

随机激励下用分形维数曲率差概率法定位损伤^{*}

安永辉, 欧进萍

(大连理工大学建设工程学部 大连, 116023)

摘要 针对简支梁提出了脉冲或阶跃激励下基于分形维数波形曲率差概率的损伤定位方法,然而在工程中这类激励有较大的局限性,为此,研究了方法在基底承受随机激励的结构上的适用性。从分形理论入手提取结构加速度的特征量,结合曲率差法对各测点特征量进行处理,最后引入多次识别结果的统计分析值(损伤概率)作为损伤判断和定位依据。基于最基本的质量-弹簧-阻尼系统模拟研究了某 20 自由度系统在基底白噪声激励下的单、多损伤工况,设计、建造一个 6 层集中质量框架模型,并基于它的振动台试验进行验证。结果表明,基底随机激励下该法能准确地对结构损伤进行定位,具有非常好的抗噪性,并且该法不需要结构有限元模型。

关键词 随机激励; 分形维数; 曲率; 损伤识别; 损伤定位; 剪切型框架

中图分类号 TU312.3; TU317.1

引言

基于振动的结构损伤识别主要研究如何从监测数据识别损伤,反演结构的健康状况,它是结构健康监测的热点子课题,也是其最核心、最关键的问题之一^[1]。基于振动的结构损伤识别的基本原理是损伤会带来结构动力响应的改变,可以通过追踪结构动态特征参数的变化对结构损伤进行识别^[2]。在众多损伤识别方法中,以模态参数作为直接或间接指标的研究较多,但目前在工程中基于模态参数的损伤识别还不能得到较好的应用^[3]。值得注意的是,直接基于振动响应的时域识别方法利用结构响应时程信号构建损伤指标,并根据对指标变化的分析来实现损伤识别,避免了模态参数识别或其他估计过程中的误差,取得了较好的效果。这类方法中常见的有小波分析^[4]、时间序列模型方法^[5]等。

笔者介绍的方法直接基于结构加速度响应进行损伤识别,首先,基于分形理论提取结构振动响应信号的特征值;其次,引入以往在模态振型上使用的曲率差法对分形特征值进行处理;最后,使用多次识别的概率统计值作为损伤判断和定位依据。在基于振动的损伤识别研究中,很多学者注意到有限元模型精确性和噪声的影响。杨海峰等^[6]提到初始有限元

模型由于各种误差会对结构评估、健康监测等造成误判。姜绍飞^[7]对结构健康监测进行研究展望时指出了几个需要进一步研究的问题,其中前两个主要问题就是测量噪声与模型误差。本研究方法直接以结构损伤前后的加速度为研究对象,集合了以上 3 个基础方法或数学工具,大大降低了噪声和有限元模型误差带来的影响。下面介绍一下这 3 个方法及它们的研究现状。

为了描述不规则的几何对象,Mandelbrot^[8]提出了分形维数的概念。几十年来,分形理论快速发展成为一个有力的非线性科学研究工具。在损伤识别领域,由于不同状态下结构振动响应的分形维数不同,分形维数常被用来识别信号状态的特征量进而识别损伤^[7,9]。虽然基于分形理论的损伤识别研究相比其应用于岩石和混凝土材料的研究还很不成熟,但近 10 年来涌现了越来越多基于分形理论的损伤识别研究工作。姜绍飞等^[10]较全面地总结了分形理论在土木工程材料、岩土工程、地震工程、损伤识别等具体领域的应用。Carpinteri 等^[11]提出基于分形的应力应变定位技术。王步宇^[9,12]对简支梁和框架结构不同损伤情况下振动信号的分形维数进行了研究,并结合分形和其他方法提出了新的损伤识别技术。Cao 等^[13]提出基于分形理论对钢筋混凝土结构进行无损评估;Qiao 等^[14]提出基于振型和

^{*} “十二五”国家科技支撑计划项目资助(2011BAK02B01, 2011BAK02B03);国家自然科学基金资助项目(51161120359);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目

