

时滞效应对铣削系统稳定性的影响*

李欣¹, 李亮¹, 何宁¹, 杨吟飞¹, 赵威¹, 张雪峰², 崔生富²

(1. 南京航空航天大学机电学院 南京, 210016) (2. 中航飞机股份有限公司西安飞机分公司 西安, 710089)

摘要 分析时滞效应对铣削系统稳定性的影响, 揭示铣削再生型颤振发生的根本原因。铣削再生型颤振来源于系统内部的时滞反馈, 应用劳思判据, 分析铣削系统发生颤振前后系统刚度和阻尼的变化, 得出极限切深。实验结果表明, 笔者提出的分析方法简明可行, 并能清晰地阐述颤振发生的物理本质。最后通过分析相关案例, 体现了该方法的工程应用价值。

关键词 铣削; 时滞效应; 再生型颤振; 劳思判据; 物理本质

中图分类号 O327; TH113

引言

铣削加工广泛应用于航空、航天、模具等行业。在铣削加工中, 颤振是制约加工表面质量和生产率的关键因素。它给工件留下的振纹, 恶化表面质量, 往往需要手工去除, 严重的甚至直接导致工件报废, 使得生产率大大降低。再生型颤振, 是在铣削加工中最常见的一种, 也引起了学术界广泛关注。

Taylor 在 1901 年最早提出切削颤振的概念, 各国学者相继开展了很多研究。目前对于铣削颤振已经有了大量的数学模型及其解法。比如 Altintas 广为应用的单频率法^[1], 以及针对间断铣削的多频率法^[2], Stepan 的铣削动力学方程半离散时域求解方法^[3], Balay 等人基于时间有限元的铣削稳定性分析方法^[4]。在国内, 也有不少学者^[5-8]对铣削稳定性分析, 进行了深入的研究。

以上所述方法, 都是将物理模型转化为时滞微分方程, 然后通过半解析法或数值方法来求解, 绘制出稳定性 lobe 图, 结合 lobe 图来分析系统稳定性。但是, 这些方法难以直观分析出铣削颤振的物理本质, 研究者们难以通过这些方法了解颤振为何会发生。许多研究者^[9-10]基于数值方法来优化不等齿距铣刀, 进行减振设计, 繁琐且缺乏实用价值。并且, 稳定性 lobe 图仅仅对铝合金等易切削材料是适用的, 因为这些材料的切削参数调整范围较大, 但对于钛合金等难加工材料, 切削参数调整余地很小, lobe

图的应用价值大大降低。因此, 深入分析铣削颤振发生的物理本质, 探讨如何采取有效实用的方法扩大稳定性区域, 具备较高的学术价值和应用意义。

笔者旨在应用简明的分析方法, 来解释铣削颤振发生的本质, 揭示出时滞效应对系统阻尼和刚度的影响, 并结合切削实验予以验证。最后结合相关案例, 指出在工程上可通过改变时滞来间接改变铣削系统的过程阻尼(process damping), 从而改善稳定性。

1 铣削动力学方程

薄壁件之外的铣削加工, 可以主轴-刀具系统为研究对象, 将其简化为 x, y 两个相互垂直方向上的二自由度振动系统(图 1), 动力学方程可表示为

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = \sum_{j=1}^N F_{xj} = F_x(t) \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = \sum_{j=1}^N F_{yj} = F_y(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中: m_x, c_x, k_x 为主轴-刀具系统在 x 方向的模态参数; m_y, c_y, k_y 为主轴-刀具系统在 y 方向的模态参数; F_{xj}, F_{yj} 分别为作用于刀齿 j 上的切削力在 x, y 方向上的分量。

这些模态参数可通过模态实验来获取, 模态实验可利用锤击法, 敲击刀具自由端, 同时获取自由端处频响函数, 对激励点归一化, 便可得所需模态参数。

动态铣削力依据文献^[1], 可表示为

* 国家自然科学基金资助项目(51005118)
收稿日期: 2013-03-15; 修回日期: 2013-04-22

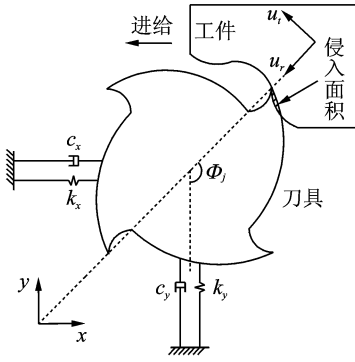


图1 铣削系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of milling system

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} a_p K_t \mathbf{A}_0 \{\Delta(t)\} \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{Bmatrix} \\ \mathbf{A}_0(t) = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \\ \{\Delta(t)\} = \begin{Bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x(t) - x(t-\tau) \\ y(t) - y(t-\tau) \end{Bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

