

# LAMOST 平衡系统的传感器优化布置\*

胡 娜<sup>1,2,3</sup>, 崔向群<sup>1,2</sup>, 杨德华<sup>1,2</sup>, 陆启帅<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所 南京, 210042)

(2. 中国科学院天文光学技术重点实验室 南京, 210042) (3. 中国科学院研究生院 北京, 100049)

**摘要** 针对模态测试中的传感器优化布置问题, 提出一种新的主元分析和组合 MAC 联合算法。首先, 将多种传感器布置方法的结果形成原始特征数据矩阵, 利用主元分析获得空间测点的主元和综合评价值, 据此可以合理地大幅减少候选测点数目; 其次, 使用组合 MAC 法计算所有组合的 MAC 矩阵, 取最大非对角元最小的一组作为最终选择; 然后, 以悬臂梁为例, 分别用联合算法和 4 种传统算法对其进行传感器优化布置, 通过 3 个评价准则的数值比较, 证明联合算法的优越性; 最后, 将联合算法应用在望远镜 LAMOST 的平衡系统上, 得到了两个方向上的传感器布置方案, 进一步验证了联合算法的可行性。

**关键词** 传感器优化布置; 主元分析; 有效独立法; 模态动能; QR 分解; 模态保证准则; 大无区面积多目标光纤光谱望远镜

**中图分类号** O329.1; P111.21

## 引 言

现代大望远镜的特点是巨型、精密, 有限元模拟结果与实际情况的误差必须尽可能小, 基于模拟结果的结构优化、可靠性分析和故障预测才有意义, 所以有限元模型的修正是必需的。用于模型修正的试验数据是通过布置在结构上的传感器得到的, 由于成本和结构的限制, 不可能在望远镜的所有自由度上都安装传感器, 这就出现了一个传感器的优化布置问题。

传感器布置的基本原则是在有限个测点得到尽可能多反映结构当前特性的有效数据。应用比较广泛的传感器优化布置方法有模态动能法<sup>[1]</sup> (modal kinetic energy, 简称 MKE)、有效独立法<sup>[2]</sup> (effective independence, 简称 EI)、QR 分解法<sup>[3]</sup>、MAC (modal assurance criteria) 法<sup>[4]</sup> 等。后来又发展出一些集成以上方法优点的算法, 如基于 QR 分解的逐步累积法<sup>[5]</sup>、主列筛选法<sup>[6]</sup>、EI 及 MAC 混合算法<sup>[7]</sup> 等。望远镜方面, 哈尔滨工业大学采用有效独立法与能量法相结合的布点优化方法, 对监测 FAST (five-hundred-meter aperture spherical telescope) 风振的传感器进行了优化布置<sup>[8]</sup>。

笔者提出一种主元分析 (principal component a-

nalys, 简称 PCA) 和组合 MAC 联合算法。主元分析从多种传感器布置方法的结果中提取主元和综合评价值, 据此合理地确定较少的候选测点数, 然后采用组合 MAC 法枚举所有组合的 MAC 矩阵来确定最终布置方案。从候选测点的角度来看, 组合 MAC 法的结果是最优而非次优, 解决了传统迭代 MAC 法的某些问题。最后, 将联合算法应用在悬臂梁和大天区面积多目标光纤光谱望远镜 (large area multi-object spectroscopic telescope, 简称 LAMOST) 的平衡系统<sup>[9]</sup> 上, 验证了其可行性和优越性。

## 1 联合算法

### 1.1 主元分析法确定候选测点集合

主元分析能够把数据矩阵降维的特点对传感器优化布置来说是非常适用的。假设矩阵  $\mathbf{X} \in R^{m \times n}$  的每一行对应一个样本, 即有限元模型的测点位置; 每一列对应一个变量, 即各种优化算法中测点的得分, 优先选择的测点具有较高的得分。矩阵  $\mathbf{X}$  称为原始特征数据矩阵, 如表 1 所示。

计算主元之前, 为了使数据具有可比性, 首先将原始特征数据归一化<sup>[10]</sup>, 然后求归一化矩阵的协方差矩阵及其特征根  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$  和特征向量  $\mathbf{v}_i =$