收稿日期:2012-12-20;修回日期:2013-05-31

分形理论的损伤识别技术。Li等^[15]基于Katz分形维数研究了简支梁结构的损伤识别。Bai等^[16]基于高阶振型的分形维数分析对梁结构进行损伤识别。Li等^[17]基于分形维数对剪切型楼房结构进行了地震损伤识别研究。然而,较少的研究直接使用损伤前后加速度响应的分形维数去构建损伤指标。曲率模态法由Pandey等^[18]于1991年提出,之后研究者基于该法做了模型试验及实桥试验的研究。但目前该法仍面临着受振型识别精度影响大等困扰,离实际应用还有一段距离。实际工程中,噪声干扰、测量误差、模型误差、环境因素等给损伤识别带来了各种不确定性,并可能导致结果错误^[1]。Beck等^[19]基于一个简单的6层剪切型楼模型的模拟数据阐述了如何计算每层的损伤概率,并提出用统计方法来处理测试噪声、模型误差等不确定性。Housner等^[20]指出,为了更好地解决监测数据存在的不确定性问题,很有必要研究基于概率统计分析的方法。为了降低这些不确定性带来的干扰,笔者采用多组数据计算结果的统计分析值(即损伤概率)作为最终损伤识别结果。

集合以上3个方法的优点,笔者在早期工作^[21]中提出了脉冲或阶跃激励下基于分形维数波形曲率差概率的损伤定位方法,并以简支梁为研究对象进行了数值模拟和试验研究。考虑到实际工程中很多结构和系统在服役中基底常承受来自各种振动源的随机激励,且工程中脉冲或阶跃激励存在可操作性差的缺点,笔者着重研究结构基底随机激励下所提出方法的适用性。为此,选取最基本的结构(质量-弹簧-阻尼系统)作为研究对象,对基底白噪声激励下的单损伤工况及多损伤工况进行系统的数值模拟研究,并在University of Illinois at Urbana-Champaign设计、建造了一个6层剪切型集中质量框架模型,基于该模型进行了振动台试验验证,得出了一些有益的结论。

1 分形维数波形曲率差概率法

1.1 方法的理论基础

1.1.1 分形维数

分形维数是分形理论的核心概念,用来量化图形的不规则度。其值越大,所描述对象越复杂和详细。它有很多定义和计算方法,最常用的是盒维数。王步宇^[9]指出,针对数字化离散空间信号点集,若采得的振动时域信号为 x_1, x_2, \dots, x_n ,则其分形盒维

数可按如下近似公式计算

$$D \cong - \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^{n-1} |x_{i+1} - x_i| / \Delta t\right)}{\ln \Delta t} \quad (1)$$

其中: n 为信号的点数; Δt 为采样时间间隔。

损伤前后用于计算的加速度响应要有相同的点数。每个测点的加速度分形维数计算出来后,连接这些分形维数就得到了分形维数波形。结构不同状态下的振动响应(尤其损伤位置的振动响应)不同,分形维数可以量化结构响应信号的不规则程度,所以不同状态的响应有不同的分形维数。对结构不同位置振动响应的分形维数波形变化进行处理可以获得结构损伤信息。

1.1.2 曲率

与无损状态相比,结构损伤后损伤位置的振动响应发生变化,其分形维数也发生变化,由各测点分形维数连成的分形维数波形在损伤位置处就会发生变化。但是由于损伤前后的激励水平不同,分形维数大小又与激励水平相关,无法直接比较分形维数波形来获得损伤。曲率表示一个波形偏离直线的程度,可以衡量波形的不平坦度。某一点的曲率越大,该波形在该点的偏离程度就越大。所以引入曲率来衡量结构损伤前后分形维数波形的变化,进而识别损伤位置。

对一个转角较小的梁来说,其曲率 k ^[18]为

$$k = v'' \quad (2)$$

其中: v'' 为模态位移 v 的二阶倒数。

对位移模态进行中心差分法后得到振型的曲率^[18]为

$$v''_i = \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{h^2} \quad (3)$$

