

# 具有局部表面损伤的滚动球轴承动力学建模\*

牛蔺楷, 曹宏瑞, 何正嘉

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安, 710049)

**摘要** 提出了一种滚动球轴承局部表面损伤故障的动力学分析方法。模型中每个轴承元件具有 6 个运动自由度, 并完整地考虑了陀螺效应、离心力及润滑牵引等动力学因素。通过几何特征的变化对局部表面损伤进行了建模。采用四阶变步长 Runge-Kutta-Fehlberg 积分法对动力学方程进行了数值求解, 并在时域和频域中对动力学响应进行了分析。研究表明, 由于考虑了润滑剂的牵引效果, 计算得到的故障特征频率较纯滚动假设下的计算结果有一定的差异。文中综合考虑了轴承元件的三维运动、相对滑动、润滑效应以及局部表面损伤等因素, 因此所提出的模型更为全面、有效和实用。

**关键词** 滚动轴承; 故障诊断; 动力学; 仿真

**中图分类号** TH133.33

## 引言

滚动轴承广泛地应用在现代化的国防、能源、运输等关键机械设备中, 轴承故障的及早识别对防止整个系统的失效具有重要的意义。为了更好地分析故障轴承的动力学行为, 相应的动力学建模仿真研究是十分必要的。

最简单的轴承动力学模型仅有 2 个自由度(均是内圈的径向平动自由度)。基于这个模型, 许多学者对故障轴承进行了动力学分析<sup>[1-4]</sup>。由于这 2 个自由度全部集中在内圈上, 无法对其他元件的运动进行研究, 许多学者构建了更为复杂的模型<sup>[5-8]</sup>。然而, 在这些模型中滚动体仅具有平面运动, 因此也无法完整地分析元件的瞬态动力学特性。另外, 这些模型也没有考虑滚动体和滚道之间的相对滑动和润滑效应。

1979 年, Gupta 首次构建了滚动轴承的完整动力学模型<sup>[9]</sup>。在这个模型中, 每个轴承元件均具有 6 个自由度, 并同时考虑了相对滑动和润滑等动力学因素。在过去的几十年中, Gupta 对该模型进行了完善, 并开发了相应的滚动轴承动力学仿真分析商业软件 ADORE<sup>[10]</sup>。目前, 许多轴承公司均将该软件应用到了滚动轴承的设计和制造中。

笔者以 Gupta 模型为基础对具有局部表面损

伤的滚动球轴承的动力学特性进行了分析。本模型全面考虑了轴承元件的 6 个自由度, 以及相对滑动、润滑牵引等因素, 完整地描述了局部损伤出现后各轴承元件(内圈、外圈、滚球)的瞬时动力学特性。

## 1 系统建模

### 1.1 轴承模型

滚动球轴承动力学建模过程主要包括计算滚球和滚道之间的几何相互作用以及相对滑动速度等, 并在此基础上计算法向力以及牵引力等。为了描述元件的运动, 首先在轴承上构建了一系列的坐标系, 分别是惯性坐标系  $i(X, Y, Z)$ 、滚球方位坐标系  $a(x^a, y^a, z^a)$ 、套圈定体坐标系  $r(x^r, y^r, z^r)$  以及接触坐标系  $c(x^c, y^c, z^c)$  等, 如图 1 所示。另外, 滚球在套圈定体坐标系中的方位在滚球/滚道方位坐标系  $ar(x^{ar}, y^{ar}, z^{ar})$  中进行描述(该坐标系未在图 1 中示出)。

如图 1 所示, 套圈和滚球的质心相对于惯性坐标系的位置向量分别为  $r_r$  和  $r_b$  则套圈质心相对于滚球质心的位置向量可表示为

$$r_{br} = r_b - r_r \quad (1)$$

图 1 中, 向量  $r_{cr}$  描述了滚道沟曲率中心与套圈

\* 国家自然科学基金资助项目(51035007, 51105294); 高校博士点基金优先发展资助项目(20110201130001)  
收稿日期: 2013-09-20; 修回日期: 2013-12-10