\* 国家“九五”重大科学工程 LAMOST 资助项目  
收稿日期: 2012-04-05; 修回日期: 2012-09-10

$(v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}), i=1, 2, \dots, n$ , 该特征向量也称为负荷向量, 由此可计算第  $i$  个主元

$$c_i = v_{i1}z_1 + v_{i2}z_2 + \dots + v_{in}z_n \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

其中:  $z_i$  为标准化矩阵的列向量。

可见, 每一个主元实际上是数据矩阵  $\mathbf{X}$  在和这个主元相对应的负荷向量方向上的投影。当矩阵  $\mathbf{X}$  中的变量间存在一定程度的线性相关时,  $\mathbf{X}$  的变化将主要体现在使主元长度较大的前几个负荷向量的方向上, 而后几个负荷向量上的投影很小, 忽略不会引起明显的信息损失。一般选择累积贡献率超过 85% 的前  $k$  个主元即可, 前  $k$  个主元的累积贡献率为

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_k = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k)}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \quad (2)$$

对前  $k$  个主元进行加权综合, 有

$$d_i = \frac{1}{\rho} (\rho_1 c_{i1} + \rho_2 c_{i2} + \dots + \rho_k c_{ik}) \quad (3)$$

综合评价提取了几种传感器优化布置算法的优点, 并删除了重叠信息, 可以据此合理地大幅缩小候选测点的范围。

## 1.2 组合 MAC 法确定最终测点

在模态测试中, 识别出的结构各阶振型首先必须彼此能够区别开来, 为此可计算 MAC 矩阵

$$MAC_{ij} = \frac{|\varphi_i^T \varphi_j|^2}{|\varphi_i^T \varphi_i| |\varphi_j^T \varphi_j|} \quad (4)$$

其中:  $\varphi_i$  和  $\varphi_j$  分别为第  $i$  阶和第  $j$  阶振型向量。

测点的布置应力求使 MAC 矩阵的非对角元朝着最小化的方向发展。达到这一目标有迭代法<sup>[11]</sup>和枚举法。迭代法有两个较明显的不足: a. 经常会选到模态动能较小的点, 甚至是振型节点, 就无法激励出该阶模态; b. 最大非对角元有时并不是随着传感器数量的增加而单调减小。

枚举法即笔者提出的组合(combination)MAC法, 即 CMAC 法。假设结构的总自由度数为  $n$ , 则 CMAC 法的步骤为: a. 首先确定所需传感器位置数目  $s$ ; b. 根据主元分析法选择候选测点集  $m, s < m < n$ ; c. 计算从  $m$  中选  $s$  的所有组合, 即  $C_m^s$ ; d. 计算各组合的 MAC 矩阵及其最大非对角元, 选择最大非对角元最小的一组为最优组合。CMAC 法的优点是不需要迭代, 且在  $s$  相同时得到的最优组合的最大非对角元比迭代 MAC 法要小, 即从候选测点角度来说最优; 缺点是当  $m$  较大时会由于计算量太大而不可行。而主元分析可以有效保证候选测点数较少(一般取  $m \approx 2s$ ), 所以两者需要联合使用。

## 2 悬臂梁的模态试验

### 2.1 传感器优化布置方法评价准则的选取

为了验证联合算法的优越性, 不同的传感器位置组合要由评价准则来判断优劣。笔者选择了 3 个评价准则: 模态保证准则 MAC、最大奇异值比(maximum singular value decomposition ratio, 简称 MSVDR)和模态动能比(modal kinetic energy ratio, 简称 MKER)。

MAC 值指 MAC 矩阵非对角元素的最大值, 计算公式为式(4), 越小的 MAC 值越能保证待识别的模态区别开来。MSVDR 为模态矩阵奇异值的最大值与最小值之比。MSVDR 越接近 1, 模态扩阶的误差就越小<sup>[11]</sup>。因此, 选择 MAC 和 MSVDR 做为评价准则的目的是保证试验模态识别的精确性, 这对于有限元模型修正来说是有利的。MKER 指所选测点的模态动能之和与所有测点的模态动能之和的比值。比值越大, 测试信号就有更好的信噪比, 模态识别结果的精度也就越高。这一点对于望远镜的模态测试非常重要: 一是因为望远镜结构大, 需要充分利用力锤的激励; 二是因为测试现场有些无法消除的噪音。

