第 34 卷第 2 期
2014 年 4 月

振动、测试与诊断
Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

Vol. 34 No. 2
Apr. 2014

叶片-机匣系统碰摩振动响应分析*

太兴宇， 马 辉， 谭 祯， 闻邦椿
（东北大学机械工程与自动化学院 沈阳，110819）

摘要 针对弹性叶片-机匣碰摩问题，将叶片等效为离心载荷和气动载荷作用下的悬臂梁，由哈密顿原理推导出旋转叶片的运动微分方程；同时将机匣简化为单质量弹簧-阻尼模型，考虑其径向振动。在某个接触瞬时，基于机械能守恒和叶片与机匣的位移关系，推导了弹性叶片与弹性机匣间的碰摩表征模型，并基于这种模型分析了不同工况下叶片-机匣的耦合振动。结果表明，机匣的振动会导致叶片的不稳定运动，并激起叶片的 1 阶弯曲动频，通过增加机匣质量、减小机匣刚度以及增加转速都可以提高叶片的运动稳定性。通过对接触过程中机匣能量的研究发现，减小机匣刚度会吸收更多的碰撞能量，但同时会增加机匣的振动位移。

关键词 弹性叶片-机匣；碰摩；表征模型；耦合振动；运动稳定性
中图分类号 TK4

引 言

旋转机械是国民经济和国防建设中重要的基础性设备，在能源、动力、航空、航天等领域得到了广泛应用[1]。为了减轻重量，提高压气机效率，追求高推重比，机匣内环与转子叶片之间的间隙要尽可能小，这就容易导致在离心载荷和气动载荷的作用下，叶尖与机匣内壁发生碰摩。由于叶尖处有着更大的线速度，碰撞能量大，所以碰摩一旦发生，则会造成严重后果。

刘书国等[2]基于 LS-DYNA 软件对航空发动机叶片-机匣碰摩过程进行了数值模拟，考虑了实际叶片的叶形特征，分析了叶片顶部在受瞬时碰撞与摩擦载荷（碰摩载荷）共同作用下的动力学响应，研究结果表明，采用隐式-显式相结合的数值模拟方法可以综合考虑结构动力学特征，即低频线性稳态响应（惯性效应等）和高频非线性瞬态响应（应力波等）。洪杰等[3]针对某小型短寿命涡扇发动机叶片的断裂故障，进行了叶片端口分析、振动检测信号对比和结构动力学特性分析。Williams[4]提出了一个新的叶片机匣碰摩建模方法，该模型包括了机匣内衬磨损的精细模型，并通过实例证明该方法的适用性。这种方法可以预见在叶尖碰摩严重的临界状态时会出现不稳定的情况。

根据实验测试和接触动力学仿真获得的叶片-机匣局部接触碰摩力数据，通过分析发现叶片-机匣单点或局部碰摩的接触力类似于周期性脉冲力。根据这一特定碰摩情况，一些学者提出了基于脉冲力模型的碰摩故障模拟方法[5-8]。

Legrand 等[9]基于机匣与叶盘系统的二维模型，研究了叶盘系统在机匣 k 节径模态振型下的接触问题，分析了转速对叶片-机匣接触碰摩的影响。Batailly 等[10]将叶盘系统与机匣分别简化为直梁和曲梁，并采用模态坐标转化的方法将离散后的多自由度方程简化为少自由度的方程，基于 Lagrange 乘子法研究了叶尖与机匣的碰摩问题，并提出了“直接接触法则”。Legrand 等[11]基于一个分段线性的塑性本构关系，研究了内侧带有可磨耗涂层的机匣与叶尖接触的特性，研究结果表明，可磨耗涂层影响叶片响应的频率成分，叶尖和涂层磨损过程中的初始间隙对叶片的振幅影响很大。Padovan 等[12]假定机匣为刚性，将叶片简化为悬臂梁，推导出了压缩机叶片的法向碰摩力表达式，并讨论了各系统参数对单叶片和多叶片碰摩动力学特性的影响。Sinha 等[13]建立了一个叶片-转子模型，考虑了旋转惯性力和陀螺效应，通过叶尖碰摩，研究转子的动力稳定性问题。

* 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目（N120603001）；教育部新世纪人才支持计划资助项目（NCET-11-0078）；教育部探索导向重点科技创新资助项目（N110203001）
收稿日期：2013-06-04；修回日期：2013-07-19

笔者以单个直板叶为研究对象，将叶片简化为悬臂梁，建立了局部坐标系下旋转梁的动力学方程，其中考虑了叶片的惯性效应以及旋转效应；同时将机匣等效为一个单质量弹簧-阻尼器，在碰摩过程中考虑机匣振动的影响。根据叶片与机匣的位移关系和力平衡关系，应用功能原理以及库伦摩擦定律，推导出叶片-机匣碰摩表征模型。基于这个表征模型，在离心载荷和气动载荷的作用下，对单叶片碰摩的动力学响应进行分析，并且从能量的角度分析了机匣对于碰撞能量的吸收作用。

1　系统动力学方程的建立

叶片可由一个转盘-梁模型表示，如图 1 所示。图中，一个等截面的弹性悬臂梁连接在一个半径为 R_d 的刚性转盘上，这里不分析转盘的刚体运动，只考虑弹性叶片的弹性变形。叶片的运动方程可由哈密顿原理推导出来

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T-V)\,\mathrm{d}t=0 \tag{1}$$