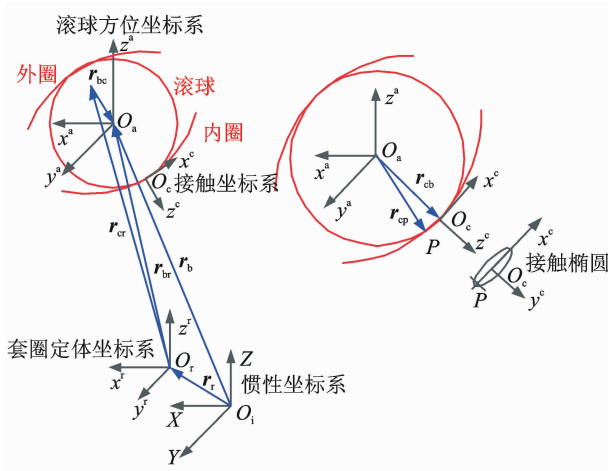


图 1 滚动球轴承坐标系

Fig. 1 Coordinates of rolling ball bearings

质心的位置关系,则套圈沟道曲率中心相对于滚球质心的位置向量为

$$\mathbf{r}_{bc} = \mathbf{r}_{br} - \mathbf{r}_{cr} \quad (2)$$

接触角  $\alpha$  为

$$\alpha = \arctan\left(\frac{r_{bc1}}{r_{bc3}}\right) \quad (3)$$

其中:下标 1 和 3 分别表示向量  $\mathbf{r}_{bc}$  的第 1 和第 3 个分量。

通过接触角  $\alpha$  可将向量  $\mathbf{r}_{bc}$  从坐标系  $ar$  中变换到坐标系  $c$  中进行描述,并得到滚球和滚道之间的弹性接触变形量

$$\delta = r_{bc3} - (f - 0.5)D \quad (4)$$

其中: $f$  为滚道沟曲率系数, $D$  为滚球直径。

通过赫兹点接触理论可计算出接触载荷<sup>[11]</sup>

$$Q = K\delta^{1.5} \quad (5)$$

其中: $K$  为赫兹接触系数。

滚球和滚道之间的润滑牵引力取决于二者之间的相对滑动速度和润滑剂的牵引特性。当相对滑动速度确定后,润滑牵引系数可通过润滑剂的牵引模型获得。典型的润滑牵引模型如图 2 所示。

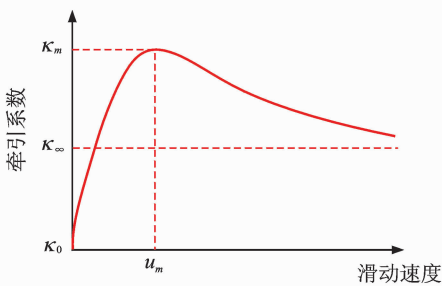


图 2 典型滑动-牵引模型

Fig. 2 Typical traction-slip behavior

牵引系数模型可以表示为

$$\kappa = (A + Bu)e^{-Cu} + D \quad (6)$$

其中: $u$  为相对滑动速度; $A, B, C, D$  为特定的润滑剂系数,是工作条件和润滑剂特性的函数。

当相对滑动速度  $u$  已知时,参数  $A, B, C, D$  可由润滑剂参数  $\kappa_0, \kappa_m, \kappa_\infty$  及  $u_m$  (如图 2 所示)所组成的非线性方程组求解得到。

当牵引系数确定后,增量牵引力  $d\mathbf{f}$  即为牵引系数和增量法向力  $d\mathbf{q}$  的乘积。总的增量力为

$$d\mathbf{F} = d\mathbf{q} + d\mathbf{f} \quad (7)$$

作用在滚球和套圈上的增量力矩可利用接触点相对于滚球和套圈质心的位置向量以及增量力得到。将增量力和增量力矩在整个接触椭圆上积分,即可得到作用在滚球和套圈上的力向量和力矩向量。