### 2.2 模型测点的确定及结果对比

以悬臂梁为例进行有限元分析, 因其与望远镜的平衡系统结构相似, 能够反映大型柔性结构的特点。采用 beam 单元建模, 几何尺寸为  $8 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 660 \text{ mm}$ , 材料密度  $\rho = 7.73 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 弹性模量  $E = 169.78 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\mu = 0.3$ , 材料密度和弹性模量采用的是实际测量后的计算值, 否则试验结果的误差将会较大。模型划分为 20 个单元, 端部测点固定约束。采用 Block Lanczos 模态分析方法, 取同一平面内的 1, 3, 4, 6 阶模态作为目标模态。模态分析结果如表 1 所示。

用主元分析法为 CMAC 法提供候选测点, 首先要构造原始特征数据矩阵, 选择了 3 种传感器优化布置算法对测点位置评分: 模态动能法、有效独立法和 QR 分解法。具体算法见文献[11]。选择这 3 种算法一是因为物理意义清楚且简便易操作, 适合初选传感器位置; 二是因为它们有内在联系<sup>[11]</sup>, 这 3 种算法在本质上有相同的物理意义, 有时会选择相似的位置, 差别在于具体算法不同, 导致个别点的结果不尽相同。模态动能法和 QR 分解法均是一次计

表 1 主元分析的原始特征数据及结果

Tab. 1 The raw data matrix and the sequey by PCA

节点编号	MKE	EI	QR	综合评价	排序
1	20	20	20	3.071 6	1
2	10.012 8	13	5	0.568	4
3	0.01	6	10	-0.875 7	
4	4.695	9	15	0.171 2	8
5	0.01	16	16	0.126 7	
6	5.946 5	20	17	1.183 6	3
7	5.229 3	11	14	0.320 6	6
8	0.01	4	13	-0.853 3	
9	4.500 3	7	12	-0.148 8	
10	5.253 6	14	11	0.369 5	5
11	0.01	20	18	0.506 4	
12	5.227 3	12	9	0.123 3	9
13	4.493	5	8	-0.498 8	
14	0.01	8	7	-0.898 2	
15	5.311 3	15	6	0.179 5	7
16	5.922 9	20	19	1.286 9	2
17	5.152 8	10	4	-0.288 1	
18	3.079 8	3	3	-1.074 9	
19	0.01	2	2	-1.574	
20	0.01	1	1	-1.695 5	

表 2 主元分析待选测点中 MAC 和 CMAC 的结果对比

Tab. 2 The results contrast of candidate locations between MAC and CMAC

选择点数	迭代 MAC 选择点	迭代 MAC 值	CMAC 选择点	CMAC 值
2	7,12	0.707 0	7,12	0.707 0
3	7,12,15	0.536 9	6,12,16	0.301 8
4	2,7,12,15	0.104 3	2,6,10,15	0.053 2
5	2,4,7,12,15	0.111 5	2,6,10,12,16	0.043 1
6	2,4,7,10,12,15	0.033 3	2,4,6,10,12,16	0.028 4
7	2,4,7,10,12,15,16	0.012 3	2,6,7,10,12,15,16	0.010 6

一般最少需要布置的测点数要不小于目标模态数,这是由系统的可观性决定的。本例中目标模态有 4 阶,根据表 2 的 MAC 值以及模态可视化的要求,选择 5 个测点。若同样是选择 5 个测点,根据评价准则对比了不同算法的结果,见表 3。联合算法的 MAC 值是最小的,MSVDR 值最接近 1,能够更好地保证模态的独立性,减小识别误差。前 3 种方法的模态动能比较高主要是因为选择了测点 1,但同时也导致了 MAC 值和 MSVDR 值较大,而且还