其中: h 为数值模型中的单元长度。

类似地,笔者定义分形维数波形的曲率如下

$$C_i = \frac{D_{i-1} - 2D_i + D_{i+1}}{h^2} \quad (4)$$

其中: C_i 为分形维数波形在节点 i 处的曲率; D_i 为 i 处的分形维数。

1.2 方法及步骤

损伤前后分形维数波形曲率差 C_d 通过下式定义

$$C_d = C_b - C_a \quad (5)$$

其中: C_b 和 C_a 分别为损伤前后的分形维数波形曲率。

根据式(4)计算,步骤如下。

1) 所有的曲率差负值应被剔除,原因是损伤后 i 点的加速度信号的分形维数比未损伤情况下的值变大了,根据式(4)曲率 C_i 比无损状态时变小了,所以根据式(5),损伤处的曲率差应该是正值。

2) 剔除负值后剩余的曲率差正值被归一化,记作 $C_d^{\text{Normalized}}$ 。归一化后的曲率差值中小于阈值 δ 的被剔除,最后损伤的单元集 DE 为

$$\text{DE} = \{\text{element} \mid C_d^{\text{Normalized}} \geq \delta\} \quad (6)$$

其中: δ 为阈值。

不同的结构该阈值可能不同,应结合待测结构无损工况的识别结果来确定 δ ,提出方法不需要有限元模型,节约了大量的建模和模型修正工作量。

3) 由于噪声等不确定性,基于一组数据的损伤嫌疑单元集识别结果中可能会出现误识别单元。然而,多次识别中,损伤单元出现在损伤嫌疑单元集中的次数会远远高于无损单元出现在损伤嫌疑单元集中的次数。为了统计这种不确定性,用多组数据的计算结果来确定损伤单元,最终的损伤单元是那些在多次(建议10次以上)识别结果中出现概率(笔者称其为损伤概率)不小于 ρ 的单元, ρ 为损伤概率阈值。若某工况的多次识别结果中每个单元的损伤概率都小于 ρ ,则此工况为无损工况。

2 基于质量-弹簧-阻尼系统的数值验证

2.1 数值模型

为了检验所提方法在基底随机激励下是否有效,选择最基本也是概念最清晰的质量-弹簧-阻尼多自由度系统(见图1)作为研究对象进行数值模拟验证。多自由度系统的基本运动方程为

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_s \mathbf{x} = \mathbf{F}(t) \quad (7)$$

其中: \mathbf{M}_s , \mathbf{C}_s , \mathbf{K}_s 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。

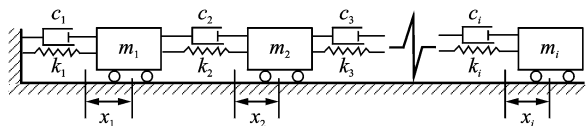


图1 质量弹簧阻尼系统

Fig. 1 The mass-spring-damper system

假设一个20自由度的质量-弹簧-阻尼系统, $k_i = 500 \text{ kN/m}$, $m_i = 600 \text{ kg}$, $i = 1, 2, \dots, 20$, 阻尼比 $\xi = 0.02$, 获得刚度矩阵 \mathbf{K}_s 和质量矩阵 \mathbf{M}_s 后, 则

Rayleigh 阻尼矩阵 \mathbf{C}_s 为

$$\mathbf{C}_s = a_0 \mathbf{M}_s + a_1 \mathbf{K}_s \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_n} \begin{bmatrix} \omega_1 \omega_n \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}u \end{cases} \quad (10)$$

其中: u 为系统的输入; y 为系统的输出; x 为系统的状态; \mathbf{A} 为系统矩阵; \mathbf{B} 为输入矩阵; \mathbf{C} 为输出矩阵; \mathbf{D} 为直接传递矩阵。