其中：T 为叶片的动能；V 为叶片的势能。

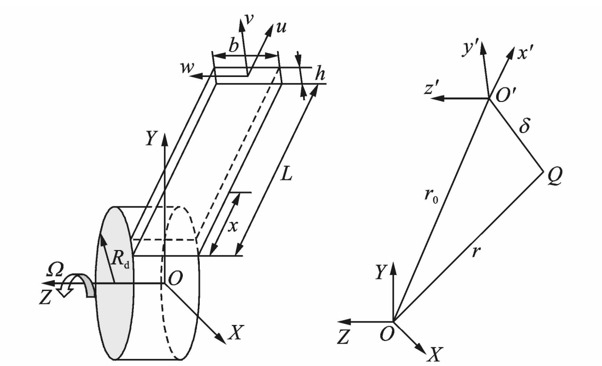


图 1　定转速下旋转叶片的运动示意图

Fig. 1　Schematic diagram of the motion of the rotating blade in constant speed

图 1 中 $OXYZ$ 为整体坐标系；$O x'y'z'$ 为叶片上某一点的局部坐标系；Q 为变形后叶片上的一点；u，v，w 分别为叶片 x'，y'，z' 方向的位移。整体坐标系的原点与圆盘的中心重合，动坐标系的原点在叶片上。文中只考虑叶片的轴向振动和弯曲振动，并且忽略圆盘中心的刚体运动。

叶片上任意一点 Q 的动能为

$$\Delta T=\frac{1}{2}\Delta m\boldsymbol{v}_a^2 \tag{2}$$

其中：Δm 为 Q 点的微元质量；$\boldsymbol{v}_a$ 为 Q 点的绝对速度向量，根据速度合成定理得到其表达式为

$$\boldsymbol{v}_a=\dot{\delta}+\bar{\Omega}\times\boldsymbol{r}=\dot{\delta}+\Omega r \tag{3}$$

其中：$\bar{\Omega}=\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}$；$\Omega=\begin{bmatrix}0 & -\omega_z & \omega_y\\ \omega_z & 0 & -\omega_x\\ -\omega_y & \omega_x & 0\end{bmatrix}$；$\omega_x$，$\omega_y$，$\omega_z$ 分别为绕 X，Y，Z 轴的旋转速度。

由图 1 可以得到

$$\begin{cases}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\delta\\ \boldsymbol{r}_0=\begin{bmatrix}R_d+x\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\\ \delta=\begin{bmatrix}u\\ v\\ w\end{bmatrix}\end{cases} \tag{4}$$

将式(3)和式(4)代入到式(2)中，整理得到叶片弯曲运动的动能表达式

$$T=\frac{1}{2}\int_0^L[\dot{u}^2+\dot{v}^2-2\Omega v\dot{u}+2\Omega u\dot{v}+2\Omega(R_d+x)\dot{v}+\Omega^2v^2+\Omega^2(R_d+x)^2+2\Omega(R_d+x)u+\Omega^2u^2]\rho A\,\mathrm{d}x \tag{5}$$

其中：ρ 为叶片的密度；A 为截面面积。

基于 Euler-Bernoulli 梁的理论，忽略剪切变形，旋转梁的弹性势能可表示为

$$V=\frac{1}{2}\int_0^L EI\left(\frac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}x^2}\right)^2\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_0^L EA\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}\right)^2\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_0^L F_a\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\right)^2\mathrm{d}x \tag{6}$$

其中：E 为弹性模量；I 为叶片 z' 向的截面惯性矩；F_a 为叶片轴向力，$F_a=f_c(x)+F_n$，其中 $f_c(x)$ 为离心力，F_n 为法向碰摩力。

式(6)第 1 项为叶片的弯曲弹性势能，第 2 项为轴向弹性势能，第 3 项为轴向力应变能。

将动能、势能的表达式代入到式(1)中，通过变分并整理可以得到轴向和横向的振动微分方程

$$\int_0^L\rho A\ddot{u}\,\mathrm{d}x+\int_0^L c_1\dot{u}\,\mathrm{d}x-2\int_0^L\rho A\Omega\dot{v}\,\mathrm{d}x-\int_0^L EA\,\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{d}x-\int_0^L\rho A\Omega^2u\,\mathrm{d}x=0 \tag{7}$$

$$\int_0^L\rho A\ddot{v}\,\mathrm{d}x+\int_0^L c_2\dot{v}\,\mathrm{d}x+2\int_0^L\rho A\Omega\dot{u}\,\mathrm{d}x+\int_0^L EI\,\frac{\mathrm{d}^{(4)}v}{\mathrm{d}x^{(4)}}\mathrm{d}x-\int_0^L\rho A\Omega^2v\,\mathrm{d}x-\int_0^L(v''f_c(x)+v'f'_c(x))\,\mathrm{d}x-\int_0^L F_n(t)v''\mathrm{d}x=0 \tag{8}$$