### 1.2 局部表面损伤建模

如图 3 所示,利用损伤出现后轴承几何特性的改变可将损伤引入到轴承模型中。当滚球进入损伤区域后,滚球和滚道之间的总趋近量  $\delta'$  为弹性变形量  $\delta$  和损伤深度尺寸  $\delta_d$  的差

$$\delta' = \begin{cases} \delta - \delta_d & (|\theta_{bd}| < \theta_e) \\ \delta & (\text{其他}) \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\theta_{bd}$  为滚球和损伤之间的位置差; $\theta_e$  为损伤在套圈上所具有的圆周角的一半,该圆周角由损伤的宽度决定,如图 3 所示。

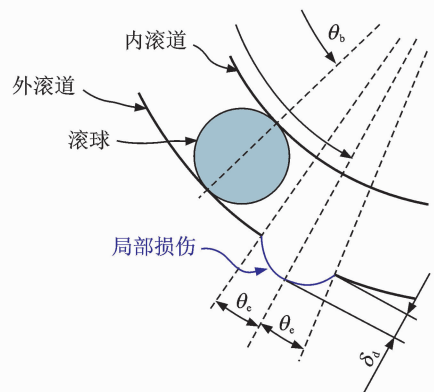


图 3 局部损伤模型

Fig. 3 Model of localized defect

滚球和损伤的位置差  $\theta_{bd}$  可以表示为

$$\theta_{bd} = \begin{cases} \text{mod}(\theta_b, 2\pi) - \theta_{\text{dinitial}} & (\text{外圈}) \\ \text{mod}(\theta_b, 2\pi) - \text{mod}(\theta_{\text{dinitial}} + \Omega_i t, 2\pi) & (\text{内圈}) \end{cases} \quad (9)$$

其中: $\theta_{\text{dinitial}}$  为损伤在滚道上的初始圆周位置; $\theta_b$  为

滚球的方位角;  $\text{mod}(\ )$  为求余函数。

### 1.3 动力学方程

轴承元件的平移运动可通过牛顿定律进行描述

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F} \quad (10)$$

其中:  $m$  为轴承元件的质量;  $\ddot{\mathbf{r}}$  为加速度向量。

在轴承元件完全对称的假设下, 旋转运动可通过欧拉方程进行描述

$$\begin{cases} I_1 \dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 = M_1 \\ I_2 \dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 = M_2 \\ I_3 \dot{\omega}_3 - (I_1 - I_2) \omega_1 \omega_2 = M_3 \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $I$  为惯性主矩;  $\omega$  为角速度; 下标 1, 2 和 3 表示角速度和惯性主矩的三个分量。

## 2 仿真结果分析

动力学方程(式(10)、式(11))通过四阶变步长 Runge-Kutta-Fehlberg 方法进行数值求解。积分初值通过拟静力学分析得到。详细的轴承参数为参见表 1<sup>[12]</sup>。润滑剂的特性参数为:  $\kappa_0 = 0$ ;  $\kappa_m = 0.1$ ;  $\kappa_\infty = 0.08$ ;  $u_m = 1.0$  m/s。仿真时假设外圈固定。轴承内圈的转速为 1 000 r/min, 相应的转频  $f_s$  为 16.67 Hz。基于纯滚动假设计算得到的故障特征频率为: 外圈故障特征频率  $f_{\text{BPFO}} = 98.36$  Hz; 内圈故障特征频率  $f_{\text{BPF1}} = 135.02$  Hz。

表 1 滚动球轴承结构参数

Tab. 1 Parameters for the rolling ball bearing

参数名称	数值
滚球个数 $z$	14
滚球直径 $D/\text{mm}$	12.7
节圆直径 $d_m/\text{mm}$	70
接触角 $\alpha/\text{deg}$	30
内圈曲率因子 $f_i$	0.515
外圈曲率因子 $f_o$	0.52

### 2.1 正常轴承的动力学分析结果

仿真时, 轴承承受 2 224 N 的纯轴向力。接触载荷随时间的变化如图 4 所示。从图 4 可以看出, 大约 0.01 s 后轴承达到稳态运动。另外, 在稳态解中存在着大约为 25.3 kHz 的高频成分。该高频运动为赫兹弹性振动, 频率可由下式<sup>[12]</sup>进行计算

$$f_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3Q}{2m\delta}} \quad (12)$$