基底激励下该系统的状态空间矩阵 \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} 可用下式表示

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_s \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{B} = [0 \quad \dots \quad 0 \quad -1 \quad \dots \quad -1]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{C} = [-\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s \quad -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_s] \quad (13)$$

$$\mathbf{D} = [0 \quad \dots \quad 0] \quad (14)$$

建立该系统的 SIMULINK 模型,输入为 Band-limited white noise 模块。需要指出的是,损伤前后获得每组加速度数据时使用的白噪声激励的 seed 均不同(即在获得加速度的每次模拟中,输入模块里的参数 seed 均不同,这样每次输入的白噪声均不同),白噪声的频带宽度也不同。为了较好地模拟白噪声激励,频带宽度上限不小于所关心的结构频率上限的10倍。系统的 SIMULINK 模型如图2所示,据此可获得损伤前后各测点的加速度响应,并加入5%~15%的噪声模拟测试误差及环境噪声。图3所示为无损时该20自由度系统在基底随机激励下某测点的加速度响应历程。

2.2 损伤工况及结果

2.2.1 损伤工况

表1为基于该20自由度系统的4种模拟损伤工况,其中损伤工况1和2是单损伤工况,损伤工况3和4为多损伤工况。

2.2.2 识别结果

基于不同噪声水平下无损工况的平均归一化曲率差结果确定阈值 δ 和 ρ 。 δ 应是一个比无损工况的各个单元平均归一化曲率差结果略大的值来避免误识别单元的出现,最终确定 δ 为 0.30。确定了 δ 后,基于无损工况的损伤概率结果确定阈值 ρ 为 60%。以损伤工况1为例介绍基于分形维数波形曲率差概率法进行损伤定位的过程。如图4所示,图4(a)为

表 1 数值损伤工况

Tab. 1 Numerical damage cases

损伤工况号	损伤位置	损伤程度
1	k_9	降低 15% 刚度
2	k_{20}	降低 15% 刚度
3	k_5, k_{13}	降低 15% 刚度
4	k_4, k_7, k_{17}	降低 15% 刚度

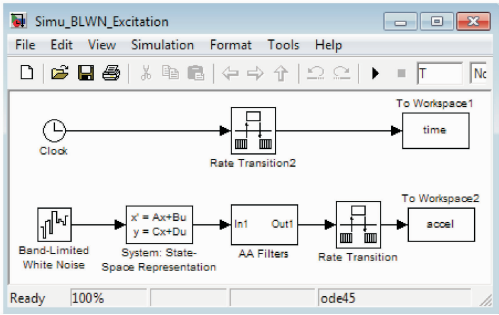


图 2 系统的 SIMULINK 模型

Fig. 2 The SIMULINK model of the system

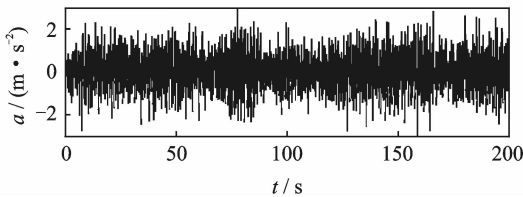


图 3 无损时基底随机激励下某测点的加速度响应

Fig. 3 The acceleration at a measured node of the undamaged system with stochastic excitation on the base

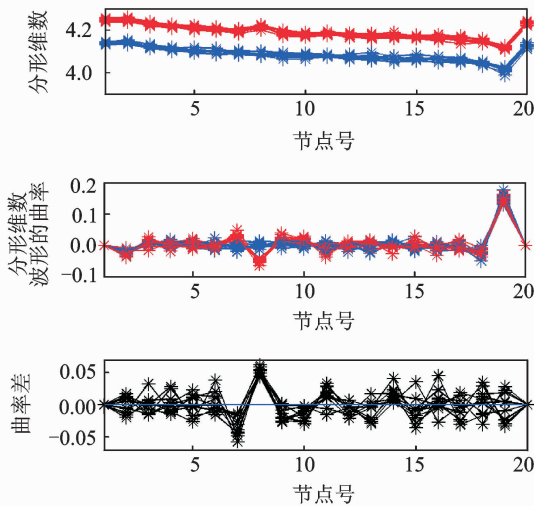


图 4 5% 噪声下损伤工况 1 的损伤定位过程 (红色波形为损伤后)

Fig. 4 The process of damage localization of damage case 1 with 5% noise level (the red waveforms are based on data from the damaged structure)