采用 Galerkin 法对式(7)、式(8)进行离散化。引入正则坐标 $U_i(t)$ 和 $V_i(t)$，根据振型叠加法，将叶片的轴向位移 $u(x,t)$ 以及横向位移 $v(x,t)$ 变换为

$$u(x,t)=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(x)U_i(t) \tag{9a}$$

$$v(x,t)=\sum_{i=1}^{n}\Psi_i(x)V_i(t) \tag{9b}$$

其中：$\Psi_i(x)$，$\varphi_i(x)$为振型函数[14]。

将式(9a)和式(9b)代入到式(7)，式(8)中，并加上外力项，两边分别同时乘以 $\varphi_j(x)$，$\Psi_j(x)$得

$$\begin{aligned}&\rho A\sum_{i=1}^{n}\ddot{U}_i(t)\int_0^L\varphi_j(x)\varphi_i(x)\mathrm{d}x+c_1\sum_{i=1}^{n}\dot{U}_i(t)\int_0^L\varphi_j(x)\varphi_i(x)\mathrm{d}x-\\&\quad 2\rho A\Omega\sum_{i=1}^{n}\dot{V}_i(t)\int_0^L\varphi_j(x)\Psi_i(x)\mathrm{d}x-EA\sum_{i=1}^{n}U_i(t)\int_0^L\varphi_j(x)\varphi''_i(x)\mathrm{d}x-\\&\quad \rho A\Omega^2\sum_{i=1}^{n}U_i(t)\int_0^L\varphi_j(x)\varphi_i(x)\mathrm{d}x=-F_n\varphi_j(L)+\sum_{i=1}^{n}\int_0^L\rho A\Omega^2(x+R_d)\varphi_j(x)\mathrm{d}x\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&\rho A\sum_{i=1}^{n}\ddot{V}_i(t)\int_0^L\Psi_j(x)\Psi_i(x)\mathrm{d}x+c_2\sum_{i=1}^{n}\dot{V}_i(t)\int_0^L\Psi_j(x)\Psi_i(x)\mathrm{d}x+2\rho A\Omega\sum_{i=1}^{n}\dot{U}_i(t)\int_0^L\varphi_j(x)\varphi_i(x)\mathrm{d}x+\\&EI_z\sum_{i=1}^{n}V_i(t)\int_0^L\Psi_j(x)\Psi_i^{(4)}(x)\mathrm{d}x-\rho A\Omega^2\sum_{i=1}^{n}V_i(t)\int_0^L\Psi_j(x)\Psi_i(x)\mathrm{d}x-\sum_{i=1}^{n}V_i(t)\int_0^L\Psi_j(x)\Psi''_i(x)f_c(x)\mathrm{d}x-\\&\quad\sum_{i=1}^{n}V_i(t)\int_0^L\Psi_j(x)\Psi'_i(x)f'_c(x)\mathrm{d}x+\sum_{i=1}^{n}V_i(t)F_n\int_0^L\Psi_j(x)\Psi''_i(x)\mathrm{d}x=\sum_{i=1}^{n}\int_0^L F_e\Psi_j(x)\mathrm{d}x-F_t\Psi_j(L)\end{aligned} \tag{11}$$

将上述表达式简化为

$$\boldsymbol{M}_b\ddot{\boldsymbol{q}}+(\boldsymbol{C}_b+\boldsymbol{G}_b)\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}_b\boldsymbol{q}=\boldsymbol{F}_b \tag{12}$$

其中：$\boldsymbol{q}$ 为叶片的位移向量；$\boldsymbol{M}_b$ 为叶片的质量矩阵；$\boldsymbol{G}_b$ 为科氏力矩阵；$\boldsymbol{C}_b$ 为叶片的阻尼矩阵；$\boldsymbol{K}_b$ 为叶片的刚度矩阵，$\boldsymbol{K}_b=\boldsymbol{K}_e+\boldsymbol{K}_c+\boldsymbol{K}_s+\boldsymbol{K}_F$，其中 $\boldsymbol{K}_e$ 为结构刚度矩阵，$\boldsymbol{K}_c$ 为离心刚化矩阵，$\boldsymbol{K}_s$ 为旋转软化矩阵，$\boldsymbol{K}_F$ 为法向力影响的刚度矩阵；$\boldsymbol{F}_b$ 为叶片外力矩阵，其中包括离心载荷、气动载荷 F_e 以及碰摩载荷 F_n，F_t。

文中的系统粘性阻尼采用瑞利阻尼模型，表达式为

$$\boldsymbol{C}=\alpha\boldsymbol{M}+\beta\boldsymbol{K} \tag{13}$$

其中

$$\alpha=4\pi\frac{\left(\frac{\xi_2}{\omega_2}-\frac{\xi_1}{\omega_1}\right)}{\left(\frac{1}{\omega_2^2}-\frac{1}{\omega_1^2}\right)}$$

$$\beta=\frac{1}{\pi}\frac{(\xi_2\omega_2-\xi_1\omega_1)}{(\omega_2^2-\omega_1^2)}$$

其中：ω_1 和 ω_2 分别为第 1，2 阶固有频率，单位为 Hz；ξ_1 和 ξ_2 分别为对应的第 1，2 阶模态阻尼比。

将机匣简化为单质量弹簧-阻尼系统，只考虑机匣在法向力作用下的径向运动。在局部坐标系下机匣的运动方程为

$$m_c\ddot{u}_c+c_c\dot{u}_c+k_cu_c=F_n \tag{14}$$

其中：u_c 为机匣的径向位移；m_c 为机匣质量；c_c 为机匣阻尼；k_c 为径向机匣刚度；F_n 为机匣所受法向力。

2 叶片-机匣接触力表征模型

叶片与机匣之间的碰撞是发生在柔性体与致密弹性体间，或柔性体与柔性体间（当机匣为薄壳）。所以碰撞力主要取决于碰撞柔性体本身的整体变形，而并非局部变形[1]。图 2 为叶片-机匣瞬时碰摩的局部示意图，假设叶片-机匣的瞬时接触是一个静态过程。将机匣局部等效成为一个弹簧-阻尼系统，在碰摩过程中，机匣局部发生变形，径向变形量为 u_c；同时叶片在法向力作用下发生压缩，产生轴向变形 u_L。根据图中的位置关系，可以得到侵入量 δ 与机匣偏移距离 u_c 和叶尖轴向变形 u_L 的关系

