两端固定输流管道的参数共振实验

陈 兵, 邓明乐, 张 静, 尹忠俊

(北京科技大学机械工程学院 北京,100083)

摘要 将非接触式测振方法引入到输流管道的参数共振问题的实验研究。首先,通过激光测振技术获取了实验管 道中部在脉动流激励下的振动信息;其次,通过确定管道振动频谱图中 1/2 倍频出现和消失时对应的激励频率,并 在多组测试结果的基础上拟合出了管道第一振型 1/2 次谐波参数共振区域,且实验结果与利用平均法计算得到的 理论结果定性一致;最后,对实验结果的误差成因进行了较深入地分析。得到如下结论:在一定平均流速下,两端 固定管道在适当脉动幅值和脉动频率下可以发生参数共振现象,且参数共振区域的位置与流速关系较大;管道实 际发生参数共振的范围要大于理论计算结果,这可能与选用平均法进行理论计算有关。

关键词 输流管道;参数共振;激光测振;平均法 中图分类号 TH113;TB123

引 言

早在19世纪末期,就有学者观察到流体引起的 管道振动现象。Paidoussis^[1]指出输流直管存在发 散失稳和颤振失稳这两类重要失稳。在实际工程 中,有压输流管道由于控制操作会在管道中形成脉 动流,并通过流体和固体间的耦合作用诱发管道非 线性振动,此时两端支承输流管道的动力学特性会 发生很大变化,可能因参数共振而动态失稳。在国 外,Paidoussis 等^[2]利用实验方法证实了输流管参 数振动的存在。Namachchivaya 等^[3-4]分别用平均 法和多尺度法研究了脉动内流作用下两端支承输流 管道谐波参数共振和组合参数共振,详细阐述了系 统发生参数共振的机理。在国内,Jin 等^[5]同样利用 平均法分析了脉动流作用下输流管道相关的参数共 振问题,并结合数值仿真方法研究了在共振区域内 几种典型的动力学现象。梁峰等[6]利用传统接触式 的黏贴应变片的方法获取管道振动信息,进行了两 端支承管道的参数共振实验。笔者在此基础上,利 用该实验原理,重新搭建并优化振动实验系统,利用 非接触式激光测振方法,对两端支承输流管道参数 共振进行了实验研究,得到的实验测试结果与平均 法算得的理论结果定性一致。

1 输流管道参数共振临界条件的计算

两端固定且竖直放置的输流管道简化模型如 图 1 所示,其中:V 为管道内部流体的流速; x 和 y 分别为管道的纵向和横向位移。

在考虑管道材料的耗散系数以及重力影响因素 的前提下,利用牛顿法,可得到两端固定输流管道无 量纲运动微分方程^[5,7]为

 $2u\beta\dot{\eta}' + \left[u^{2} - T + (\beta\dot{u} - \overline{g})(1 - \xi) - \gamma \int_{0}^{1} (\eta')^{2} d\xi - 2\alpha\gamma \int_{0}^{1} \eta'\dot{\eta}' d\xi \right] \eta'' + \dot{\alpha}\dot{\eta}^{(4)} + \eta^{(4)} + \ddot{\eta} + \overline{g}\eta' = 0 \quad (1)$

其中:()'和(・)分别表示 $\frac{\partial()}{\partial\xi}$ 和 $\frac{\partial()}{\partial\tau}$; $\eta = \frac{y}{L}$; $\xi =$



图 1 两端固定管道模型 Fig. 1 Model of clamped-clamped pipe conveying fluid

^{*} 中央高校基本科研业务费资助项目(FRF-SD-12-014A);北京科技大学校冶金工程研究院基础理论研究基金资助项目 (YJ2010-008) 收稿日期:2012-10-23;修回日期:2013-01-07

