第 34 卷第 4 期
2014 年 8 月

振动、测试与诊断
Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

Vol. 34 No. 4
Aug. 2014

螺纹联轴器的建模及其不对中故障研究*

李凌轩， 姚红良， 刘子良， 闻邦椿
（东北大学机械工程与自动化学院 沈阳，110819）

摘要 由于对柔性联轴器-转子系统进行分析时，常将柔性联轴器等效为轴段单元或直接忽略它的存在，为了探索含有柔性联轴器的转子系统的精确建模方法，选择螺纹联轴器作为研究对象。利用螺纹联轴器对不对中故障较为敏感这一特性，建立了螺纹联轴器-转子系统不对中故障的有限元模型，将螺纹联轴器的高次非线性特性表示为每一增量时间的有效载荷项和有效刚度矩阵的一部分。对一微弱不对中角度 $\alpha=0.25°$ 进行仿真与实验，对比得到轴心轨迹吻合最好时的螺纹联轴器的关键性参数，建立了精确的螺纹联轴器模型，进一步研究了该系统不对中故障。

关键词 转子；不对中；有限元；螺纹联轴器
中图分类号 O322；TH113.1

引 言

在工程实际中，旋转机械的不对中占转子系统故障的 60％以上[1]。转子不对中故障主要包括联轴器不对中和轴承不对中两种情况。大型旋转机械通常由多个转子组成，各转子之间用联轴器联结构成轴系，传递运动和转矩。在实际工程中，这些联轴器多为柔性联轴器，其非线性刚度和阻尼对旋转系统的固有特性和减振效果影响非常大。传统上对联轴器-转子系统进行动力学分析时一般采取两种方法：a. 单轴分析法[2]，即在联轴器处将转子系统分离，忽略了联轴器的影响，对各单个转子分别进行分析与计算；b. 整体分析法[3]，即将由联轴器连接后的整体系统看成一多跨的轴盘系统，将其中的联轴器用等效的轴段（即等效轴法）来代替。这两种方法都必将导致系统的动力学分析结果与实际情况存在偏差，尤其是对其不对中故障的分析。旋转机械系统中柔性联轴器的类型众多，但对于联轴器动力学模型的经典研究并不多见。Xu 等[4]研究了含有万向节联轴器的转子系统的不对中故障，进行了相关实验。孙超等[5]对齿式联轴器联接不对中故障的振动机理及其特征进行了研究。Sarkar 等[6]提出了一种包含 lagrange 乘子的柔性联轴器的非线性有限元模型。刘占生等[7]对转子系统的联轴不对中进行了综述。

为了构建螺纹联轴器的精确模型，笔者利用螺纹联轴器对不对中故障较为敏感这一特性，通过建立螺纹联轴器-转子系统不对中模型，分析了螺纹联轴器对传递扭矩和弯矩的影响进而找出建模的关键性参数，对含有微弱不对中故障进行仿真与实验，确定参数值。

1 构建含螺纹联轴器的转子系统的不对中模型

在转子系统中，电机和转子系统通过柔性联轴器相连，在研究时可以把电机部分从系统中分离出去。构建一个含螺纹联轴器的转子系统的不对中模型，如图 1 所示。其中，α 为不对中角度。

1.1 系统的振动方程

转子系统的不对中故障可以用激励力和力矩来表示，考虑不对中激励力的存在，轴承座及联轴器结合处将对转子系统产生激振力，同时考虑不平衡力作用，得到含柔性联轴器的转子系统具有不对中故障时的力学模型为

$$\boldsymbol{M}\ddot{a}+(\boldsymbol{C}_1+\boldsymbol{C}_2)\dot{a}+\boldsymbol{K}a+\boldsymbol{K}_n=F+Q \tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{M}$ 为结构的整体质量矩阵；$\boldsymbol{C}_1$ 为阻尼矩阵；$\boldsymbol{C}_2$ 为陀螺力矩阵；$\boldsymbol{K}$ 为刚度矩阵；$\boldsymbol{K}_n$ 为引入柔性联轴

* 国家自然科学基金资助项目（51305070）；中央高校基本科研业务费专项资金资助项目（N120323008）；辽宁省教育厅科学技术研究一般资助项目（L2014092）
收稿日期：2012-12-07；修回日期：2013-03-15

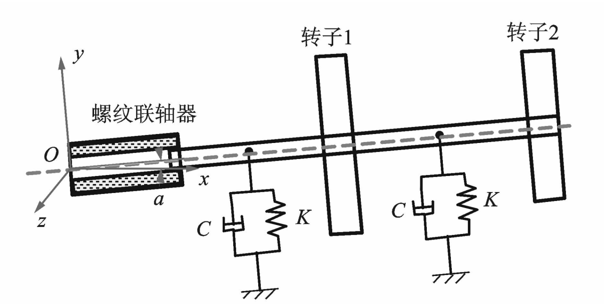


图 1 螺纹联轴器-转子系统的不对中模型

Fig. 1 The misalignment model of flexible coupling-rotor

器时产生的非线性矩阵；F 为广义不对中力；Q 为转子偏心力。

当转子转速为 ω_R 时，Q 的计算公式为

$$Q_i = m_i e \omega_R^2 \tag{2}$$

其中：i 为转子编号，$i=1,2$。

当初始偏心相位为 φ 时，将其分解到坐标轴 y 和 z 方向上，得到

$$\begin{cases} Q_i(y) = m_i e \omega_R^2 \sin(\omega_R t + \varphi) \\ Q_i(z) = m_i e \omega_R^2 \cos(\omega_R t + \varphi) \end{cases} \tag{3}$$