其中: a_p 为轴向切深度; K_t 为切向力系数; $\mathbf{A}_0(t)$ 为定向因子矩阵, 其中的积分函数为(本文按顺铣推导, 如果是逆铣, 该矩阵的非对角元要变号)

$$\begin{cases} \alpha_{xx} = \frac{1}{2} [\cos 2\phi - 2K_r \phi + K_r \sin 2\phi] \phi_{st}^{\phi_{ex}} \\ \alpha_{xy} = -\frac{1}{2} [-\sin 2\phi - 2\phi + K_r \cos 2\phi] \phi_{st}^{\phi_{ex}} \\ \alpha_{yx} = -\frac{1}{2} [-\sin 2\phi + 2\phi + K_r \cos 2\phi] \phi_{st}^{\phi_{ex}} \\ \alpha_{yy} = \frac{1}{2} [-\cos 2\phi - 2K_r \phi - K_r \sin 2\phi] \phi_{st}^{\phi_{ex}} \end{cases} \quad (4)$$

其中: ϕ_{st} 和 ϕ_{ex} 分别为刀具切入或切出时的接触角; K_r 为径向力系数; $(x(t), y(t))$ 和 $(x(t-\tau), y(t-\tau))$ 分别表示刀具结构当前刀齿和前一个刀齿周期的动态位移。

刀齿周期 τ 即为铣削过程中内调制和外调制之间的时滞, 这也是引发铣削颤振的根源。

很多研究者基于动力学方程, 采用单频率法^[1]、多频率法^[2]、半离散法^[3] 等来绘制稳定性 lobe 图。如前所述, 这些方法存在着物理概念模糊、分析计算复杂等缺陷。文中则从振动的本质(刚度和阻尼)入手来分析时滞 τ 对系统稳定性的影响。

2 时滞效应分析

对式(1)进行傅里叶变换, 可得

$$\left(- \begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \omega^2 + \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{bmatrix} j\omega + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} X(\omega) \\ Y(\omega) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} a_p K_t (1 - e^{-j\omega\tau}) \mathbf{A}_0 \begin{Bmatrix} X(\omega) \\ Y(\omega) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式(5)可简记为

$$\left(\mathbf{Z}(\omega) - \frac{1}{2} a_p K_t (1 - e^{-j\omega\tau}) \mathbf{A}_0 \right) \begin{Bmatrix} X(\omega) \\ Y(\omega) \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{Z}(\omega)$ 为主轴-刀具系统的动刚度矩阵。

由式(6)可得特征方程在颤振频率 ω_c 处的描述为

$$\det \left(\mathbf{Z}(\omega_c) - \frac{1}{2} a_p K_t (1 - e^{-j\omega_c\tau}) \mathbf{A}_0 \right) = 0 \quad (7)$$

将式(7)展开, 移项可得

$$\det \left(- \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \omega_c^2 + \begin{bmatrix} c_1 + c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_2 + c_{22} \end{bmatrix} j\omega_c + \begin{bmatrix} k_1 + k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_2 + k_{22} \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (8)$$

其中: $m_1 = m_x$; $m_2 = m_y$; $c_1 = c_x$; $c_2 = c_y$; $k_1 = k_x$; $k_2 = k_y$ 。

附加阻尼项

$$\begin{cases} c_{11} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t \frac{\sin(\omega_c\tau)}{\omega_c} a_{xx} \\ c_{12} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t \frac{\sin(\omega_c\tau)}{\omega_c} a_{xy} \\ c_{21} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t \frac{\sin(\omega_c\tau)}{\omega_c} a_{yx} \\ c_{22} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t \frac{\sin(\omega_c\tau)}{\omega_c} a_{yy} \end{cases} \quad (9)$$

附加刚度项

$$\begin{cases} k_{11} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t (1 - \cos(\omega_c\tau)) a_{xx} \\ k_{12} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t (1 - \cos(\omega_c\tau)) a_{xy} \\ k_{21} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t (1 - \cos(\omega_c\tau)) a_{yx} \\ k_{22} = -\frac{N}{4\pi} a_p K_t (1 - \cos(\omega_c\tau)) a_{yy} \end{cases} \quad (10)$$