5% 噪声水平下 20 个测点 (布置在 20 个质量点上) 损伤前后的分形维数波形, 各 10 条, 红色为损伤后, 并假设损伤前后激励的能量 (即白噪声的功率谱密度) 不同, 图中所示为损伤后大于损伤前; 图 4(b) 为图 4(a) 的分形维数波形的曲率, 从中可知损伤后节点 8 处的曲率明显变小, 同时可以看出, 虽然图 4(a) 中损伤前后白噪声激励大小不同, 但曲率只反映波形的相对变化, 与波形值的绝对大小无关, 所以损伤前后激励的大小不同不影响损伤定位结果; 图 4(c) 为图 4(b) 中损伤前后曲率的差, 从中可知, 10 组不同数据下节点 8 的曲率差总是为正并且最大, 其他位置的曲率差时正时负并且归一化后大都在阈值以下 (见图 5 第 1 行第 1 列的结果, 该结果是最终统计的损伤工况 1 的 10 次识别中各节点曲率差大于阈值的个数所占比值, 此比值即为损伤概率)。从图 5 的这个结果可知, 节点 8 处的损伤概率为 100%。由于损伤工况 1 中预设的损伤为 k_9 , 可知, 若刚度 K_x 损伤, 结果中损伤概率较大的情况将出现在节点 $(x-1)$ 。

图 5 所示为损伤工况 1 至损伤工况 4 在噪声水平分别为 5%, 10% 及 15% 下的损伤定位结果汇总。由图 5 可知, 所有结果均符合当刚度 k_x 损伤时, 结果显示为节点 $(x-1)$ 处损伤概率大于 60%。至此, 无论单损伤还是多损伤, 所有损伤工况的数值模拟结果均成功定位了预设损伤, 说明基底随机激励下提出方法的识别效果良好。

3 基于集中质量框架模型的试验验证

为了进一步试验验证该方法在基底随机激励下的有效性, 笔者在美国 University of Illinois at Urbana-Champaign 的智能结构技术实验室里设计、建造了一个 6 层剪切型集中质量框架模型, 如图 7(a) 所示。该模型层高为 210 mm, 宽度为 260 mm, 每层的弹簧钢柱子的尺寸为 50 mm × 1.27 mm, 每层的集中质量 (包括塑料梁、钢块、螺钉) 为 2.17 kg。经过模态试验测试, 该模型的前 6 阶固有频率依次为 1.72, 5.16, 8.34, 11.06, 13.19 和 14.59 Hz。损伤识别试验前, 首先基于损伤前结构的试验数据确定阈值 δ 。大致步骤如下: 取一组无损结构的加速度振动响应作为基础信号, 将该信号近似当做无噪声信号, 将不同水平的噪声添加到这组基础信号中。这样由于噪声是随机的, 可得到不同噪声水平下的多组无损状态下的响应信号。基于这些信号的多次识别可得到平均归一化曲率差结果, 从中可以确定

