

# 局部损伤滚动轴承建模与转子系统振动仿真\*

曹宏瑞, 李亚敏, 成 玮, 何正嘉

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室 西安, 710049)

**摘要** 基于 Jones 轴承建模理论, 建立了滚动轴承拟静力学模型。将轴承模型同转子有限元模型进行集成, 建立了转子-轴承系统动力学模型。对于轴承局部损伤, 利用一系列近似等距的冲击脉冲描述滚动体经过损伤时产生的冲击现象。将损伤产生的激励力输入转子-轴承系统模型, 利用 Newmark- $\beta$  时域积分法对轴承损伤产生的动态振动响应进行数值仿真。将仿真的振动响应与轴承故障试验台数据进行对比, 验证了滚动轴承损伤模型的有效性。结果表明, 利用理论模型仿真轴承损伤产生的振动响应是可行的, 能为转子-轴承系统的故障诊断提供依据。

**关键词** 局部损伤; 振动仿真; 有限元模型; 滚动轴承; 转子-轴承系统

**中图分类号** TH133

## 引 言

滚动轴承具有较高的旋转精度、承载能力及转速范围, 广泛应用于机床、航空发动机、高速列车等机械设备中。轴承通常是影响机器可靠运行和安全保障的薄弱环节。由于非线性 Hertz 接触变形关系、时变刚度以及润滑效果等因素, 在运行过程中滚动轴承表现出很强的非线性特征和时变特征。Sopanen 等<sup>[1]</sup>建立了深沟球轴承的 6 自由度动力学非线性模型, 分别考虑了局部损伤和分布式损伤。Sawalhi 等<sup>[2-3]</sup>基于 Hertzian 接触理论建立滚动轴承模型, 分别仿真了轴承内圈、外圈和滚球局部剥落及粗糙表面的影响。Rafsanjani 等<sup>[4]</sup>建立了解析模型, 研究不同表面损伤下滚动轴承的非线性动力学行为。文献<sup>[5]</sup>仿真了滚珠进入、离开剥落区域时的加速度响应信号, 可以定量仿真损伤尺寸。关贞珍等<sup>[6]</sup>建立了滚动轴承局部损伤动力学模型, 仿真分析了轴承存在内外圈损伤以及滚子损伤时的动力学特征。

旋转机械中的滚动轴承与其他机械结构(如转子、轴承座)紧密耦合, 然而, 由故障而产生的瞬态信号常被干扰信号和环境噪声所淹没。当轴承损伤(如点蚀、剥落)发生时, 产生的冲击可能会引起不同结构发生很多不同频率的振动响应。然而, 多数现有轴承故障模型没有考虑轴承以外其他部件的影响。

基于 Jones 轴承理论, 建立滚动轴承拟静力学模型。将滚动轴承模型与转子有限元模型进行集成, 建立转子-轴承系统动力学模型。利用该模型对轴承外圈局部损伤的振动信号进行数值仿真, 并进行了试验验证。

## 1 转子-轴承系统动力学模型

### 1.1 非线性轴承模型

当轴承在径向载荷和轴向载荷的作用下高速旋转时, 内、外圈和滚球的相对位置发生改变。基于 Jones 轴承模型, 可用图 1 来表示轴承内部几何关系的变化。

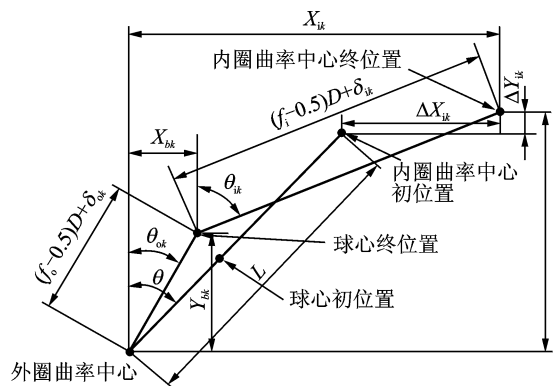


图 1 轴承内、外圈与滚动体的几何关系  
Fig. 1 Geometrical relationship between ball and raceway

\* 国家自然科学基金资助项目(51105294, 51035007); 国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目(2011CB706606); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目  
收稿日期: 2013-08-15; 修回日期: 2013-10-10