式(4)中, 一般有 $\alpha_{xy} > 0, \alpha_{yx} < 0$, 再生型颤振发生时, 相位 $\beta = \omega_c\tau \in [\pi, 2\pi]$ ^[6], 这样有 $\sin(\omega_c\tau) < 0$, 则在附加阻尼中, $c_{12} > 0, c_{21} < 0$, 附加刚度项中, $k_{12} < 0, k_{21} > 0$, 且不变号。文中引入控制理论中的劳思判据, 说明这非对角附加项就是引起系统失稳、颤振发生的关键因素。将式(8)中的 $j\omega_c$ 用 s 替代, 变换到拉氏域下

$$\det \left(\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} c_1 + c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_2 + c_{22} \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} k_1 + k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_2 + k_{22} \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\begin{pmatrix} k_1+k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_2+k_{22} \end{pmatrix} = 0 \quad (11)$$

系统特征方程展开

$$a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (12)$$

其中各项系数为

$$\begin{cases} a_4 = m_1 m_2 \\ a_3 = m_1 (c_2 + c_{22}) + m_2 (c_1 + c_{11}) \\ a_2 = m_1 (k_2 + k_{22}) + (c_1 + c_{11})(c_2 + c_{22}) + m_2 (k_1 + k_{11}) - c_{12} c_{21} \\ a_1 = (c_1 + c_{11})(k_2 + k_{22}) + (c_2 + c_{22})(k_1 + k_{11}) - k_{12} c_{21} - c_{21} k_{12} \\ a_0 = (k_1 + k_{11})(k_2 + k_{22}) - k_{12} k_{21} \end{cases} \quad (13)$$

劳思判据第 1 列

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} a_4 & a_3 & \frac{a_3 a_2 - a_1 a_1}{a_3} & a_1 - \frac{a_3 a_0}{L_s(3,1)} & a_0 \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

按照劳思稳定性判据,第 1 列出现负数,就说明系统不稳定。在式(9)~式(10)中,结合附加阻尼刚度项的正负来分析。因为 $k_{12} < 0, c_{21} < 0$, 则 $k_{12} c_{21} > 0$, 又 $k_{21} > 0, c_{12} > 0$, 则 $k_{21} c_{12} > 0$ 。由此可知,附加的非对角阻尼刚度项,使得 a_1 减小,而 $k_{12} k_{21} < 0$, 则使得 a_0 增大。可以直观看出,这些都可使得 $\mathbf{L}_s(4,1)$ 明显减小,其余 4 项, $\mathbf{L}_s(1,1)$ 与 $\mathbf{L}_s(5,1)$ 恒为正, $\mathbf{L}_s(2,1)$ 与 $\mathbf{L}_s(3,1)$ 也皆不如 $\mathbf{L}_s(4,1)$ 减小趋势明显。所以,可以 $\mathbf{L}_s(4,1)$ 的正负作为系统失稳的判据。

以上分析揭示了颤振发生的根源:频率为 ω_c 的再生振动发生以后,存在时滞 τ ,使得相位 $\beta = \omega_c \tau \in [\pi, 2\pi)$, 出现了非对角阻尼和刚度项,减小了劳思判据系数 $\mathbf{L}_s(4,1)$, 随着切削深度的增加,非对角阻尼、刚度项越来越大,最终使得系数变负,系统失稳,颤振发生。下面将结合实验来验证时滞效应分析的思路。

3 实验分析

为验证时滞效应分析的结论,进行了切削加工实验。实验方案设计为保持径向切深不变,轴向切深连续变化,这样可通过实验直接测出某一转速下系统开始颤振的轴向切深。图 2 为实验原理图,特制工件实现加工过程中轴向切深的变化,将测量振动信号的加速度传感器粘贴到工件上,声音传感器放在距工件合适的位置。

实验设备:机床为 Mikron UCP DURO710 五坐标加工中心;刀具为整体硬质合金立铣刀,全长

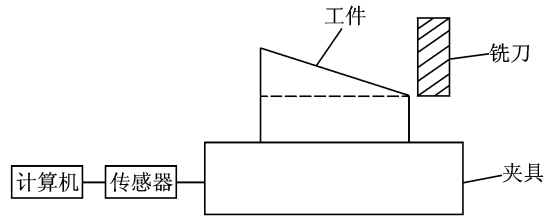


图 2 实验原理图

Fig. 2 Experiment principles

120 mm, 悬长 70 mm, 刃长 30 mm, 直径 12 mm, 螺旋角 35° , 7 齿; 传感器为压电加速度传感器 3035B1G(IEPE 型)测振;测声为 BSWA 传声器 MP201;工件为 LY12 铝合金材料,倾斜面高度变化 0~15 mm,总长为 70 mm;切削参数、动态力切削常数由槽铣快速标定法^[5]确定, $K_r = 842 \text{ MPa}$, $K_f = 0.3$, 主轴-刀具系统模态参数见表 1。