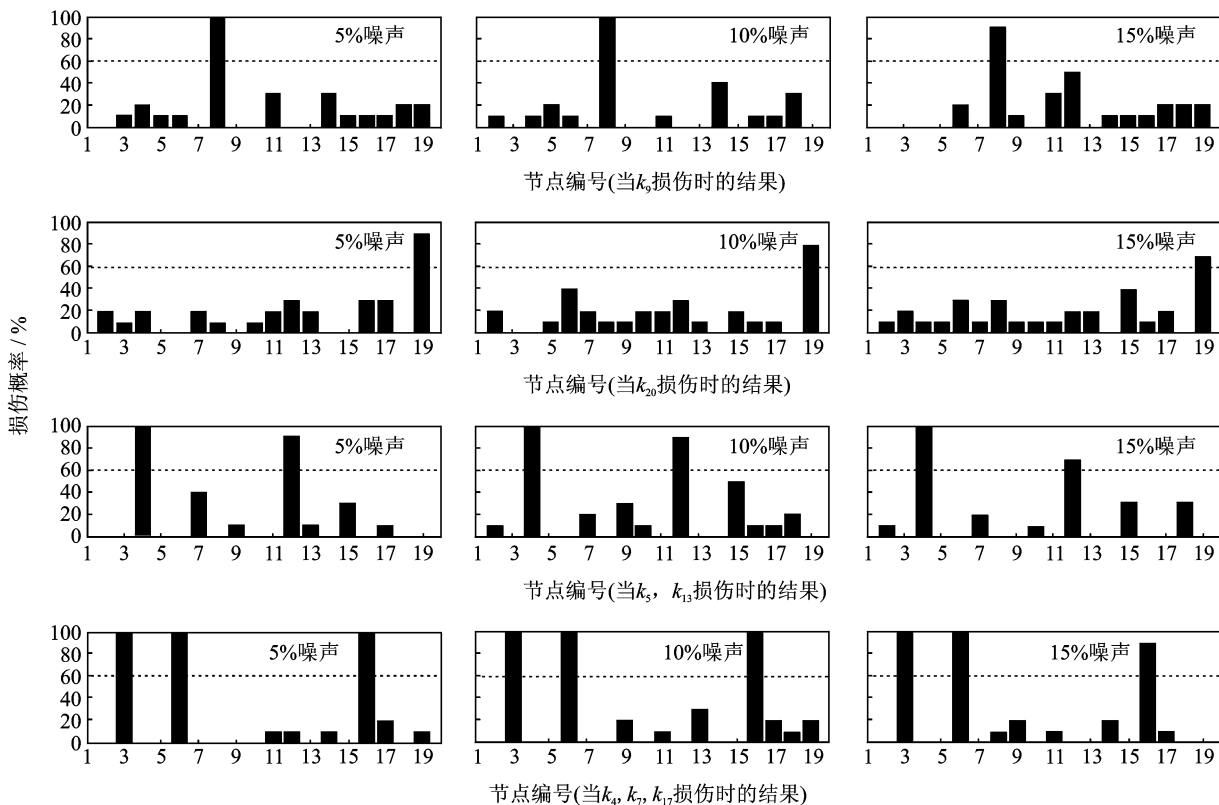


图5 数值模拟时损伤定位结果

Fig. 5 Numerical damage localization results

阈值 δ 为 0.30。确定了阈值 δ 后,另一个概率阈值 ρ 确定为 60%。预备几个厚度较小、其余尺寸不变的柱子作为损伤柱,试验中通过将某层的柱子更换为损伤柱来模拟该层刚度的降低。

3.1 试验设备

图6所示为试验所用各仪器之间的连接示意图,图7为试验模型及设备。随机信号从 VIBPILOT(图7(b))发射出来后通过控制器(图7(c))输



图6 试验装置

Fig. 6 The experimental setup

送给振动台(图7(a)),进而在模型的基底输入随机激励,模型振动的侧向加速度再通过加速度传感器把信号传递给 VIBPILOT 的信号采集模块进行采集。试验中采用 Butter 低通滤波对数据进行处理,截止频率为 15 Hz,加速度传感器的灵敏度大约为 100 mV/g。

3.2 试验工况及结果

如表2所示,3种试验工况用来进一步验证提出的方法在基底随机激励下的损伤定位效果。在获得多组损伤前后各层侧向加速度数据后,基于前述方法对每个损伤工况进行多次识别(文中进行20次识别)并计算出最终的损伤概率。试验结果如图8所示,当第 x 层损伤时识别结果为 $(x-1)$ 层,此试验结果与数值模拟结果所呈现的规律一致,由此可成功定位出损伤层,再次验证了所提出的损伤定位方法在