 $\frac{x}{L}; \Gamma = \frac{\overline{T}L^2}{EI}; \Pi = \frac{\overline{P}AL^2}{EI}; \gamma = \frac{\widetilde{A}L^2}{2I}; k = \frac{KL^4}{EI}; p = \frac{GL^2}{EI}; u = \left(\frac{m}{EI}\right)^{\frac{1}{2}} LV; \tau = \left(\frac{EI}{M+m}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{t}{L^2}; \beta = \left(\frac{m}{m+M}\right)^{\frac{1}{2}}; \overline{g} = \frac{(m+M)gL^3}{EI}; \alpha = \left[\frac{EI}{(m+M)}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{a}{L^2}; T$ 为管道预紧力 且令 $T = \Gamma - \Pi(1-2v); x, y$ 分别为管道横截面的 纵向和横向位移; t 为时间; m, M 分别为单位长度的 流体和管道质量; V 为流体流速; P 为管道端部单位 面积上流体所受压力; F 为单位管道所受法向流体 力; A 为管道横截面截面积; A 为流体横截面面积; T 为轴力; L 为管道总长; I 为截面极惯性矩; E, a 和 v 分别为管材弹性模量黏弹性系数和泊松比。

考虑脉动流的情况,假定流速具有如下的无量 纲表达形式

$$u = u_0 \left(1 + \mu \sin \omega \tau\right) \tag{2}$$

其中:u₀,μ和ω分别为无量纲的脉动流平均流速、 幅值(为小量)和圆频率。

ω根据式(3)进行无量纲化处理

$$\omega = 2\pi f L^2 \left[(M+m) / EI \right]^{1/2}$$
(3)

其中:f对应为实验中的有量纲的激励频率。

用如下 2 阶的 Galerkin 展开式^[7]对式(1)进行 离散

$$\eta(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}) = \sum_{r=1}^{2} \varphi_r(\boldsymbol{\xi}) q_r(\boldsymbol{\tau}) \tag{4}$$

其中:ξ为广义坐标;φ_r(ξ)为两端固定梁的振型函数。

利用振型函数正交性^[7],可以获得离散后的2 阶微分方程组,经适当数学变换,可以获得输流管道 振动的1阶状态方程组^[5]为

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{z} + \mu\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{B}_{1}\boldsymbol{z}\sin(\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\tau}) - \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{B}_{2}\boldsymbol{z}\cos(\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\tau}) - \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{B}_{3}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{z})$$
(5)

 $\ddagger \psi_{\mathbf{z}} = (q_1, q_2, q_3, q_4)^{\mathrm{T}}; q_3 = \dot{q}_1; q_4 = \dot{q}_2; \alpha = \mu \alpha.$

因篇幅所限,此处不给出 *S*,*B*₁,*B*₂,*B*₃和*Q*的表达式。根据文献[5]中使用的平均法可以得到两端支承管到第一振型 1/2 次谐波共振临界条件

 $|\omega/\omega_{1}-2| < [\mu^{2} (U_{1}^{2}+V_{1}^{2})-(\alpha\Lambda_{1}/\omega_{1})^{2}]^{1/2}$ (6) 其中: $\Lambda_{1} = A_{3}^{11} + A_{3}^{22}$; $U_{1} = (A_{1}^{22}-A_{1}^{11}) - (A_{2}^{12}+A_{2}^{21})/\omega_{0}$; $V_{1} = (A_{1}^{12}+A_{1}^{21}) + (A_{2}^{22}-A_{2}^{11})/\omega_{0}$; A_{s}^{i} 为矩阵 A_{s} 的第 i 行第 j 列的元素(i,j=1,2,3,4); $A_{s} = V^{-1}B_{s}V(s=1,2,3)$, 且矩阵 V 由矩阵 A 的 特征向量组成; ω_{1} 为管道系统第 1 阶固有频率; ω_{0} 为考虑流体脉动频率 ω 在某范围内脉动时该范围 的中心。

其具体表达式和计算过程参见文献[5]。 通过临界条件式(6),可以计算出管道因发生第 1 阶振型 1/2 次亚谐波共振的动态失稳的区域。

2 输流管道参数共振实验

2.1 实验系统主要构成

根据参数共振发生的参数要求,搭建了相应的 实验系统,主要由动力部分、调控部分、实验台体和 信号采集分析系统4个部分组成,主要构成及空间 位置关系如图2所示。



图 2 输流管道振动实验系统示意图

Fig. 2 Sketch of vibration experiment system of pipe conveying fluid

动力部分由离心泵、脉动泵和稳压罐组成。离 心泵为实验管道提供循环水,稳压罐接入离心泵的 出口用来消除离心泵工作时造成流体扰动。脉动泵 由一个三相电机和一个可调幅值的活塞组成,电机 驱动连杆机构,继而带动活塞往复运动,形成规则的 输流管道流体扰动,活塞行程通过电机主轴处的偏 心轴偏心量 e 的大小来控制,进而改变输流管内流 体扰动的幅值。