表 1 主轴-刀具系统模态参数

Tab. 1 Structural modal parameters of spindle-tool system

模态 X	ω_{nx} / Hz	ξ_x	$k_x / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$
1	1 084	0.102 7	9 177
2	1 608	0.030 1	7 671
模态 Y	ω_{ny} / Hz	ξ_y	$k_y / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$
1	1 074	0.050 9	13 704
2	1 629	0.030 9	6 885

径向切深 $a_e = 1 \text{ mm}$, 转速 6 000~10 000 r/min。每次增加 1 000 r/min,进给量为 0.1 mm/z,顺铣。

下面作实验结果分析。图 3 为主轴以 10 000 r/min 的转速切削时,加速度和声压强的测量结果。可以看出,随着轴向切削深度的增加,当轴向切深超过 2.5 mm 后,声信号和加速度信号都逐渐开始增大。实验过程中,出现了刺耳的声音。

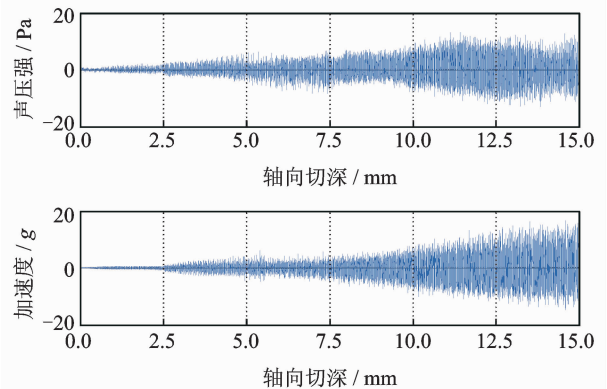


图 3 声压强和加速度时域信号

Fig. 3 Time domain signals of sound and acceleration

在图4中,轴向切深增大到一定程度后,工件的加工表面开始变得恶劣,出现了很多完整的右旋振纹,这是再生型颤振发生的标志。由图3信号开始增大的时间,结合工件图片上的起振高度(实验中工件旁放置了米尺,将工件照片拍下后,导出 photo-shop 中进行估算),可估算出临界轴向切深约为 2.5 mm,与从振动信号估计出的临界切深较为吻合。

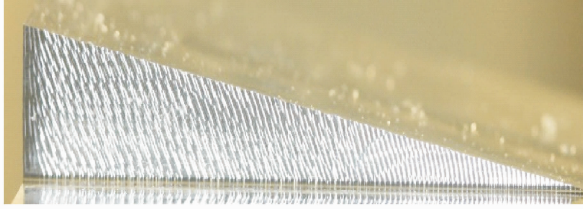


图4 加工表面振纹

Fig. 4 Chatter marks on the machined surface

图5是对发生颤振以后,声信号和加速度信号的 FFT 分析,频率分辨率为 2 Hz。通过分析可得,在该转速下,颤振频率为 2 070 Hz,将其代入劳思判据系数 $L_s(4,1)$,逐步加大轴向切深 a_p ,当系数变负时,即可确定临界切深。

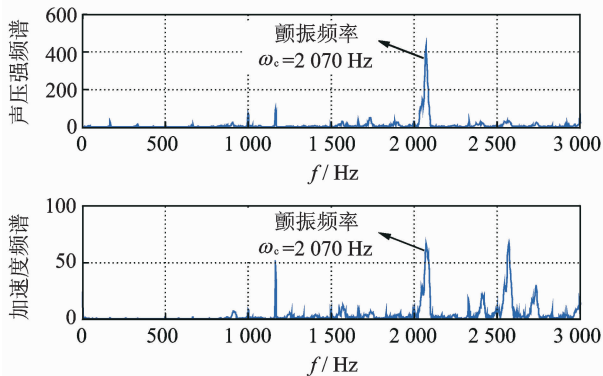


图5 声压强和加速度频谱

Fig. 5 FFt for signals of sound and acceleration

对于其他几个转速,也按同样的分析方法,求出实测临界切深和理论分析出的临界切深(表2)。可以看出,理论分析与实验吻合得较好。颤振频率都比第2阶固有模态(动刚度较低的模态)频率稍大。

