值得探讨。采用长为1 000 mm,宽为500 mm的矩形方板,在两短边采用卷簧和位移约束弹簧支撑,在板的中心位置施加正弦载荷,计算板结构正上方1 m处声压级。计算结果表明:位移约束弹簧 K_w 的大小对于结构声辐射的影响规律不明显,因此将其取为固定值100 N/mm。

依次增加弹性边界上卷簧的刚度,卷簧刚度 K_j 分别取 $5, 50, 500, 5 \times 10^3, 5 \times 10^4, 5 \times 10^5, 5 \times 10^6, 5 \times 10^7$ 。其中,当 K_j 取 $5, 50, 500, 5 \times 10^3, 5 \times 10^4$ 时,声压级响应曲线基本是重合的,因此图11只列出了边界刚度为 $5 \times 10^4, 5 \times 10^5, 5 \times 10^6, 5 \times 10^7$ 时的声压级响应。

从图11可以看出,随着边界卷簧刚度的增加,声压级曲线向着高频方向移动,相当于提高了结构的整体刚度。在第1个声压级响应峰值处,即第1阶固有频率处, $K_j=5 \times 10^4$ 时声压级为90.25 dB, $K_j=5 \times 10^5$ 时声压级为88.6 dB, $K_j=5 \times 10^6$ 时声压级为83.2 dB, $K_j=5 \times 10^7$ 时声压级为77.71 dB。可见,随着边界刚度的增加,在第1阶模态处的声压响应呈现降低的趋势。由图3可知,板结构第1振型的中心位置振幅最大,因此增加板结构边界卷簧的刚度可以降低板结构中心位置的振动,从而降低了声压响应。从图11可以看到,声压响应的第2个峰值出现在110 Hz处,从板结构的模态分析可知,此频率在板结构的第4阶固有频率附近,而这时的声压级响应与第1阶模态处刚好相反,边界上卷簧的刚度越大,声压级响应越大。从图12(a)中的第4阶模态振型可以看出,板结构弹性边界上的振幅最大。声压级响应的第3个峰值出现在频率为300 Hz附近的位置,正位于第9阶固有频率附近。从图12(b)中的第9阶模态振型可以看出,弹性边界位置的振幅较大,此处声压级的响应是随着边界刚度的增加而增大。

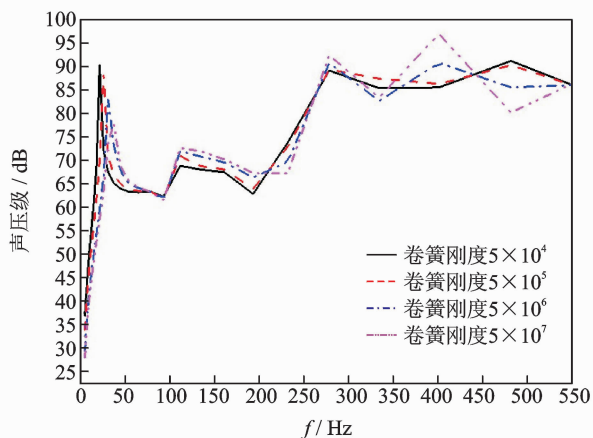


图11 矩形板不同边界刚度的声压级响应

Fig. 11 The sound pressure level of rectangular plates with different boundary stiffness

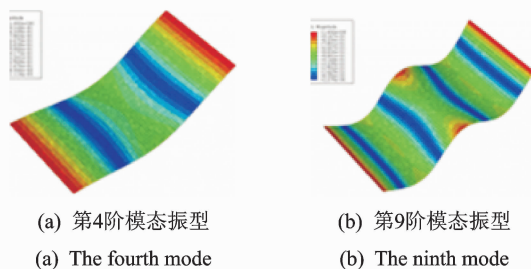


图12 矩形板第4,9阶模态振型

Fig. 12 The fourth and ninth mode of rectangular plate

因此可以得出结论:提高矩形板边界卷簧刚度可以有效地降低第1阶模态位置处的声压级响应峰值,并可使峰值向着高频方向移动;在弹性边界振幅较大的模态阶次附近(如第4阶、第9阶模态),弹性边界上卷簧刚度的增加会造成声压级响应的增大。

4 结构拓扑附加加强筋对于板结构声辐射的影响

为了验证拓扑优化后的结构形式对于降低声辐射有良好的作用,分别选用拓扑优化后的位置布置加强筋,板结构纵向中间布置加强筋,横向中间布置加强筋,并计算了带有加强筋板结构声压级响应,对比分析了拓扑优化在减振降噪方面的应用。

取卷簧刚度 $K_j=5 \times 10^4$,以最大化板结构的第1阶频率为优化目标,拓扑优化后的结果如图4所示。选取了箱型的加强筋,加强筋的布置位置是根据拓扑优化后的结果来选取的,布置位置如图13(a)所示。纵向和横向中间加强筋的布置如图13