$$\delta=u_L+u_c \tag{15}$$

其中：$u_c=\dfrac{F_n}{k_c}$；k_c 为机匣的径向刚度。

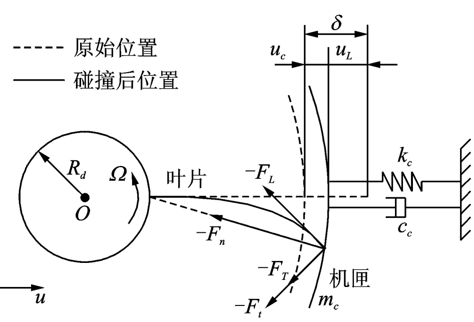


图 2 单叶片-弹性机匣碰摩示意图

Fig. 2 Schematic diagram of rubbing between a single blade and elastic casing

假设在叶片与机匣接触的某个时间内，叶片满足机械能守恒

$$U_e+U_c=W \tag{16}$$

其中：U_e 为叶片的弯曲变形能；U_c 为离心势能；W 为叶尖法向力和切向力做的功。

最后整理得到 F_n 的解析表达式

$$F_n=\frac{5}{3}Lk_c\frac{\Gamma\left(\frac{5\Gamma}{6}+\frac{\delta}{L}\right)-\frac{\sqrt{15}\Gamma}{6}\sqrt{\frac{15}{9}\Gamma^2+4(\mu^2-\Gamma)\frac{\delta}{L}}}{\frac{10\Gamma}{3}-\frac{5}{3}\mu^2+\frac{\delta}{L}} \tag{17}$$

其中：$\Gamma=\dfrac{\frac{3EI}{L^3}+\rho A\Omega^2\left(\frac{81}{280}L+\frac{3}{8}R_d\right)}{k_c}$。

由于将机匣局部看作是一个弹簧-阻尼系统，所以在碰撞的过程中，机匣的变形使得阻尼对碰撞能量产生耗散，这个耗散主要是针对法向碰撞的。根据 Hunt 和 Crossley[15] 提出的考虑法向阻尼的模型，式(8)改为

$$F_n=\frac{5}{3}Lk_c\frac{\Gamma\left(\frac{5\Gamma}{6}+\frac{\delta}{L}\right)-\frac{\sqrt{15}\Gamma}{6}\sqrt{\frac{15}{9}\Gamma^2+4(\mu^2-\Gamma)\frac{\delta}{L}}}{\frac{10\Gamma}{3}-\frac{5}{3}\mu^2+\frac{\delta}{L}}+c_c\dot{d} \tag{18}$$

其中：$\dot{d}$ 与叶片的运动方向相反。

切向力则采用库伦摩擦形式

$$F_t=\mu F_n$$

其中：μ 为叶片的滑动摩擦系数。

对于梁在碰摩过程中可能会产生弯曲变形比较大的情况，这时叶片轴向的法向力应沿着叶片的弯曲方向进行修订。在径向侵入深度较大时，这种修订就变得很有必要。法向接触力 F_n 以叶尖的位移角 $v'(L,t)$ 分解为叶尖轴向力和横向力

$$-F_L=-F_n\cos[v'(L,t)]$$

$$-F_T=-F_n\sin[v'(L,t)]$$

此时，叶尖受到的法向力和切向力为

$$\bar{F}_n=-F_L=-F_n\cos[v'(L,t)]$$

$$\bar{F}_t=-\mu\bar{F}_n-F_T=-\mu\bar{F}_n-F_n\sin[v'(L,t)]$$

3　数值仿真

图 3 为数值计算流程图，从图中可以看到，在外部激励的作用下，先计算出系统的振动响应，其中包括叶片的响应和机匣的响应。输出结果的同时判定叶尖的径向位移是否超出间隙值，如果超出则计算侵入量，得到碰摩载荷，对下一时刻的动力学方程进行求解，如果仍然超出间隙则重新计算侵入量；若叶尖径向位移没有超出间隙值，没有发生碰摩，输出结果并计算下一时刻的响应。

叶片的几何参数以及法向力仿真参数如表 1 所示，叶片模型和碰摩示意图分别如图 1 和图 4 所示。

文中的气动力载荷采用如下形式

$$F_e=A_0\sin(n\Omega t)$$

其中：A_0 为气动力的幅值；n 为前一级的静叶数。

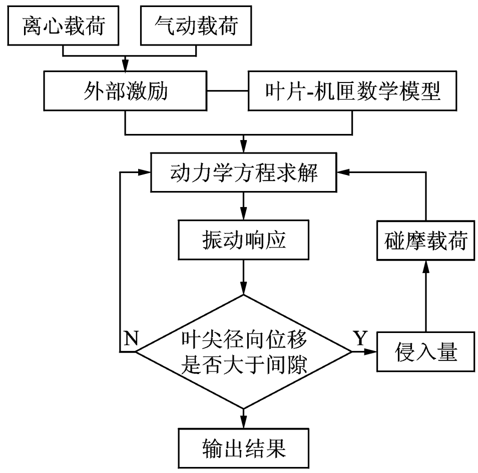


图 3　数值仿真流程图

Fig. 3　Flow diagram of numerical simulation

表 1　仿真参数

Tab. 1　Simulation parameters

参　数	数　值
叶片弹性模量 E/Pa	2×10^{11}
叶片泊松比 υ	0.3
叶片的长度、宽度、厚度：L,b,h/mm	150,60,7
圆盘半径 R_d/mm	150
机匣质量 m_{casing}/kg	3
机匣径向刚度 k_c/(N·m^{-1})	5×10^8
机匣径向阻尼 c_c/(Ns·m^{-1})	1×10^3
初始间隙 Δ/mm	2
最小间隙量 c_{min}/μm	80
摩擦系数 μ	0.3
碰摩相位角 φ/(°)	0
转速 Ω/(r·min^{-1})	5 000
A_0/N	10
n	42