表2 实验与理论分析结果对照

Tab. 2 Comparison of theoretical and experimental results

转速/ ($r \cdot \min^{-1}$)	颤振频 率/Hz	相位 β/π	理论切 深/mm	实测切 深/mm
6 000	1 926	1.5	3.6	3.4
7 000	2 180	1.34	5.1	3.6
8 000	1 602	1.43	3.1	2.8
9 000	1 950	1.71	4.3	3.6
10 000	2 070	1.54	3.1	2.5

如表2所示,系统失稳时的相位均有 $\beta \in (\pi, 2\pi)$,按照 floquet 理论,系统特征乘子以共轭形式穿出单位圆,属于 Hopf 分叉,这时 $\sin(\omega_c \tau) < 0$,非对角阻尼项(c_{12}, c_{21})增大使得系数 a_1 减小(图6,7)。

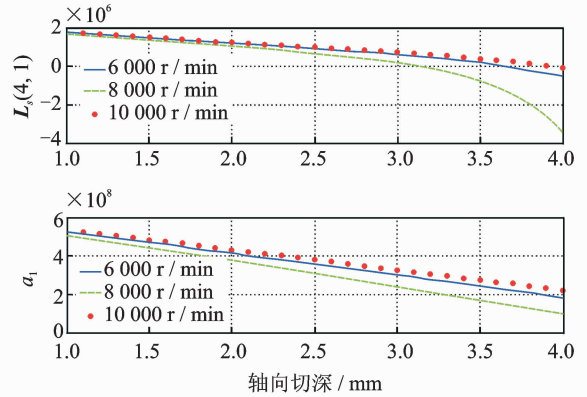


图6 系统发生 Hopf 分叉时 $L_s(4,1)$ 与 a_1 变化图(1)

Fig. 6 Variation trend of coefficient in Eq. (14) (1)

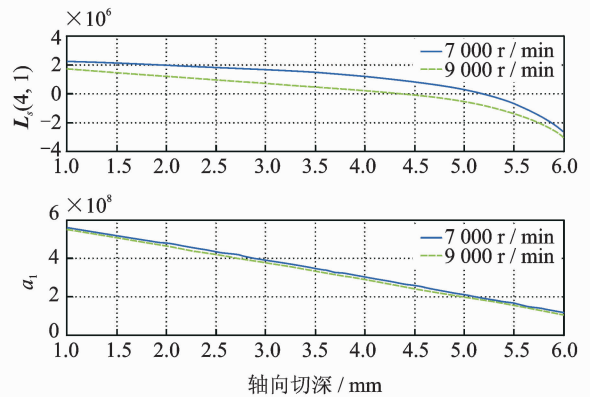


图7 系统发生 Hopf 分叉时 $L_s(4,1)$ 与 a_1 变化图(2)

Fig. 7 Variation trend of coefficient in Eq. (14) (2)

另一种情况在实验中并未出现,即 $\beta = \pi$,这时 $\sin(\omega_c \tau) = 0$,但 $1 - \cos(\omega_c \tau) = 2$ 最大,系数 a_0 增大,非对角刚度项(k_{12}, k_{21})增大,同样使系统失稳,这时特征乘子沿负半轴穿出单位圆,属于倍周期分叉。在实际加工中,Hopf 分叉较为常见,也较倍周期分叉严重^[6]。结合实验分析也可看出,诱发颤振的因素中,附加阻尼(c_{12}, c_{21})的影响还是要大于附加刚度(k_{12}, k_{21})。

4 工程应用

在工程上,经常设计不等齿距铣刀来减小振动。但对于不等齿距刀的减振机理,目前尚缺乏明确的阐述。Budak^[11-12]曾经基于单频域法^[1],提出一简易优化指标,即 $f = \sum_{i=1}^N \sin(\omega_c \tau_i)$,在 Budak 的实验