从图 4 中还可看出, 在离心力的作用下, 滚球和外滚道的接触载荷总是大于滚球和内滚道的接触载

荷。另外, 动力学结果和拟静力学计算结果的差异主要是由于滚球和滚道之间的相对滑动影响了轴承元件的运动特性。

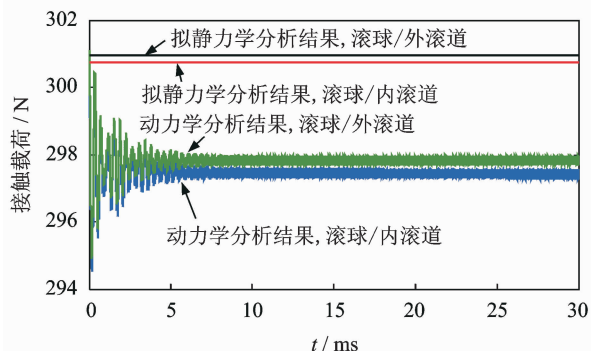


图 4 正常轴承接触载荷分析结果

Fig. 4 Contact forces of bearings with defect free

### 2.2 故障轴承动力学分析结果

如前文所述, 轴承运动的稳态解中包含着与赫兹弹性振动相对应的高频分量。对于故障轴承, 动力学方程的积分收敛性有可能受到该高频分量的影响。因此, 对动力学方程施加了一定的阻尼以保证数值运算的收敛。仿真时, 该阻尼取为 100 Ns/m。另外, 轴承内圈承受 600 N 轴向力和 550 N 径向力的联合作用。损伤宽度和深度分别为 0.5 和 0.2 mm。由于外圈固定, 因此取内圈的振动响应进行分析。

#### 2.2.1 外圈具有局部表面损伤

轴承内圈的振动响应如图 5 所示。由图 5(a) 可以看出, 每当滚球通过损伤区域时, 内圈的动力学响应上便会产生一个冲击。由于外圈固定, 因此每个故障均具有相似的冲击波形。轴承内圈的加速度冲击波形如图 5(b) 所示。可以看出, 每当滚球通过损伤时便会产生两个冲击。第 1 个冲击发生在滚球进入损伤的时刻, 第 2 个冲击发生在滚球与损伤相碰撞并滚出损伤的时刻, 且这两个冲击在相位上相差 180°。这种现象已有学者在实验中观察到<sup>[13]</sup>。图 5(c) 为内圈位移的频谱, 其频率分辨率约为 0.6 Hz。图 5(c) 中, 频率 98.78 Hz 为外圈故障特征频率  $f_{\text{BPFO}}$ , 频率 197.6, 296.3, 395.7 Hz 均为  $f_{\text{BPFO}}$  的倍频。在相应的实验研究中也观察到了这些频率成分<sup>[6]</sup>。另外, 由于动力学分析中考虑了润滑剂的牵引效果, 因此计算得到的故障特征频率较纯滚动假设下计算的结果有一定的差值。