调控部分由两个变频器组成,分别用来控制离 心泵和脉动泵转速,从而控制实验管路水流流速和 脉动泵脉动频率。

实验台体主要由实验管道支架、循环管道支架、 压力传感器、水箱、隔振垫片等组成。实验管道支架 用来支承固定实验测试管道,上面布置有滑槽用以 固定不同长度的管道;循环管道支架用以布置和固 定循环管道,两个支架间通过软管连接。压力传感 器固定在循环管道支架上,用于监测和采集实验管 道入口处压力信号。台架之间用弹性垫片隔振,尽 量减小循环管道支架部分对实验测试管道的扰动。

信号采集分析系统由 32 通道的 LMS SCA-DAS 数据采集分析系统和 Ploytec OFV-505 激光 测振仪组成。LMS 数采系统主要是分析处理管道 振动信号,并实时监测管道振动状态。Ploytec OFV-505 激光测振仪的主要优点是测试精度高(位 移测试精度可达 2 pm)和非接触式,前者可以更好 地获取管道参数振动发生和结束时的频率信息,后 者则避免了传统测试方法(在管道上布置传感器或 应变片)对管道固有特性的影响,使实验结果更加精 确。图 3 是利用激光测振仪对实验管道进行振动测 试的现场画面。



图 3 输流管道实验中的激光振动测试

Fig. 3 Laser vibration measurement in the experiment of pipe conveying fluid

2.2 实验主要参数的测量

本实验测试部分选用的是两种尺寸一样但刚度

不同的尼龙管。该类管道刚度适中,但直线度较差, 需要进行矫直处理。笔者将该管在两端有适当预紧 力作用下置于温度低于其最大工作温度的高低温实 验箱中保温一段时间,取出后其直线度能满足实验 要求。然后对管道外形尺寸进行测量,并利用材料 力学中常用的"悬臂梁挠度测量原理"测试实验管道 抗弯刚度。笔者通过采集管道自由衰减信号,利用 统计能量分析法获取管道的无量纲的黏弹性系数 α。经测量和计算得到的管道主要参数如表1所示。

对管道内流平均流速 V。和流体脉动幅值 μ 的 测量也是实验的关键步骤。因为管道内部流体流速 与管道入口处的压力成一一对应关系,故可以通过 测量在固定压力值下,某段时间内流经管道的水的 质量来计算得到该压力下的管道内流平均流速。进 行多组不同压力下的流速测试,可以拟合出压力-流 速对应关系。当脉动泵工作时,压力出现波动,通过 压力传感器和信号采集系统可以获得压力峰值,并 通过压力-流速关系找出此时的流速峰值 V_m,再根 据式(7),计算出该种偏心轴偏心量 e 对应的脉动幅 值 μ

$$\mu = V_m / V_0 - 1 \tag{7}$$

更换不同偏心量的偏心轴,按上述方法可以找 出不同偏心量 e 与脉动幅值 μ 的对应关系,如表 2 所示。

表 1 实验管道主要参数 Tab. 1 Key parameters of pipes used in experiment

管道编号	管道长度/mm	外径/mm× 内径/mm	管道単位长度质量/ (10 ⁻³ kg・m ⁻¹)	抗弯刚度/ (10 ⁻³ N・m ⁻²)	无量纲黏弹性 系数 α	质量比 参数β
1	585	6×4	15.58	14.68	0.001 1	0.668
2	554	6×4	16.19	9.12	0.001 3	0.661

表 2 e 与 μ 的 对 应 关 系

Tab. 2 Relationship between e and μ

e/mm	5	6	7	8
μ	0.071	0.081	0.111	0.121
e/mm	8	9	10	12
μ	0.121	0.141	0.162	0.202

2.3 主要实验现象及实验数据

测试前,使管道通水自然伸展,再进行固定,即 假设此时管道预紧力 T 为 0。在偏心量 e 一定时, 由小到大增加脉动频率,通过 LMS 数采系统实时 监测,观察管道振动的频谱图变化。以 2 号管在 $e=12,V_0=5.6$ m/s时的频谱变化图为例,进行管 道第1阶振型1/2次谐波参数共振现象的说明, 图4所示为该种条件下LMS数采系统实时采集数 据所得的频谱图。