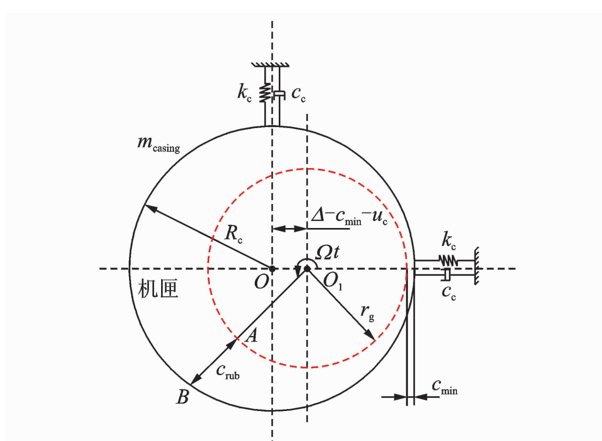


图 4　叶片机匣碰摩示意图

Fig. 4　Schematic diagram of blade-casing rubbing

图 4 中,O,O_1 分别为机匣中心和圆盘中心;R_c 为机匣半径;r_g 为叶尖轨迹半径,$r_g=L+R_d$;Δ 为机匣与圆盘同心时的原始间隙,$\Delta=R_c-r_g$;$c_{\min}$ 为叶尖与机匣内壁之间的最小距离,其中,$c_{\min}>0$ 表示初始最小间隙,$c_{\min}<0$ 表示初始最大侵入深度。

根据图中的几何关系,设叶片与机匣偏心时的径向间隙函数为

$$c_{\mathrm{rub}}(t)=\sqrt{R_c^2-[(\Delta-c_{\min}-d)\sin(\Omega t+\varphi)]^2}+(\Delta-c_{\min}-d)\cos(\Omega t+\varphi)-r_g \tag{14}$$

考虑叶片自身的振动位移,则侵入量表达式为

$$\delta=u_L(t)-c_{\mathrm{rub}}(t) \tag{15}$$

当 $\delta>0$ 时,碰摩发生;当 $\delta\leqslant 0$ 时,则不发生碰摩。

由于碰摩发生在叶尖处,所以叶尖处响应的非线性特征更加突出。针对机匣径向刚度、机匣质量和叶片转速对系统动力学特性的影响选取了下面 4 种工况。

表 2 计算工况

Tab. 2 Calculation conditions

运行工况	转速/(r·min^{-1})	叶尖与机匣的最小距离/μm	机匣径向刚度/(N·m^{-1})	阻尼/(N·s·m^{-1})	机匣质量/kg
1	1 000	−50	5×10^8	1×10^2	3
2	1 000	−50	5×10^6	1×10^2	3
3	1 000	−50	5×10^8	1×10^2	100
4	5 000	50	5×10^8	1×10^2	3

3.1 离心载荷影响

由于离心载荷的作用使得叶片伸长,从而导致了叶片与机匣内壁的接触[16]。从图 5 中可以看到,叶片在离心载荷的作用下,径向位移 u 经历了短暂的波动,稳定在某一数值,说明叶片在离心载荷的作用下被拉长了;而叶片的横向位移 v 产生振动,最后逐渐衰减为 0,并且转速越大,衰减需要的时间越长。