#### 2.2.2 内圈具有局部表面损伤

内圈上的局部损伤将随着内圈的转动而转动,

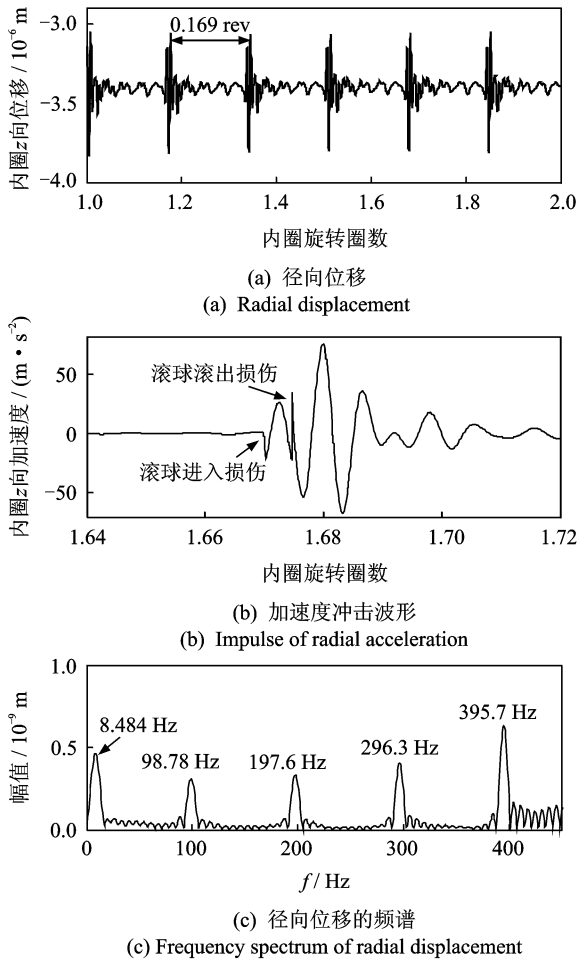


图 5 外圈故障时的振动响应

Fig. 5 Vibration responses of the bearing with outer raceway defect

并在内圈旋转一圈的过程中通过一次轴承的承载区。图 6 分别为内圈损伤的情况下内圈的振动响应。图 6(a)中的最大峰值对应的是滚动物体和滚道之间最大接触载荷发生的位置,且相邻的两个最大峰值对应的大约是内圈绕轴旋转 1 圈。轴承内圈的加速度冲击波形如图 6(b)所示。可以看出,每当滚球通过内圈损伤时也会产生两个冲击。频谱(图 6(c))的频率分辨率大约为 0.5 Hz,频率成分主要有内圈故障特征频率  $f_{BPFI}$  ( $\approx 134.8$  Hz),  $f_{BPFI}$  的倍频 ( $2 \times f_{BPFI} \approx 269.7$  Hz),以及  $f_{BPFI}$  倍频的边频 ( $f_{BPFI} \pm f_s, f_{BPFI} \pm 2f_s, 2 \times f_{BPFI} \pm f_s, 2 \times f_{BPFI} \pm 2f_s$  等)。其他的频率成分为转频  $f_s$  (16.16 Hz) 以及它的 2 倍频 (33.33 Hz)。相应的实验研究中也观察到了这些频率成分<sup>[6]</sup>。

### 3 结束语

文中构建了具有局部表面损伤的滚动球轴承动

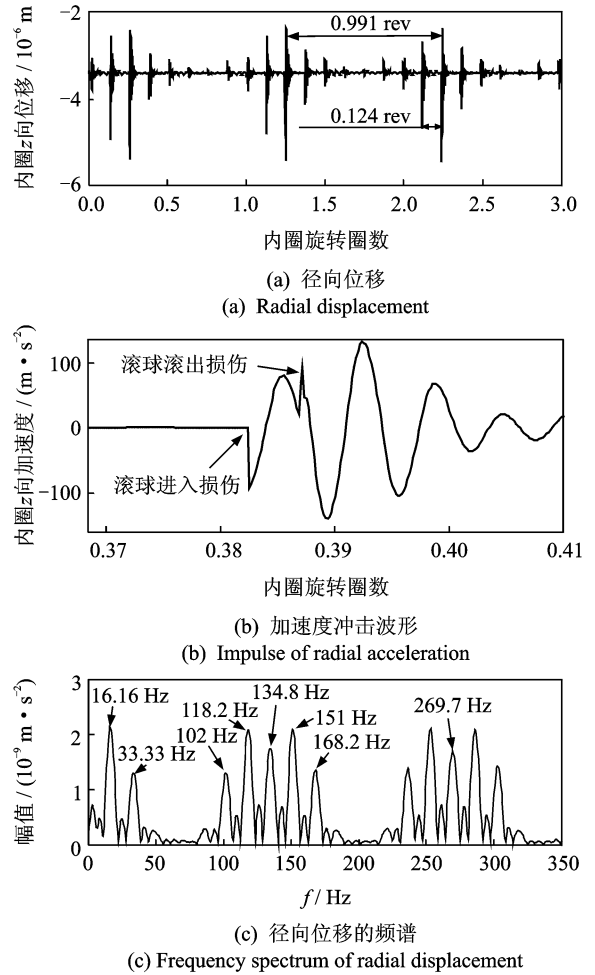


图 6 内圈故障时的振动响应

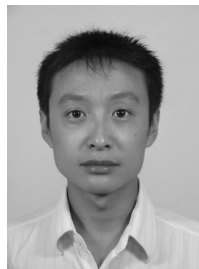
Fig. 6 Vibration responses of the bearing with inner raceway defect