(b),13(c)所示。其中,3 种情况的加强筋的总长度是一样的。图 14~16 分别为 3 种布置状态下板结构正上方 1 m 处声压级响应情况。

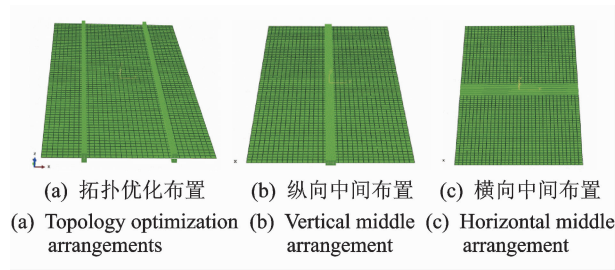


图 13 3 种形式加强筋的布置

Fig. 13 Three forms of stiffener layout

从图 14~16 可见,布置上加强筋的结果同没有加强筋结构的结果曲线的趋势基本一致,在大部分频段内声压级的幅值有所降低,在个别频率区间内声压级响应有所升高。这是由于改变了结构局部刚度造成的,但是整体呈现降低的趋势,其中按照拓扑结构布置加强筋和纵向中间布置加强筋对于板结构第 1 阶模态附近的声压级响应有较好的抑制作用。可见,以第 1 阶模态频率为优化目标进行拓扑优化,得到的优化结构对于第 1 阶模态振动有很好的抑制作用,提高了结构刚度。

按照拓扑优化结构布置加强筋后,第 1 个声压级响应峰值由原来的 90.3 dB 降低为 76.27 dB,降低了 14.03 dB。按照纵向中间布置,声压级降低为 77.1 dB,降低了 13.2 dB。可见采用同样的材料,在相同的方向上,拓扑优化后的位置对于振动噪声的抑制要强于其他位置。对于横向布置加强筋,声压级降低为 80.35 dB,降低了 9.95 dB。

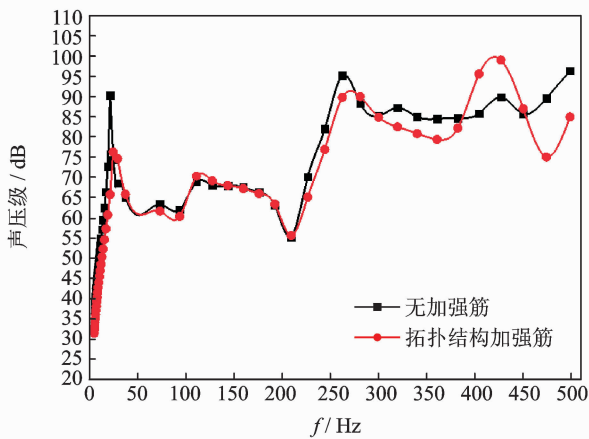


图 14 拓扑位置加强筋声压级响应图

Fig. 14 The sound pressure level of with stiffener on topology place

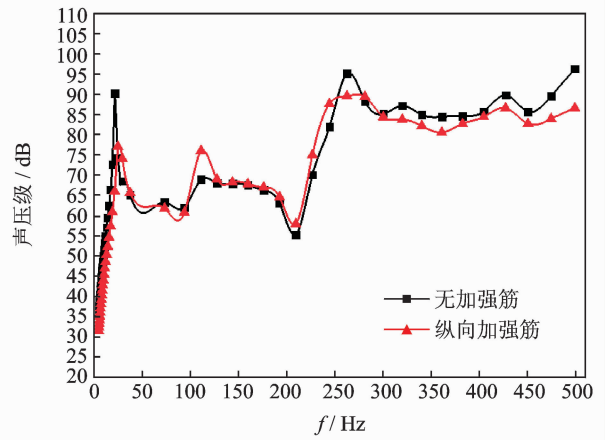


图 15 纵向位置加强筋声压级响应

Fig. 15 The sound pressure level of with stiffener on vertical place

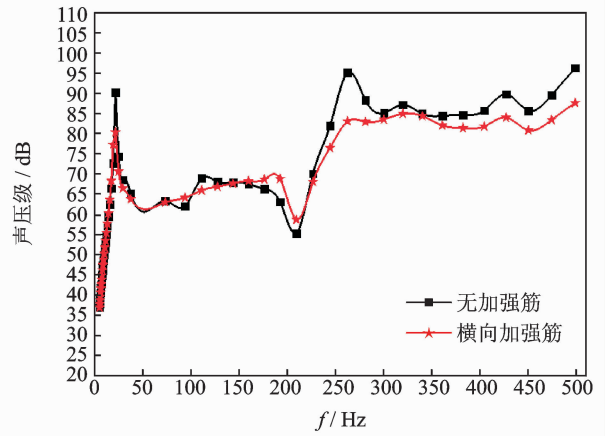


图 16 横向位置加强筋声压级响应

Fig. 16 The sound pressure level of with stiffener on horizontal place

在选取的频率范围内选取了 50 个频率值(见曲线上的标记),计算这 50 个频率位置处的声压级平均降幅。由于低频位置的参考价值最大,因此在低频位置处选取的参考点最多。平均降幅分别为:拓扑结构布置降低了 4.1 dB;纵向中间布置降低了 3.41 dB;横向布置降低了 1.27 dB。从降幅结果可以看出,按照拓扑优化的结构布置筋板能达到最佳的降噪目的。可见,拓扑优化在结构减振降噪方面具有应用价值,拓扑优化后的材料分布能够对于结构的振动起到充分的抑制作用,进而降低振动产生的噪声。