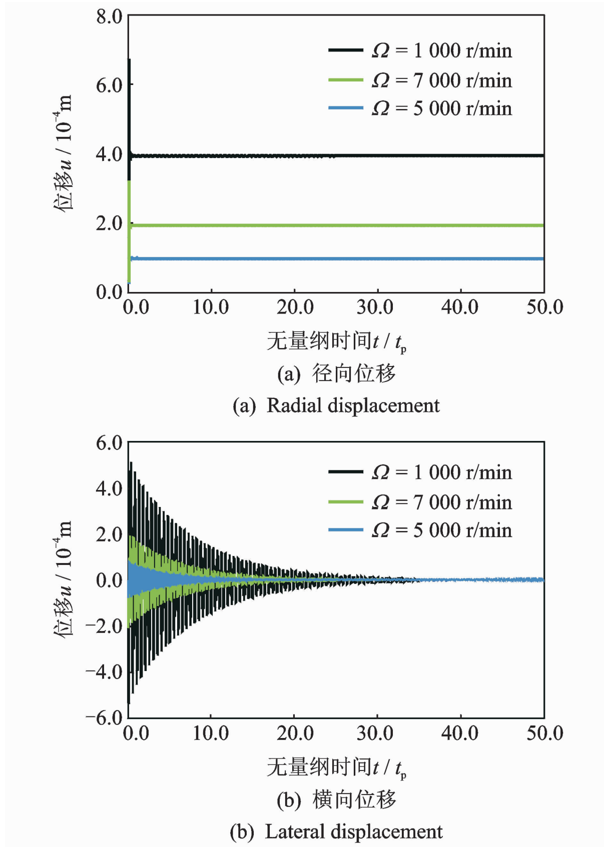


图 5 无碰摩发生时叶尖的位移响应图

Fig. 5 Displacement response diagram of blade tip without rubbing

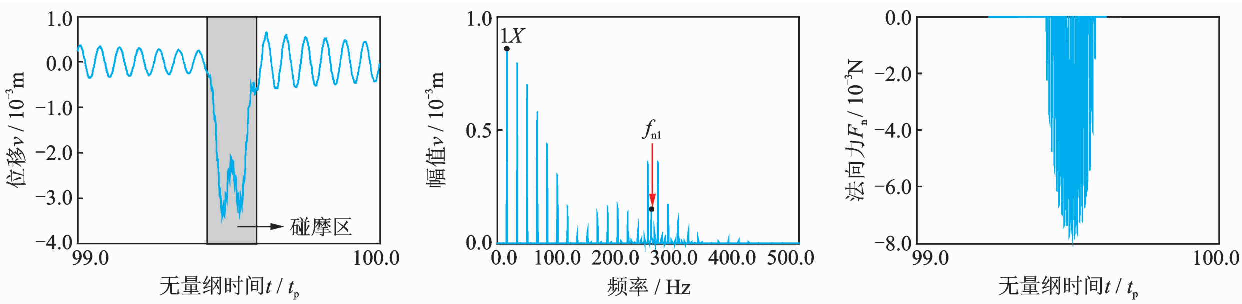
3.2 不同工况下的碰摩动力学特性

由于转速较低时离心载荷的影响很小,叶片的伸长量也很小,不能达到间隙量。为了分析低转速下的碰摩故障,预先设置了叶片与机匣的侵入量,即 $c_{\min}<0$。从图 6(a)中可以看到,在碰摩区内,虽然叶尖的整体运动趋势是向横向负方向运动,但运动并不稳定,在运动过程中出现许多微小的振动,并且有反向运动的出现。接触过程中产生的法向力并不是连续变化的,正是由于这种叶片和机匣之间的相互作用,激发了叶片的 1 阶弯曲动频(f_{n1}),并伴有微小的谐波出现,如图 6(b)所示。

将机匣的刚度调小至 5×10^6 N/m,由此可以看到,叶片的振动响应相对于工况 1 稳定了许多,频谱图中以高倍频为主,其中 15 倍频(15X)的幅值最大,这是由于叶片的 15 倍频接近叶片的 1 阶弯曲动频。从图 7(c)中看到碰摩力为连续变化,但依然存在波动,有一个明显的反弹,这是由叶尖在振动过程中与机匣发生相撞导致的。从数值上看,工况 2 中的位移和法向力都小于工况 1,由式(18)可知,减小机匣刚度会使法向力减小,从而降低了碰撞程度。

将机匣的质量增加后(图 8),依然激起了叶片的一阶弯曲动频,并且一阶动频的幅值占主导。

当转速为 5 kr/min 时,如图 9 所示,叶片在离心载荷的作用下产生了较大的伸长量,如图 5 所示。为了避免较大的侵入量,这里设置了叶尖与机匣之间的间隙,即 $c_{\min}>0$。从图 9 中可以看出,转速较高时,叶片和机匣的振动都比较稳定,由于激振频率的改变,单周期内叶片的振动次数也减少,频谱图中 3X 占主导。