表2 试验损伤工况描述

Tab. 2 Experimental damage cases

损伤工况号	损伤位置	损伤程度
E_1	第4层	降低约20%刚度
E_2	第6层	降低约20%刚度
E_3	第4,6层	降低约20%刚度

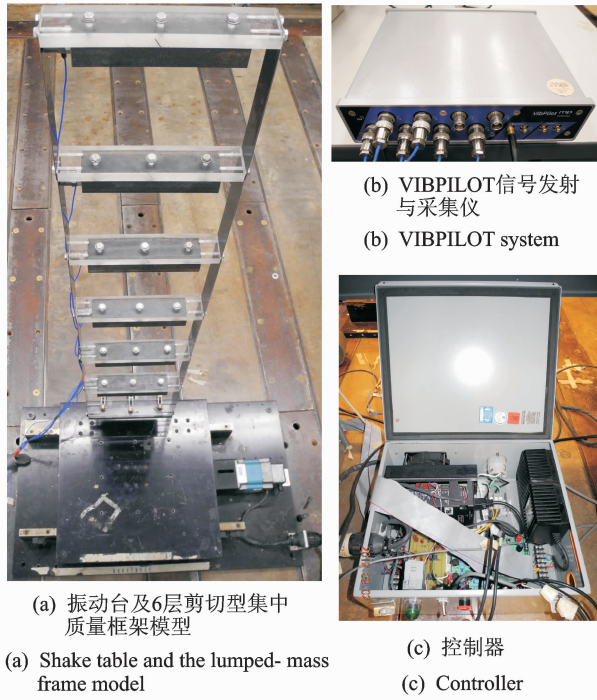


图 7 试验模型及设备

Fig. 7 Experimental model and equipments

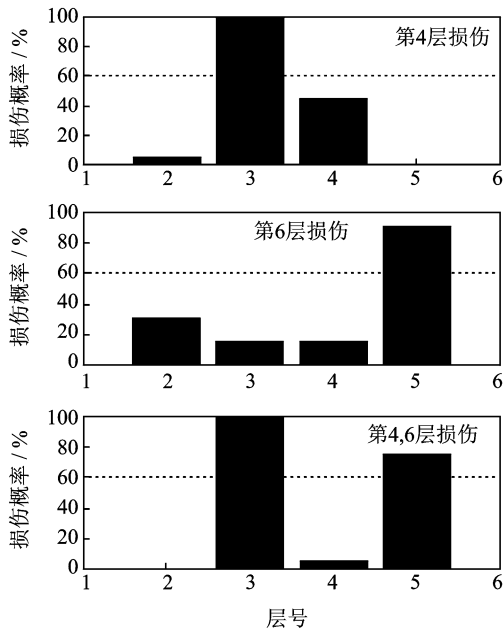


图 8 3 种试验损伤工况的损伤定位结果

Fig. 8 Damage localization results of 3 experimental damage cases

基底随机激励下可以准确地对损伤进行定位。

4 结 论

1) 模拟及试验结果均表明,基底随机激励下分

形波形曲率差概率法能准确地对损伤进行定位,可较好地运用在基底承受随机振动的结构及系统的健康监测中。

2) 所提出的方法具有以下优点:a. 抗噪声能力强(15%甚至更高的噪声下仍然可以得到满意的结果);b. 该法不需要结构有限元模型,避免了复杂的有限元建模及模型修正工作;c. 该法使用易于准确、快捷测量得到的加速度响应构建损伤指标,避免了一系列的参数识别等估算过程,大大降低了中间误差,同时提高了计算效率,适用于对结构进行在线实时监测。

致谢 本研究试验模型为第一作者在 University of Illinois at Urbana-Champaign 留学期间所建立,该模型及试验得到了美国导师 BF Spencer, Jr 的经费资助,在此表示衷心的感谢!

参 考 文 献

[1] 宗周红,牛杰,王浩. 基于模型确认的结构概率损伤识别方法研究进展[J]. 土木工程学报, 2012, 45(8): 121-130.
Zong Zhouhong, Niu Jie, Wang Hao. A review of structural damage identification methods based on the finite element model validation[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(8): 121-130. (in Chinese)

[2] 雷鹰,江永强. 输入输出信息有限观测下的结构损伤诊断[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(5): 736-740.
Lei Ying, Jiang Yongqiang. Structural damage detection technique with limited input and output measurement signals[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(5): 736-740. (in Chinese)

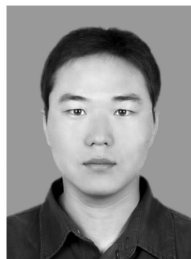
[3] 吴森,韦灼彬,王绍忠,等. 基于 AR 模型和主成分分析的损伤识别方法 [J], 振动、测试与诊断, 2012, 32(5): 841-845.
Wu Sen, Wei Zhuobin, Wang Shaozhong, et al. Damage identification based on AR model and PCA [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(5): 841-845. (in Chinese)

[4] Ren Weixin, Sun Zengshou, Xia Yong, et al. Damage identification of shear connectors with wavelet packet energy: laboratory test study [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2008, 134:832-841.