根据勾股定理可得

$$\begin{cases} (X_{ik} - X_{bk})^2 + (Y_{ik} - Y_{bk})^2 - \\ [(f_i - 0.5)D + \delta_{ik}]^2 = 0 \\ X_{bk}^2 + Y_{bk}^2 - [(f_o - 0.5)D + \delta_{ok}]^2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $X_{ik} = L \sin \theta + \Delta X_{ik}$ ;  $Y_{ik} = L \cos \theta + \Delta Y_{ik}$ ;  $\delta_{ik}$  和  $\delta_{ok}$  分别为滚球和内圈、外圈之间的弹性变形量;  $f_i$  和  $f_o$  分别为内圈、外圈的曲率半径常数;  $D$  为滚球直径; 下标  $k$  为第  $k$  个滚球。

在轴承轴线与滚球中心构成的平面上对第  $k$  个滚球进行受力分析, 如图 2 所示。第  $k$  个滚球在水平方向和垂直方向上的受力平衡方程为

$$\begin{cases} Q_{ok} \cos \theta_{ok} - \frac{M_{gk}}{D} \sin \theta_{ok} - Q_{ik} \cos \theta_{ik} + \\ \frac{M_{gk}}{D} \sin \theta_{ik} - F_{ck} = 0 \\ Q_{ok} \sin \theta_{ok} + \frac{M_{gk}}{D} \cos \theta_{ok} - Q_{ik} \sin \theta_{ik} - \\ \frac{M_{gk}}{D} \cos \theta_{ik} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

联立式(1)和式(2), 利用 Newton-Raphson 法对未知变量  $X_{bk}$ ,  $Y_{bk}$ ,  $\delta_{ik}$  及  $\delta_{ok}$  进行求解, 进而可利用图 2 的几何关系计算出接触角  $\theta$ 。滚球和内、外圈之间的 Hertz 接触力  $Q_{ik}$  和  $Q_{ok}$  按式(3)计算

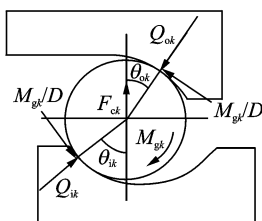
$$\begin{cases} Q_{ik} = K_i \delta_{ik}^{3/2} \\ Q_{ok} = K_o \delta_{ok}^{3/2} \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $K_i$  和  $K_o$  分别为内圈、外圈的接触力常数。

将所有滚球与内圈、外圈之间的接触力进行叠加, 可得到轴承内圈、外圈所承受的合力  $F_i$  和  $F_o$ 。

将力对位移求导即可得到轴承的刚度矩阵

$$\mathbf{K}_B = \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \mathbf{q}_i} = \frac{\partial \mathbf{F}_o}{\partial \mathbf{q}_o} \quad (4)$$



$\theta_{ik}$ -滚珠与轴承内圈接触角( $^\circ$ );  $\theta_{ok}$ -滚珠与轴承外圈接触角( $^\circ$ );  $Q_{ik}$ -滚珠与轴承内圈接触力/N;  $Q_{ok}$ -滚珠与轴承外圈接触力/N;  $F_{ck}$ -滚珠离心力/N;  $M_{gk}$ -滚珠陀螺力矩/(N·m)

图 2 滚球受力分析

Fig. 2 Force analysis of ball

## 1.2 转子-轴承系统的有限元模型

转子轴承系统的有限元模型如图 3 所示。圆点

代表节点, 用 Timoshenko 梁单元建立转子和轴承座有限元模型。与转子/轴承座模型类似, 用轴承单元来表示轴承, 每一个轴承单元包含 1 个内圈节点和 1 个外圈节点。

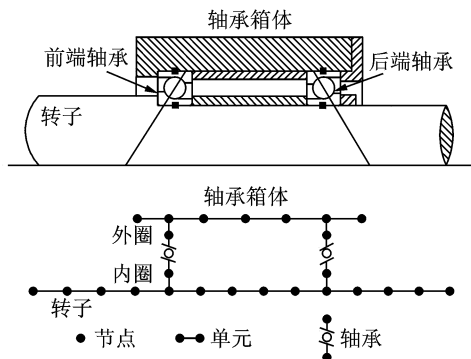


图 3 转子-轴承系统有限元模型

Fig. 3 Finite element model of rotor-bearing system

分别将转子和轴承方程集成, 得到整个转子系统的动力学方程为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K} \mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  分别为质量、阻尼和刚度矩阵;  $\mathbf{x}_{t+\Delta t}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}$ ,  $\ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}$  分别为  $t + \Delta t$  时刻的位移、速度和加速度向量;  $\mathbf{F}_{t+\Delta t}$  为外力。