表 3 不同传感器布置方法评价

Tab. 3 The evaluation index value of different sensor location methods

算法	所选测点	MAC	MSVDR	MKER
MKE	1,2,6,11,16	0.322 1	2.453 1	0.426 6
EI	1,5,6,11,16	0.230 7	2.079 3	0.387 1
QR	1,5,6,11,16	0.230 7	2.079 3	0.387 1
MAC	2,4,8,13,18	0.109 0	1.746 6	0.239 6
联合算法	2,6,10,12,16	0.043 1	1.334 6	0.290 3

算就确定了所有位置的选择顺序,而有效独立法可看成是它们的迭代形式<sup>[12]</sup>。变量间的相关性越大,数据信息重叠越多,主元分析就能发挥更好的效果。

表 1 的第 2,3,4 列即主元分析的原始特征数据。因为有 20 个测点,所以将各测点的最大原始特征数据归算为 20,便于计算对比。其中模态节点的模态动能值一律赋值 0.01,以避免最终选入结果中。如果排序时还是选中了模态节点,就跳过该点继续排序。经过主元分析可以得到 3 个主元,根据式(2)计算前两个主元的累积贡献率为 91.91%,所以只取前两个主元。根据式(3)计算综合评价并排序,得到了 9 个候选测点,见表 1。如果单独按照其中一种算法选择候选测点,就会选中振型节点或者独立性差的点,为后面的 CMAC 法留下隐患。

在 9 个候选测点中,分别用迭代 MAC 法和 CMAC 法选择不同个数的测点组合,并比较它们的 MAC 值,见表 2。选择两个点时,两种方法的结果必然是一样的。当测点个数增加时,CMAC 法的 MAC 值下降更快,而且呈单调下降趋势,优势很明显。

选择了振型节点(5,8,11),是得不偿失的。总体看来,仍然是联合算法更优。因此最终确定的测点位置为 2,6,10,12,16。

### 2.3 试验方法及模态识别结果

用于模态测试的悬臂梁与模型参数相同,如图 1 所示。采用的仪器设备包括南京安正公司的采集箱 AZ108、信号调理仪 AZ804 和信号与系统分析软件包(SsCras),江苏联能的力锤 LC-02A、一个加速度传感器 CA-YD-108 和磁力座,如图 2 所示。



图 1 悬臂梁测试现场

Fig. 1 The cantilever test setup

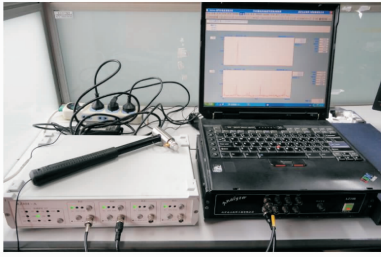


图2 悬臂梁测试仪器

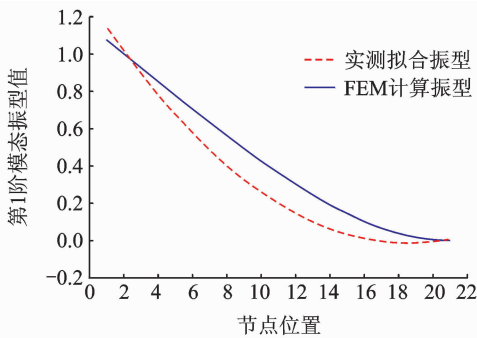
Fig. 2 The cantilever test instruments

测试采用固定响应点移动敲击点的方法,即加速度传感器安装在测点2上,力锤在测点2,6,10,12,16上依次激励,激励信号和加速度传感器拾取的响应信号经过信号调理仪和采集箱进入笔记本电