如图 4 所示,当激励频率(脉动频率)f = 12.5 Hz,频谱图中的响应频率只有 1 个,即 1 个 1 倍频 f_1 ,且与 f 基本相等。分析可知, f_1 为脉动泵 工作引起实验管道支架微小振动,进而致使实验管 道出现强迫振动的响应频率。当 f = 14.2 Hz 时, 频谱图中出现了 f 的 1/2 倍频 $f_{1/2}$,该频率即为管 道出现第 1 阶振型 1/2 次谐波参数共振时的响应频 率。继续增加激励频率,当 f = 15.3 Hz 时, $f_{1/2}$ 的 幅值超过了 f_1 ,此时参数共振现象较为明显,管道 振动的幅值也最大(大约管道 1/2 半径值)。当f 增 加到 16.6 Hz 时, $f_{1/2}$ 的幅值又小于 f_1 ,管道参数共





振减弱,管道振动幅值减小。继续增加 f 时, $f_{1/2}$ 将 完全消失,管道经历了一个完整的参数共振从开始 到结束的过程。本实验就是要通过寻找和记录管道 在不同脉动幅值 μ 下开始发生参数共振的激励频率 f_s 和结束参数共振的激励频率 f_e ,从而在 $\omega \mu$ 平面 上拟合出管道第1阶振型 1/2 次谐波参数共振区域 (结合式(3)可获得 f_s 和 f_e 对应的无量纲圆频率 ω_s 和 ω_e)。

表 3 所示数据为实验中 1 号管在一种流速下的 记录结果和 2 号管在两种不同流速下的记录结果。

表 3 1 号管和 2 号管的实验结果

Tab. 3 Experimental results of pipe No. 1 and pipe No. 2

	$\frac{1 5}{V_1 = 5.60 \text{ m/s}}$		2 号				
μ			$V_1 = 5.$	60 m/s	$V_2 = 4.95 \text{ m/s}$		
	ωs	ω_e	ωs	ω_e	ωs	ω _e	
0.071	_	—	47.61	50.35	48.29	51.72	
0.081	45.25	48.82	—	_	—	_	
0.111	44.36	49.42	43.50	52.06	45.21	52.75	
0.121	43.46	49.72	_	_	_	_	
0.141	42.87	50.31	42.47	52.75	43.50	53.26	
0.162	_	_	42.81	53.09	43.16	53.77	
0.202	41.98	51.20	41.44	53.77	43.16	54.46	

3 实验结果与理论结果的对比

根据表 3 中的结果可以在 ω-μ 平面上拟合出管 道第 1 阶振型 1/2 次谐波参数共振区域,并与式(6) 计算获得的理论结果进行对比,对比结果如图 5,6 所示。在图中"U"型区域内侧均为两端固定管道因 为发生第 1 阶振型 1/2 参数共振而动态失稳的区 域,"U"型区域外侧为动态稳定区域。根据图 5 中



图 5 1号管在 V1 时的实验结果与理论结果对比

Fig. 5 Results comparison between experiment and theory for pipe No. 1 under V_1



图 6 2 号管在 V₁ 和 V₂ 时的实验结果与理论结果对比 Fig. 6 Results comparison between experiment and theory for pipe No. 2 under V₁ and V₂

1 号管在流速 V_1 时的结果以及图 6 中 2 号管在流 速 V_1 和 V_2 时的结果可以发现,实验结果与理论结 果虽存在一定的误差,但是在定性结果上是一致的, 即失稳区域的形状是基本一样的。同时从图 6 中 2 号管在两种流速($V_1 > V_2$)下的理论结果可以发现, 当流速减小时,失稳区域会向右侧移动,而对应的实 验结果也能体现这一变化。以上这些均可以说明本 实验结果与理论规律是相符的。