刚度矩阵可以表示为

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_R + \mathbf{K}_B \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{K}_R$  为转子刚度矩阵;  $\mathbf{K}_B$  为轴承刚度矩阵。

矩阵( $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$ )的详细描述可参考文献[7]。假设  $t(t \geq 0)$  时刻的位移、速度和加速度向量已知, 利用 Newmark- $\beta$  时域积分法计算转子轴承系统的振动响应。

## 2 轴承局部损伤建模与仿真

### 2.1 轴承局部损伤建模

当轴承组件含有局部损伤(如裂纹、点蚀、剥落), 运转时会产生瞬时冲击力。与锤击产生的冲击力类似, 用三角波模拟轴承损伤产生的冲击力, 如图 4 所示。当然, 实际中的冲击力形式要复杂得多。

当含损伤的轴承在运行时, 产生一系列近似等距的冲击力脉冲。力脉冲的重复率等于轴承的特征频率。对于外圈损伤、内圈损伤和滚动体损伤, 分别对应滚珠通过外圈频率、滚珠通过内圈频率和滚珠自转频率的 2 倍。

以某轴承(GMN HYKH61914)外圈单点损伤

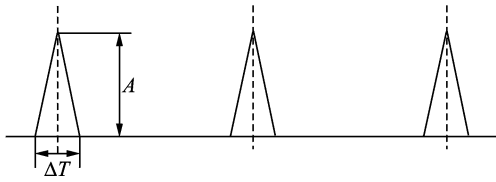


图 4 冲击脉冲序列

Fig. 4 Impulse train

为例解释轴承局部损伤的建模过程。利用文献[6]中的公式,计算得到滚珠通过外圈的频率为 298 Hz。将载荷施加在径向,承载区有一点蚀,如图 5 所示。假设点蚀区域的面积非常小,并且每次只有 1 个滚珠通过损伤区域。当滚珠通过点蚀区时,产生一系列的振动冲击响应。

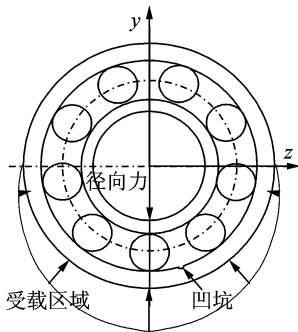


图 5 滚动轴承局部损伤

Fig. 5 Rolling bearing with localized defect

在工程实际中,测量信号包含有大量的噪声。为了让仿真更加逼近实际数据,在仿真的冲击响应信号中添加了正态分布白噪声  $N(0, 1)$ 。当外圈发生损伤,利用 Newmark- $\beta$  积分法仿真的加速度振动响应信号如图 6 所示。

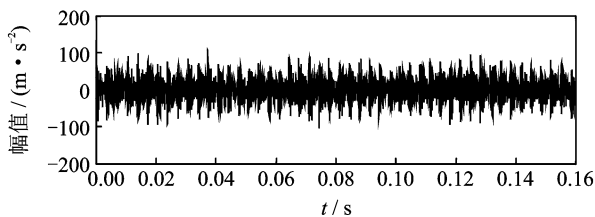


图 6 仿真的加速度振动响应信号

Fig. 6 Acceleration vibration response of simulation

利用 Hilbert 变换,得到仿真信号的包络谱,如图 7 所示。从图中可以看出,轴承外圈损伤特征频率 ( $f_0 = 298$  Hz) 和其倍频可以清晰地提取出来。