5 结 论

1) 研究了弹性边界刚度条件对于结构拓扑优化形式的影响。针对弹性边界板结构以最大结构第

1 阶固有频率为优化目标,进行了拓扑优化计算。优化结果显示,位移约束弹簧对于优化结果没有影响,但随着卷簧刚度的增加,材料总是先布置在振动位移大的位置,然后向着刚度大的边界方向靠拢。

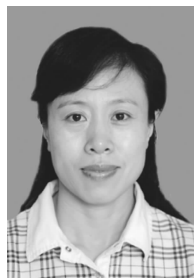
2) 分析了板结构边界刚度对于声辐射的影响。对弹性边界板结构的声场响应进行了计算。结果表明,随着边界卷簧刚度的增加,第 1 阶模态声压级响应峰值不断降低并向着高频方向移动。在弹性边界振幅较大的模态阶次附近(如第 4 阶、第 9 阶模态),弹性边界上卷簧刚度的增加会造成声压级响应的增大。

3) 研究了拓扑形式布置加强筋的降噪效果。针对不同的加强筋布置形式,通过声学响应计算验证了拓扑优化结构能达到最佳的降噪效果。

参 考 文 献

- [1] Akl W, El-Sabbagh A. Topology optimization of a plate coupled with acoustic cavity [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, 46: 2060-2074.
- [2] Wadbro E, Berggren M. Topology optimization of an acoustic horn[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 196: 420-436.
- [3] 邓兆祥, 高书娜. 基于拓扑优化的轿车车身低噪声设计[J]. *振动与冲击*, 2008, 27(11): 169-172.
Deng Zhaoxiang, Gao Shuna. Low noise design of car body based on topology optimization analysis[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(11): 169-172. (in Chinese)
- [4] 杜建斌, 宋先凯. 基于声学准则的阻尼材料分布优化设计[C]//结构及多学科优化工程应用与理论研讨会. 大连: [s. n.], 2009: 502-508.
- [5] 杨海天, 杨博. 带有弹性边界支撑的梁的多宗量反问题求解[C]//中国力学学会学术大会. 郑州: [s. n.], 2009.
- [6] Johnson R P, Cafolla J. Corrugated webs in plate girders for bridges[J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings*, 1997, 123: 157-164.
- [7] Luo R, Edlund B. Shear capacity of plate girders with trapezoidally corrugated webs[J]. *Thin-Walled Structures*, 1996, 26(1): 19-44.

- [8] Robert G D, Hassan H, Richard S. Shear behavior of corrugated web bridge girders[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2006, 132(2): 195-203.
- [9] Bhat R B, Sankar T S. Effect of stiffener arrangement on the random response of a flat panel[J]. *Shock and Vibration Bulletin*, 1980, 51: 81-87.
- [10] Engelstad S P, Cunefare K A, Powell E A. Stiffener shape design to minimize interior noise[J]. *Journal of Aircraft*, 2000, 37(1): 167-171.
- [11] 刘晓波. 机车车体结构中加强筋的合理设计[J]. *机车电传动*, 2008, 1: 42-44.
Liu Xiaobo. Rational design of the strengthening rib in locomotive carbody structure [J]. *Electric Drive for Locomotives*, 2008, 1: 42-44. (in Chinese)
- [12] 周杰, 黄人江. 扇形加强筋结构对汽车后轮毂包成形质量的影响[J]. *锻压装备与制造技术*, 2009, 4: 70-72.
Zhou Jie, Hung Renjiang. The application of sector tendon structure to design of auto cover panel[J]. *China Metalforming Equipment & Manufacturing Technology*, 2009, 4: 70-72. (in Chinese)
- [13] 黄与宏. 板结构[M]. 北京: 人民交通出版社, 1992: 272-290.
- [14] 陈炉云. 基于多学科设计优化的潜艇结构-声辐射优化研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2008.
- [15] Dühning M B, Jensen J S, Sigmund O. Acoustic design by topology optimization[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 317: 557-575.
- [16] 朱灯林, 王安麟. 基于动态柔度的硬盘驱动臂的拓扑设计[J]. *机械强度*, 2007, 29(2): 269-273.
Zhu Denglin, Wang Anlin. Topological design of hdd (hard disk drive) suspension based on dynamical compliance[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2007, 29(2): 269-273. (in Chinese)



第一作者简介:史冬岩,女,1965年12月生,教授、博士生导师。主要研究方向为机械强度设计、现代设计方法与理论。曾发表《A method for numerical solutions to problems with pipes under unknown forces and constraint conditions》(《Key Engineering Materials》2010, Vol. 419-420)等论文。

E-mail: shidongyan@hrbeu.edu.cn