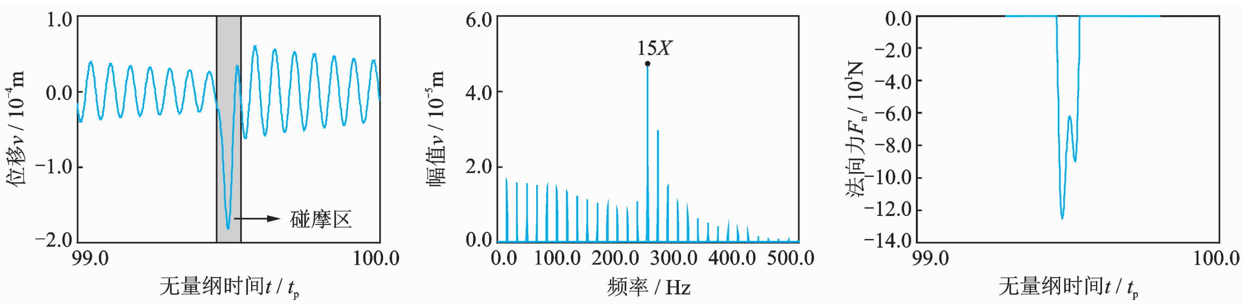


(a) 时域图　　(b) 频谱图　　(c) 碰摩力

(a) Time domain　　(b) Frequency spectrum　　(c) Rubbing force

图 6　工况 1 时叶尖处的动力学响应

Fig. 6　Dynamics response of blade tip in condition 1

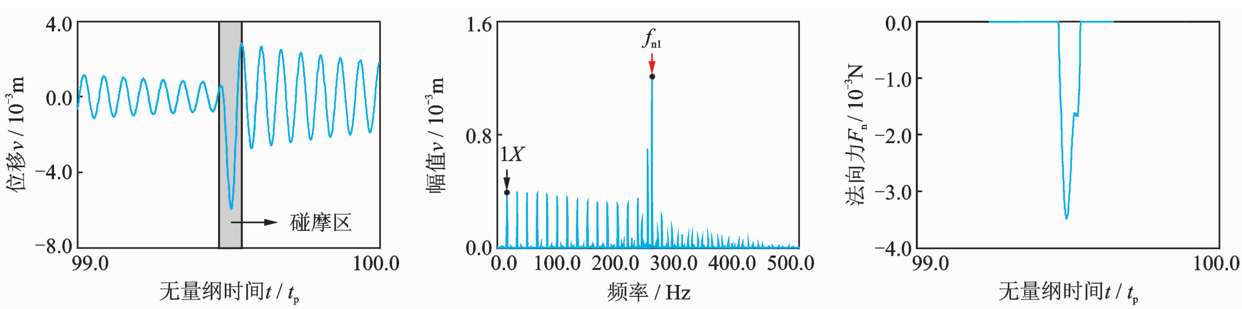


(a) 时域图　　(b) 频谱图　　(c) 碰摩力

(a) Time domain　　(b) Frequency spectrum　　(c) Rubbing force

图 7　工况 2 时叶尖处的动力学响应

Fig. 7　Dynamics response of blade tip in condition 2

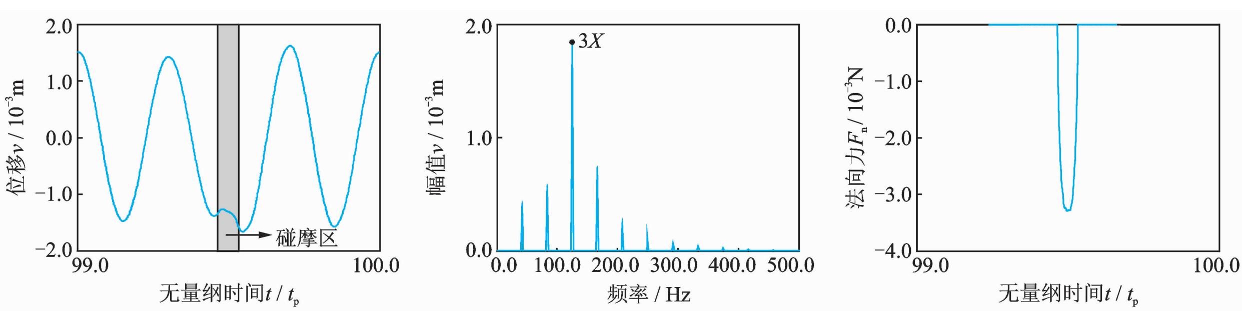


(a) 时域图　　(b) 频谱图　　(c) 碰摩力

(a) Time domain　　(b) Frequency spectrum　　(c) Rubbing force

图 8　工况 3 时叶尖处的动力学响应

Fig. 8　Dynamics response of blade tip in condition 3



(a) 时域图　　(b) 频谱图　　(c) 碰摩力

(a) Time domain　　(b) Frequency spectrum　　(c) Rubbing force

图 9　工况 4 时叶尖处的动力学响应

Fig. 9　Dynamics response of blade tip in condition 4

3.3 碰摩过程中的能量变化

由于在碰摩过程中考虑了机匣的振动,会对碰撞起到一定的削弱作用。机匣在碰撞力的作用下会产生压缩变形,在某个瞬时准静态的假设下,忽略机匣惯性力的影响,根据胡克定律以及图 2 所示的接触模型,可以得到机匣在发生碰摩时的径向运动能量。引入能量 E_i 来表示机匣在碰摩时第 i 时刻产生的弹性势能的大小,其数学表达式如下

$$E_i=\frac{1}{2}k_c u_c^2$$

由于在碰摩过程中,机匣受到的主要是压力,为受迫振动,并且在局部有微小的振动,而在碰摩力消失后,机匣依然做自由振动,弹性能会逐渐衰减。E 的大小主要体现了碰摩过程中机匣对碰撞能量的吸收量,机匣所产生的能量越大,吸收的碰撞能越多。

下面采用工况 4 中参数,对不同机匣径向刚度下机匣的运动位移和产生的能量进行讨论。从图 10中可以看到,k_c 越小,机匣的径向位移越大,自由振动衰减越慢。而由于 k_c 较小时产生了较大的位移,所以对能量的吸收也较多(图 11)。

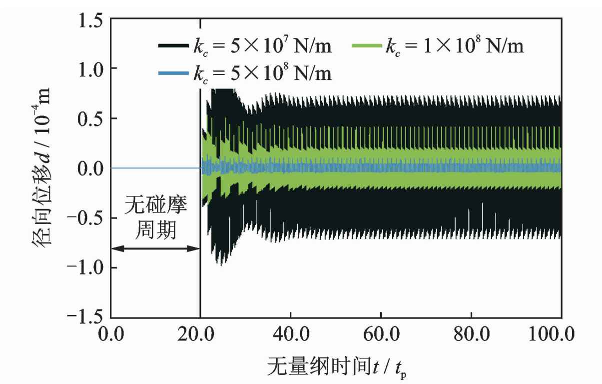


图 10 不同径向刚度下机匣的径向位移

Fig. 10 Radial displacement of casing in different radial stiffnesses

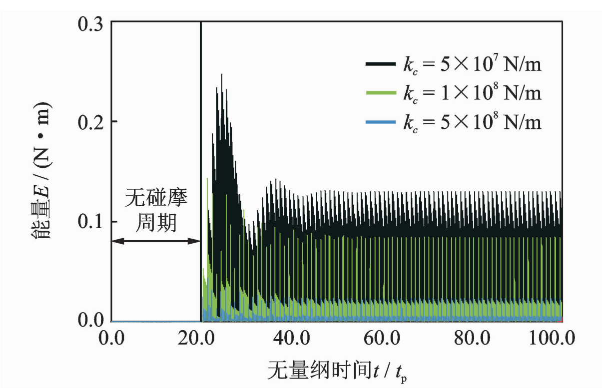


图 11 不同径向刚度下机匣的弹性势能

Fig. 11 Elastic potential energy of casing in different radial stiffnesses

4 结 论

1) 在瞬时静态的假设下,将机匣等效为单质量弹簧-阻尼系统。根据碰摩过程中叶尖径向位移、机匣径向位移和侵入量之间的位置关系以及受力平衡关系,通过机械能守恒推导了叶片-机匣碰摩表征模型,该模型除了与叶片的几何参数有关,还包含了转速以及机匣刚度等参数。