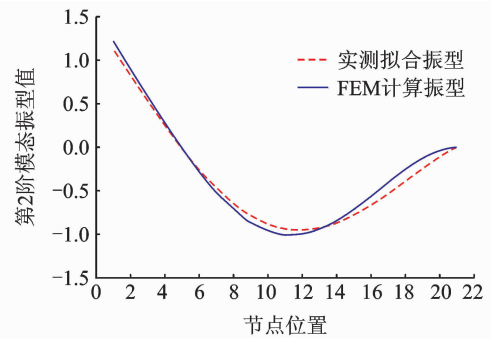
脑,经过软件处理得到5个点的频响函数。将频响函数值列表输出到MATLAB,采用导纳圆识别法<sup>[13]</sup>编程,识别出模态频率和模态振型,如表4和图3所示。1阶和6阶模态的实测振型与理论振型有些误差,可能是由于所用悬臂梁的密度和刚度不均匀或者固定端不够理想所致。

表4 悬臂梁的理论模态频率 $f_T$ 与实测模态频率 $f_M$ 对比  
Tab. 4 The natural frequency contrast between the theory and measurement of the cantilever

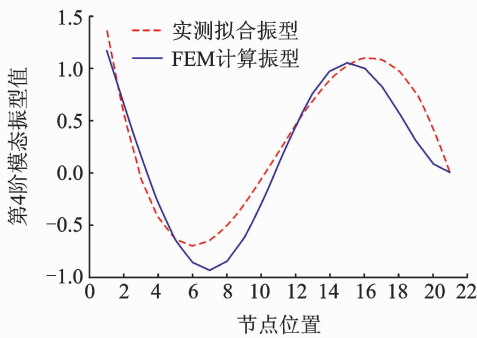
模态阶数	$f_T$ /Hz	$f_M$ /Hz	相对误差/%
第1阶	13.01	12.96	0.38
第3阶	84.10	84.99	-1.06
第4阶	241.69	242.58	-0.37
第6阶	486.48	478.04	1.74



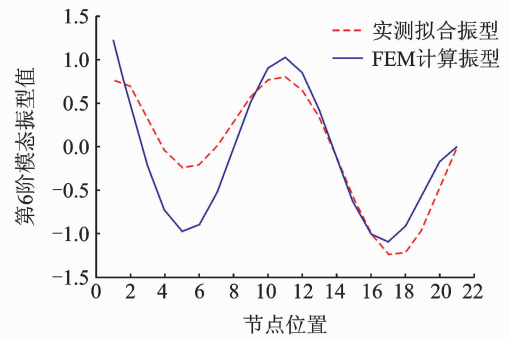
(a) 第1阶振型对比  
(a) The 1st mode contrast



(b) 第3阶振型对比  
(b) The 3rd mode contrast



(c) 第4阶振型对比  
(c) The 4th mode contrast



(d) 第6阶振型对比  
(d) The 6th mode contrast

图3 悬臂梁4阶实测振型和理论振型的比较

Fig. 3 The mode contrast between the theory and measurement of the cantilever

### 3 望远镜平衡系统的模态试验

我国天文学家研制的“大天区面积多目标光纤光谱望远镜(LAMOST)”<sup>[14-15]</sup>是目前世界上口径最大的大视场光学望远镜。图4为LAMOST平衡系统的有限元模型,也是采用联合算法确定的传感器布置图。机构总高为2760 mm,上部铅块直径为

400 mm,下部钢棒直径为160 mm,底部肋板和钢棒固定于机架上,采用beam单元和shell单元建模。测点 $yz_1$ 至 $yz_5$ 的敲击方向为 $-z$ 向,识别第1,3,5阶模态,MAC值为0.1481;测点 $xy_1$ 至 $xy_5$ 的敲击方向为 $-x$ 向,识别第2,4,6阶模态,MAC值为0.1457。

测试采用的仪器与2.3节中相似,只把传感器换为CA-YD-109。由于平衡系统具有一定的非线性

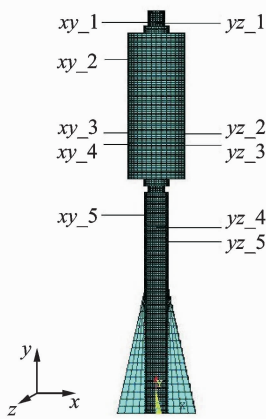


图 4 平衡系统的传感器布置

Fig. 4 The sensor locations of the balance system

性,单点激振时激振力的大小会改变频响函数的值,因此同一个点的敲击力度应相差不大。这一要求不易操作,总有测试不理想的点,可从导纳圆法识别的结果来看,同一阶模态的不同测点的阻尼比应该相差不大,若有异常者,这个点应舍弃不用。模态频率