中,设计不等齿距铣刀齿间距,使得 $f \approx 0$,取得了良好的减振效果。其实,该优化指标从振动本质入手的时滞效应分析,完全可以得到更加合理的解释。每个刀齿在切削上一个刀齿留下的波纹时,所对应的时滞是不同的。式(9)中的 $N \sin(\omega_c \tau)$ 可由 $\sum_{i=1}^N \sin(\omega_c \tau_i)$ 替代^[10]。系统在失稳时,相位 $\beta \in [\pi, 2\pi)$,这时, $\sin(\omega_c \tau) < 0$ 。如果能通过改变时滞,使得 $\sin(\omega_c \tau)$ 增大,脱离第三、四象限,有望消除颤振。所以,对于不等齿距刀,可设计齿间距,使得优化指标 f 增大,相位脱离三、四象限,回到 2π 这个位置,此时非对角阻尼项为 0,引发颤振的因素消除,系统重新恢复平衡。时滞效应分析的结论,也可应用到与不等齿距刀减振机理相近的变速切削,同样可通过变时滞来间接改变系统的阻尼,提高稳定性。

颤振控制的最根本方法是增加系统阻尼。系统阻尼可分为两种,切削系统阻尼可分为机床结构阻尼和由加工刀具后刀面与工件表面相互干涉而产生的阻尼,亦称为过程阻尼^[13]。许多国内外学者^[14-15]认为,过程阻尼主要来源于后刀面与加工表面干涉产生的犁耕效应。但是通过现有实验和文中的分析可以看出,在使用不等齿距刀等方法的过程中,可通过改变时滞来间接改变系统阻尼,这也可被视为另一种形式的过程阻尼。

5 结 论

1) 笔者从振动问题的本质入手,通过傅里叶变换和劳思判据,揭示了时滞效应对系统稳定性的影响,详细分析了时滞效应,如何通过间接改变系统的阻尼、刚度,来改变系统稳定性,最终使得颤振发生。

2) 通过连续变切深的切削实验,测出临界切深,与理论分析出的临界切深比较接近,并且相关系数的变化趋势也和理论分析较为吻合,验证了文中的时滞效应分析思路。

3) 结合相关案例,指出在工程上可通过改变时滞来间接改变铣削系统的过程阻尼,从而改善稳定性。验证了笔者理论的工程应用价值。

参 考 文 献

[1] Altintas Y. 数控技术与制造自动化[M]. 罗学科,译. 北京:化学工业出版社,2002:76-85.
 [2] Merdol S D, Altintas Y. Multi frequency solution of chatter stability for low immersion milling[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004,126(3):459-466.

[3] Insperger T, Stepan G. Stability of the milling process [J]. Periodica Polytechnica, 2000,44(1):47-57.
 [4] Bayly P V, Halley J E, Mann B P, et al. Stability of interrupted cutting by temporal finite element analysis [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003,125(2):220-225.
 [5] 刘强,李忠群. 数控铣削加工过程仿真与优化[M]. 北京:航空工业出版社,2011:49-55.
 [6] 宋清华. 高速铣削稳定性及加工精度研究[D]. 济南:山东大学,2009.
 [7] 丁焯. 铣削动力学——稳定性分析方法与应用[D]. 上海:上海交通大学,2011.
 [8] 吴石,刘献礼,肖飞. 铣削颤振过程中的振动非线性特征实验[J]. 振动、测试与诊断,2012,32(6):935-940. Wu Shi, Liu Xianli, Xiao Fei. Experimental study of the nonlinear characteristics of vibration in milling chatter[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012,32(6):935-940. (in Chinese)
 [9] Yusoff A R, Sim N D. Optimisation of variable helix tool geometry for regenerative chatter mitigation[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacturing, 2011,51(2):133-141.
 [10] Sims N D, Mann B, Huyanan S. Analytical prediction of chatter stability for variable pitch and variable helix milling tools [J]. Journal of Sound & Vibration, 2008,317(3-6):664-686.
 [11] Budak E. An analytical design method for milling cutters with nonconstant pitch to increase stability, part1: theory[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003,125(1):29-31.
 [12] Budak E. An analytical design method for milling cutters with Nonconstant pitch to increase stability, Part2: application[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003,125(1):35-38.
 [13] Huang Chaoyu. Analysis of process damping and system dynamics in milling[D]. Tainan: National Cheng Kung University, 2006.
 [14] Yusoff A R, Taloy M S, Sim N D. The role of tool geometry in process damped milling[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010,50(9):883-895.
 [15] Tunc L T, Budak E. Effect of cutting conditions and tool geometry on process damping in machining[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacturing, 2012,57(1):10-19.



第一作者简介:李欣,男,1984年12月生,博士研究生。主要研究方向为切削颤振。曾发表《多体系统的集中动载荷识别技术研究》《机械科学与技术》2012年第2期)等论文。

E-mail: tieqxin@163.com