[5] Nair K K, Kiremidjian A S. Time series based structural damage detection algorithm using gaussian mixtures modeling [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2007, 129: 285-293.

[6] 杨海峰,韩晖,吴子燕. 基于 MIGA 的结构模型修正及其应用[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(2): 261-

- 266.
- Yang Haifeng, Han Hui, Wu Ziyang. Structure model updating based on MIGA and its application [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012, 32(2): 261-266. (in Chinese)
- [7] 姜绍飞. 结构健康监测-智能信息处理及应用[J]. *工程力学*, 2009, 26(S II): 184-212.
- Jiang Shaofei. Structural health monitoring intelligent information processing and application [J]. *Engineering mechanics*, 2009, 26(S II): 184-212. (in Chinese)
- [8] Mandelbrot B B. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension [J]. *Science*, 1967, 156: 636-638.
- [9] 王步宇. 基于分形的结构损伤检测方法[J]. *振动与冲击*, 2005, 24(2): 87-88.
- Wang Buyu. Detection of structural damage using fractal dimension technique [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2005, 24(2): 87-88. (in Chinese)
- [10] 姜绍飞, 苏莹. 分形理论在土木工程领域中的应用[J]. *工程力学*, 2009, 26(S I): 148-152.
- Jiang Shaofei, Su Ying. Fractal theory and its application in civil engineering [J]. *Engineering Mechanics*, 2009, 26 (S I): 148-152. (in Chinese)
- [11] Carpinteri A, Cornetti P. A fractional calculus approach to the description of stress and strain localization in fractal media [J]. *Chaos, Soliton and Fractals*, 2002, 13: 85-94.
- [12] 王步宇. 结构损伤的分形神经网络检测方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2005, 25(4): 260-262.
- Wang Buyu. Structural damage detection based on fractal neural network [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2005, 25(4): 260-262. (in Chinese)
- [13] Cao Maosen, Ren Qingwen, Qiao Pizhong. Nondestructive assessment of reinforced concrete structures based on fractal damage characteristic factors [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2006, 132(9): 924-931.
- [14] Qiao Pizhong, Cao Maosen. Waveform fractal dimension for mode shape-based damage identification of beam-type structures [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2008, 45: 5946-5961.
- [15] Li Hui, Huang Yong, Ou Jinping, et al. Fractal dimension-based damage detection method for beams with a uniform cross-section [J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2011, 26: 190-206.
- [16] Bai Runbo, Cao Maosen, Su Zhongqing, et al. Fractal dimension analysis of higher-order mode shapes for damage identification of beam structures [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, doi:10.1155/2012/454568.
- [17] Li Hui, Tao Dongwang, Huang Yong et al. A data-driven approach for seismic damage detection of shear-type building structures using the fractal dimension of time-frequency features [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2013, 20: 1191-1210.
- [18] Pandey A K, Biswas M, Samman M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 145(2): 321-332.
- [19] Beck J L, Katafygiotis L S. Probabilistic system identification and health monitoring of structures [C] // *Proceedings of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering*. Madrid, Spain: A. A. Balkema, 1992.
- [20] Housner G W, Bergman L A, Caughey T K, et al. Structural control: past, present, and future [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997, 123(9): 897-971.
- [21] An Yonghui, Ou Jinping. Experimental and numerical studies on damage localization of simply supported beams based on curvature difference probability method of waveform fractal dimension [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2012, 23: 415-426.



第一作者简介:安永辉,男,1986年2月生,博士。主要研究方向为结构损伤识别、结构健康监测。曾发表《Experiment and numerical studies on damage localization of simply supported beams based on curvature difference probability method of waveform fractal dimension》(《Journal of Intelligent Material Systems and Structures》2012, Vol. 23)等论文。

E-mail: anyh@uiuc.edu