### 2.2 试验数据验证

利用美国 Case Western Reserve University<sup>[8]</sup>

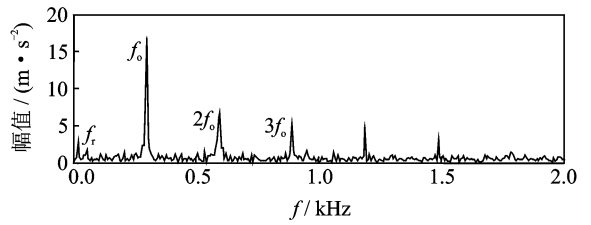


图 7 加速度振动响应信号包络谱

Fig. 7 Envelope spectrum of acceleration vibration response

的轴承故障数据来验证局部损伤轴承模型,其试验台如图 8 所示。转子的转速为 1 750 r/min,轴承外圈损伤的特征频率是 104 Hz。

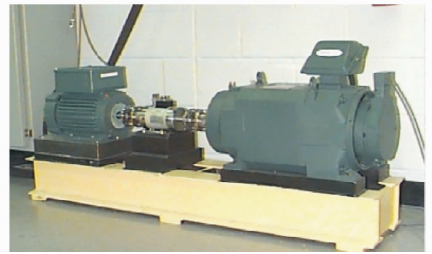
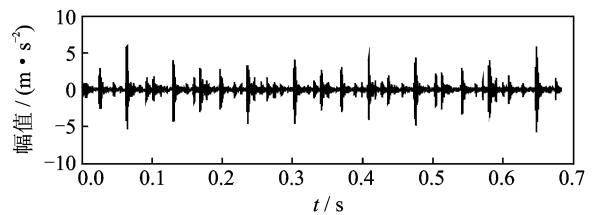


图 8 轴承损伤模拟试验台

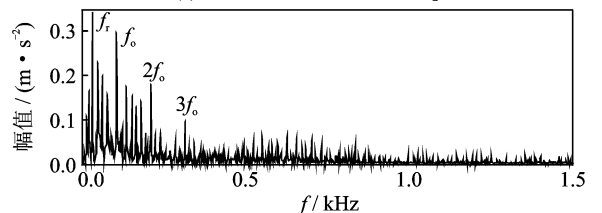
Fig. 8 Bearing defect simulation experimental rig

测量的振动信号数据和包络谱如图 9 所示。可以发现,仿真的振动信号与试验数据有类似的时域波形,每两个脉冲之间的间隔都等于滚珠通过外圈的周期。图 6(b)中,可以清晰地发现外圈损伤频率成分和其倍频。在时域和频域,仿真与试验均能够匹配良好,从而验证了理论模型的正确性。



(a) 时域振动响应信号

(a) Time domain vibration response



(b) 包络谱

(b) Envelop spectrum

图 9 振动信号试验数据

Fig. 9 Experimental data of vibration response

### 3 结束语

针对转子-轴承系统,建立了一个动力学模型仿真轴承表面发生损伤时的振动响应,并利用试验对该模型进行验证。通过将损伤产生的激励输入轴承模型,对故障轴承的振动响应进行了数值仿真,提取出了轴承内部发生局部损伤时的特征频率,可以为转子-轴承系统的故障机理分析和诊断提供依据。

#### 参 考 文 献

- [1] Sopenan J, Mikkola A. Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects—part 1: theory [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2003, 217: 201-211.
- [2] Sawalhi N, Randall R B. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults—part I: the combined gear bearing dynamic model and the simulation of localized bearing faults [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22: 1924-1951.
- [3] Sawalhi N, Randall R B. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults—part II: simulation of the vibrations produced by extended bearing faults [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22: 1952-1966.
- [4] Rafsanjani A, Abbasian S, Farshidianfar A, et al. Non-linear dynamic modeling of surface defects in rolling element bearing systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319: 1150-1174.
- [5] Sawalhi N, Randall R B. Vibration response of spalled rolling element bearings: observations, simulations and signal processing techniques to track the spall size [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25: 846-870.
- [6] 关贞珍, 郑海起, 王彦刚, 等. 滚动轴承局部损伤故障动力学建模及仿真 [J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(6): 950-955.  
Guan Zhenzhen, Zheng Haiqi, Wang Yangang, et al. Fault dynamic modeling and simulating of rolling bearing with localized defect [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(6): 950-955. (in Chinese)
- [7] 曹宏瑞. 高速机床主轴数字建模理论及其应用研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2010.
- [8] Loparo K A. Bearing vibration data set, case western reserve university [DB/OL]. [2013-08-10]. <http://www.eecs.cwru.edu/laboratory/bearing/download.htm>.



**第一作者简介:**曹宏瑞,男,1982年12月生,副教授。主要研究方向为机械装备动力学建模与故障诊断。曾发表《Finite element model updating of machine-tool spindle system》(《Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME》2013, Vol. 135, No. 2)等论文。  
E-mail: chr@mail.xjtu.edu.cn