不需要全部测点的值,所以前 6 阶的模态频率都得到了,见表 5。第 1~3 阶的实测模态频率与有限元模型的理论模态频率相差较大,这是由于平衡重的铅块经过多次调整,建模时已经无法知道确切的质量,这正是有限元模型需要修正的地方。识别振型的过程中,第 5,6 阶模态的信号太弱且又有舍弃不用的测点值,所以无法识别。第 1 阶附近有环境噪音的影响,相干系数均不高,所以只识别出第 2,3,4 阶振型,如图 5 所示。

表 5 平衡系统理论计算频率与实测频率对比

Tab. 5 The natural frequency contrast between the theory and measurement of the balance system

模态阶数	$f_T$ /Hz	$f_M$ /Hz	相对误差/%
第 1 阶	5.083 6	4.355 8	14.32
第 2 阶	6.020 7	6.376	-5.9
第 3 阶	32.547	28.937 3	11.09
第 4 阶	34.743 6	34.618 8	0.36
第 5 阶	119.507 6	115.944 8	2.98
第 6 阶	126.037 5	124.459 3	1.25

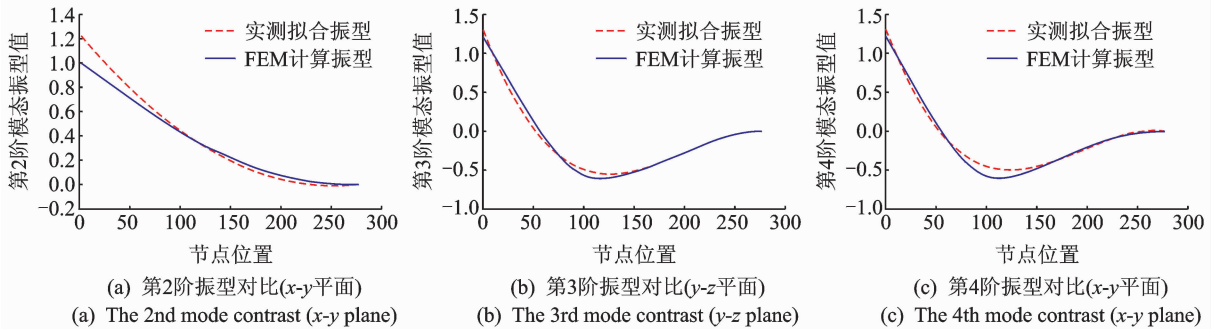


图 5 平衡系统实测振型和理论振型的比较

Fig. 5 The mode contrast between the theory and measurement of the balance system

## 4 结 论

1) 改进了候选测点的选择方法。单独采用一种方法时,候选测点会出现独立性差或者某阶模态动能小的缺点,给 MAC 法的最终选择留下隐患。主元分析运用按方差贡献提取主元的原理,能够集合三种方法的优点,使候选测点数合理地达到较小值。经试验,主元分析可以将候选测点数缩小到传感器数目的两倍,且每个测点的独立性和模态动能都较好。

2) 针对传统迭代 MAC 法的不足,提出一种 CMAC 法。CMAC 法不需要迭代,且从候选测点角度来说最优。但是 CMAC 法需要计算所有组合的

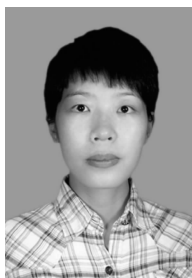
MAC 矩阵,所以候选测点数不能太大,同时为了保证 MAC 值小于 0.25,且最终的选择位置不是振型节点,候选测点还必须合理。主元分析能够满足这两个条件,所以两者需要联合使用,称为 PCA 和 CMAC 的联合算法。