4 实验结果误差分析

由图 5 和图 6 可以发现,实验结果中的失稳区 域相对于理论结果都向右移动了,即在脉动幅值一 定时,实验中发生参数共振的频率要高于理论计算 结果。经分析,造成这种误差的原因主要有:a.管道 经矫直处理后可能仍存在几何缺陷,如管道在实验 中可能存在微小幅度的正弦或抛物线形状的弯曲, 这些都会使管道第 1 阶固有频率比理想中管道绝对 笔直的理论计算结果要大,且这种微小幅度值越大, 所造成的误差就会越大^[8];b.对管道两端进行固定 时,管道实际处于受拉伸的状态,即一定幅值的预紧 力不可避免,也使得参数共振区域向右移动^[5],与理 论计算中认为预紧力为 0 不同;c.笔者用两端固定 梁的振型函数替代了两端固定输流管的振型函数, 且利用 Galerkin 法时存在模态截断误差;d.实验物 理参数,如流速、管道抗弯刚度等存在测量误差。

同时可以发现,实验结果获得的失稳区域要比 理论计算获得的失稳区域大,这与笔者采用平均法 来求解参数共振区域有一定关系。因为平均法作为 渐进法的一种只能获得共振点附近的信息,而在稍 微远离共振点的地方仍有可能发生参数共振^[5]。另 外,激光测振高精度的特点使管道第1阶模态1/2 次亚谐波共振现象发生和结束时非常微小的现象也 被观测和记录下来,由此得到的实验结果能更准确 和全面地反映出管道参数共振范围,所以在这两种 条件的共同影响下,使得实验共振区域最终大于理 论共振区域。

最后,综合分析主要的实验过程可以发现:管道 的笔直度是一个难以进行精确分析且不能忽略的因 素;激光测振的高精度对微小振动的敏感性使得实 验结果较容易受到外部因素的干扰。

5 结 论

 1)两端固定输流管道在脉动流作用下实际发 生参数共振的区域与平均法的计算结果有一定差 别,这与平均法只能计算共振点附近的参数共振有 关,也与流体平均流速的测量有关。

2) 在允许一些误差存在的前提下,实验结果与 理论分析结果是一致的,这在一定程度上证明了管 道参数共振规律的正确性和本实验方案的可行性。

3) 输流管道的参数共振实验作为非线性振动实验的一种,涉及到众多物理参数(如流体参数)的测量,具有复杂程度高、结果影响因素的特点,因此对该实验进行合理规化和先进技术的应用十分必要。

参考文献

- [1] Paidoussis M P. Fluid-induced instabilities of cylindrical structures [J]. Applied Mechanics Reviews, 1987, 40 (1): 163-175.
- Paidoussis M P, Issid N T. Experiments on parametric resonance of pipes containing pulsatile flow [J].
 ASME Journal of Applied Mechanics, 1976, 43: 198-202.
- [3] Namachchivaya N S. Non-linear dynamics of supported pipe conveying pulsating fluid—1: subharmonic resonance[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 1989,24:185-196.
- [4] Panda L N, Kar R C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 309:375-406.
- [5] Jin Jiduo, Song Zhiyong. Parametric resonances of suppored pipes conveying pulsating fluid[J]. Journal of Fluids and Structures, 2005, 20:763-783.
- [6] 梁峰,金基铎,杨晓东,等. 输流管道参数共振的试验 研究[J]. 振动、测试与诊断,2008,28(4):315-317.
 Liang Feng, Jin Jiduo, Yang Xiaodong, et al. Experimental investigation on parametric resonances of a fluid-c-onveying pipe [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(4): 315-317. (in Chinese)
- [7] Paidoussis M P. Fluid-structure interactions slend-er structure and axial flow: Vol. 1 [M]. New York: Academic Press, 1998: 69-88.
- [8] Wang Lin, Dai Huliang, Qian Qin. Dynamics of simply supported fluid-conveying pipes with geometric impe- rfections [J]. Journal of Fluids and Structures, 2012, 29: 97-106.



第一作者简介:陈兵,男,1976年4月 生,博士、副教授。主要研究方向为大型 复杂机电装备动力学。曾发表《基于多 体动力学理论的履带车辆悬挂特性仿真 研究》(《系统仿真学报》2005年第17卷 第10期)等论文。

E-mail:bingchen9803@ustb.edu.cn