力学分析模型,该模型完整地考虑了轴承元件的三维运动、润滑牵引、相对滑动等因素。将计算得到的故障轴承动力学响应分别在时域和频域进行了分析。由于本模型考虑了润滑剂的牵引效果,因此计算得到的故障特征频率较纯滚动假设下的计算结果有一定的差异。通过将仿真结果与现有文献的实验结果进行对比验证了本模型的正确性和有效性。笔者的分析将有助于研究和预测具有表面损伤的滚动球轴承的动力学行为,并为滚动球轴承的故障诊断提供一定的依据。

### 参 考 文 献

[1] Rafsanjani A, Abbasion S, Farshidianfar A, et al. Nonlinear dynamic modeling of surface defects in rolling element bearing systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009,319(3-5):1150-1174.

- [2] Liu J, Shao Y M, Lim T C. Vibration analysis of ball bearings with a localized defect applying piecewise response function[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 56: 156-169.
- [3] Sawalhi N, Randall R B. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults; part I. the combined gear bearing dynamic model and the simulation of localised bearing faults[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(8): 1924-1951.
- [4] 关贞珍, 郑海起, 王彦刚, 等. 滚动轴承局部损伤故障动力学建模及仿真[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(6): 950-955, 1036.  
Guan Zhenzhen, Zheng Haiqi, Wang Yangang, et al. Fault dynamic modeling and simulating of rolling bearing with localized defect [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(6): 950-955, 1036. (in Chinese)
- [5] Arslan H, Aktürk N. An investigation of rolling element vibrations caused by local defects[J]. ASME Transactions on Journal of Tribology, 2008, 130(4): 041101.
- [6] Patel V N, Tandon N, Pandey R K. A dynamic model for vibration studies of deep groove ball bearings considering single and multiple defects in races[J]. ASME Transactions on Journal of Tribology, 2010, 132(4): 041101.
- [7] Nakhaeinejad M, Bryant M D. Dynamic modeling of rolling element bearings with surface contact defects using bond graphs[J]. ASME Transactions on Journal of Tribology, 2011, 133(1): 011102.
- [8] Tadina M, Boltežar M. Improved model of a ball bearing for the simulation of vibration signals due to faults during run-up[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(17): 4287-4301.
- [9] Gupta P K. Dynamics of rolling-element bearings—Part III: Ball bearing analysis[J]. ASME Transactions on Journal of Lubrication Technology, 1979, 101(3): 312-318.
- [10] Gupta P K. Current status of and future innovations in rolling bearing modeling [J]. Tribology Transactions, 2011, 54(3): 394-403.
- [11] Cao Hongrui, Niu Linkai, He Zhengjia. Method for vibration response simulation and sensor placement optimization of a machine tool spindle system with a bearing defect[J]. Sensors, 2012, 12(7): 8732-8754.
- [12] Gupta P K, Winn L W, Wilcock D F. Vibrational characteristics of ball bearings [J]. ASME Transactions on Journal of Lubrication Technology, 1977, 99(2): 284-287.
- [13] Sawalhi N, Randall R B. Vibration response of spalled rolling element bearings: observations, simulations and signal processing techniques to track the spall size [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(3): 846-870.



**第一作者简介:**牛荫楷,男,1985年2月生,博士研究生。主要研究方向为高速设备动力学建模及故障机理分析。曾发表《滚动轴承表面损伤建模与冲击力的定量计算》(《振动、测试与诊断》2013年第33卷增刊1)等论文。  
E-mail: linkai-n@163.com