3) LAMOST 的平衡系统属于大型结构,且测试现场情况复杂,采用力锤激励进行模态测试时,需要进行多次预实验,调试好仪器参数和敲击力度,控制环境噪音(如暂时关闭通风和禁止走动),再配合联合算法,才能得到比较理想的结果。

## 参 考 文 献

[1] Udawadia F E. Methodology for optimum sensor loca-

- tions for parameter identification in dynamic systems [J]. Journal of Engineering Mechanics-ASCE, 1994, 120(2):368-390.
- [2] Kammer D C. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structure [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1991, 14(2):251-259.
- [3] Schedlinski C, Link M. An approach to optimal pickup and exiter placement [C] // Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference. Orlando, FL, USA; [s. n.], 1996:376-382.
- [4] Carne T G, Dohrmann C R. A modal test design strategy for model correlation [C] // Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference. Nashville, TN, USA; [s. n.], 1995: 927-933.
- [5] 秦仙蓉, 张令弥. 一种基于 QR 分解的逐步累积法传感器配置 [J]. 振动、测试与诊断, 2001, 21(3):168-173.  
Qin Xianrong, Zhang Lingmi. Successive sensor placement for modal pairing based on QR-factorization [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2001, 21(3):168-173. (in Chinese)
- [6] 费庆国, 李爱群, 缪长青, 等. 基于主列筛选的动态测试传感器配置方法研究 [J]. 力学学报, 2008, 40(4):543-549.  
Fei Qingguo, Li Aiqun, Miao Changqing, et al. Vibration sensor placement method based on principal subset selection [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2008, 40(4):543-549. (in Chinese)
- [7] 袁爱民, 戴航, 孙大松. 基于 EI 及 MAC 混合算法的斜拉桥传感器优化布置 [J]. 振动、测试与诊断, 2009, 29(1):55-59.  
Yuan Aimin, Dai Hang, Sun Dasong. Optimal sensor placement of cable-stayed bridge using mixed algorithm based on effective independence and modal assurance criterion methods [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(1):55-59. (in Chinese)
- [8] 金晓飞, 范峰, 钱宏亮, 等. 巨型望远镜 FAST30m 模型结构传感器优化布置 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(10):31-35.  
Jin Xiaofei, Fan Feng, Qian Hongliang, et al. Optimal sensor placement of 30-meter scaled structure of large telescope FAST [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(10):31-35. (in Chinese)
- [9] Li Guoping, Gu Bozhong, Yang Dehua. Structure design and analysis of the special mounting and tracking system of the LAMOST [C] // Large Ground-Based Telescopes SPIE. Hawaii USA: [s. n.], 2003:284-294.
- [10] 朱建平. 应用多元统计分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2006:8.
- [11] 李东升, 张莹, 任亮. 结构健康监测中的传感器布置方法及评价准则 [J]. 力学进展, 2011, 41(1):39-50.  
Li Dongsheng, Zhang Ying, Ren Liang. Sensor deployment for structural health monitoring and their evaluation [J]. Advance in Mechanics, 2011, 41(1):39-50. (in Chinese)
- [12] Li D S, Li H N, Frizen C P. The connection between effective independence and modal kinetic energy methods for sensor placement [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 305(4-5):945-955.
- [13] 王济, 胡晓. MATLAB 在振动信号处理中的应用 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006: 162-168.
- [14] Wang Souguan, Su Dingqiang, Chu Yaoquan, et al. Special configuration of a very large schmidt telescope for extensive astronomical spectroscopic observation [J]. Applied Optics, 1996, 35(25):5155-5161.
- [15] Cui Xiangqun, Yang Dehua. Support structure of LAMOST schmidt plate M<sub>A</sub> [C] // Advanced Technology Optical/IR Telescopes VI SPIE. Kona, Hawaii; [s. n.], 1998, 3352: 378-385.



**第一作者简介:**胡娜,女,1983年7月生,博士研究生。主要研究方向为大型天文仪器结构设计与优化。曾发表《农田信息采集机器人机构设计与奇异性分析》(《机器人》2012年第32卷第3期)等论文。

E-mail:joehn@163.com