2) 研究了叶片-机匣的碰摩动力学特性,对不同系统参数的影响进行了分析,发现机匣的振动会导致叶片在低转速时产生不稳定运动,碰摩力不连续,同时会激起叶片的 1 阶弯曲动频并有其他谐波频率出现;增加机匣的质量会使得运动相对稳定,但频率成分中依然会有叶片的固有特性;而减小机匣径向刚度和升高转速可以明显提高系统的稳定性。

3) 在不考虑机匣动能的前提下,应用胡克定律得到了机匣在碰摩时产生的弹性势能,从而研究接触过程中机匣对碰撞能量的吸收作用,通过分析得知,减小机匣刚度可以吸收更多的碰撞能量,使系统稳定,但同时会使机匣的振动加剧,使其容易损坏。

参 考 文 献

[1] 江俊,陈艳华. 转子与定子碰摩的非线性动力学研究[J]. 力学进展,2013,43(1):132-148.
Jiang Jun, Chen Yanhua. Advances in the research on nonlinear phenomena in rotor/stator rubbing systems [J]. Advances in Mechanics, 2013, 43(1): 132-148. (in Chinese)

[2] 刘书国,洪杰,陈萌. 航空发动机叶片-机匣碰摩过程的数值模拟[J]. 航空动力学报,2011,26(6):1282-1288.
Liu Shuguo, Hong Jie, Chen Meng. Numerical simulation of the dynamic process of aero-engine blade-to-case rub-impact [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(6): 1282-1288. (in Chinese)

[3] 洪杰,刘书国,张大义,等. 小型短寿命涡扇发动机涡轮叶片疲劳失效分析[J]. 航空动力学报,2012,27(3):604-609.
Hong Jie, Liu Shuguo, Zhang Dayi, et al. Fatigue failure analysis of turbine blade in miniature short-life turbofan engine [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(3): 604-609. (in Chinese)

[4] Williams R J. Simulation of blade casing interaction

phenomena in gas turbines resulting from heavy tip rubs using an implicit time marching method[C]// Proceedings of ASME Turbo Expo 2011. Vancouver, British Columbia, Canada:Rolls-Royce Plc., 2011.

[5] Sinha S K. Non-linear dynamic response of a rotating radial Timoshenko beam with periodic pulse loading at the free-end [J]. International Journal of Nonlinear Mechanics,2005,40:113-149.

[6] Turner K, Adams M, Dunn M. Simulation of engine blade tip-rub induced vibration[C]// Proceedings of ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea and Air. Ren-Tahoe, Nevada, USA: ASME, 2005.

[7] Turner K, Dunn M, Padova M. Airfoil deflection characteristics during rub events [J]. Journal of Turbomachinery, 2012, 134(011018):1-7.

[8] 太兴宇，马辉，谭祯，等. 脉冲力加载下的叶片-机匣动力学特性研究[J]. 东北大学学报：自然科学版，2012,33(12): 1756-1761.
Tai Xingyu, Ma Hui, Tan Zhen, et al. Research and numerical simulation on dynamic characteristics of blade-casing with impulse loading [J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2012, 33 (12): 1756-1761. (in Chinese)

[9] Legrand M, Pierre C, Peseux B. Structural modal interaction of a four degree of freedom bladed disk and casing model[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2010, 5(4): 13-41.

[10] Batailly A, Legrand M, Cartraud P, et al. Assessment of reduced models for the detection of modal interaction through rotor stator contacts [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2010, 329: 5546-5562.

[11] Legrand M, Batailly A, Pierre C. Numerical investigation of abradable coating removal in aircraft engines through plastic constitutive law [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2012, 7(011010): 1-11.

[12] Padovan J, Choy F K. Nonlinear dynamics of rotor / blade /casing rub interactions [J]. Journal of Turbomachinery, 1987, 109: 527-534.

[13] Sinha S K, Ojha S. Rotordynamic analysis of asymmetric turbofan rotor due to fan blade-out event with contact-impact rub loads[C]// 53rd AIAA /ASME / ASCE /AHS /ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Hawaii: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012.

[14] 张义民. 机械振动[M]. 北京：清华大学出版社，2007:187.

[15] Hunt K H, Crossley F R E. Coefficient of restitution in-terpreted as damping in vibroimpact[J]. Journal of Applied Mechanics, 1975, 42: 440-445.

[16] Batailly A, Legrand M, Millecamps A, et al. Numerical - experimental comparison in the simulation of rotor/stator interaction through blade-tip/ abradable coating contact [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2012, 134(082504):1-11.

第一作者简介：太兴宇，男，1986 年 5 月生，博士研究生。主要研究方向为旋转机械动力学。曾发表《基于连续体旋转梁模型的碰摩故障动力学特性分析》(《振动与冲击》2013 年第 32 卷第 18 期)等论文
E-mail:taixingyu@126.com