1.2 轴段的有限元模型

根据有限元法，转子系统由弹性轴段单元组成，轴段单元的广义坐标为两端节点的位移，其有限元模型如图 2 所示。

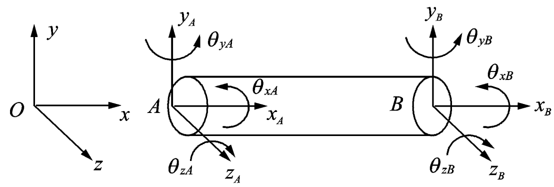


图 2 轴段单元的有限元模型

Fig. 2 The finite element model of segments

通常情况下，仅考虑弯曲变形和扭转变形，忽略轴向变形，则广义坐标可写为

$$\boldsymbol{u}_b = [y_A \quad z_A \quad \theta_{yA} \quad \theta_{zA} \quad y_B \quad z_B \quad \theta_{yB} \quad \theta_{zB}]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

采用有限元法得到相应的移动质量单元矩阵、转动质量单元矩阵、刚度单元矩阵、陀螺力矩矩阵形式[1,8]分别为

$$\boldsymbol{M}_T^e = \frac{\mu l}{420}\begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & 22l & 54 & 0 & 0 & -13l \\ 0 & 156 & -22l & 0 & 0 & 54 & 13l & 0 \\ 0 & -22l & 4l^2 & 0 & 0 & -13l & -3l^2 & 0 \\ 22l & 0 & 0 & 4l^2 & 13l & 0 & 0 & -3l^2 \\ 54 & 0 & 0 & 13l & 156 & 0 & 0 & -22l \\ 0 & 54 & -13l & 0 & 0 & 156 & 22l & 0 \\ 0 & 13l & -3l^2 & 0 & 0 & 22l & 4l^2 & 0 \\ -13l & 0 & 0 & -3l^2 & -22l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}_R^e = \frac{\mu r^2}{120 l}\begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & 3l & -36 & 0 & 0 & 3l \\ 0 & 36 & -3l & 0 & 0 & -36 & -3l & 0 \\ 0 & -3l & 4l^2 & 0 & 0 & 3l & -l^2 & 0 \\ 3l & 0 & 0 & 4l^2 & -3l & 0 & 0 & -l^2 \\ -36 & 0 & 0 & -3l & 36 & 0 & 0 & -3l \\ 0 & -36 & 3l & 0 & 0 & 36 & 3l & 0 \\ 0 & -3l & -l^2 & 0 & 0 & 3l & 4l^2 & 0 \\ 3l & 0 & 0 & -l^2 & -3l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_B^e = \frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 6l & -12 & 0 & 0 & 6l \\ 0 & 12 & -6l & 0 & 0 & -12 & -6l & 0 \\ 0 & -6l & 4l^2 & 0 & 0 & 6l & 2l^2 & 0 \\ 6l & 0 & 0 & 4l^2 & -6l & 0 & 0 & 2l^2 \\ -12 & 0 & 0 & -6l & 12 & 0 & 0 & -6l \\ 0 & -12 & 6l & 0 & 0 & 12 & 6l & 0 \\ 0 & -6l & 2l^2 & 0 & 0 & 6l & 4l^2 & 0 \\ 6l & 0 & 0 & 2l^2 & -6l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}^e=\frac{2\mu r^2}{120l}\begin{bmatrix}0 & -36 & 3l & 0 & 0 & 36 & 3l & 0\\ 36 & 0 & 0 & 3l & -36 & 0 & 0 & 3l\\ -3l & 0 & 0 & -4l^2 & 3l & 0 & 0 & l^2\\ 0 & -3l & 4l^2 & 0 & 0 & 3l & -l^2 & 0\\ 0 & 36 & -3l & 0 & 0 & -36 & -3l & 0\\ -36 & 0 & 0 & -3l & 36 & 0 & 0 & -3l\\ -3l & 0 & 0 & l^2 & 3l & 0 & 0 & -4l^2\\ 0 & -3l & -l^2 & 0 & 0 & 3l & 4l^2 & 0\end{bmatrix}$$

其中：l 为单元的长度；EI 为抗弯刚度；μ 为单位长度的质量；r 为单元半径；$I_x=J_x\dfrac{60l}{\mu r^2}$；$k_\theta=\dfrac{G}{I_p}\dfrac{l^3}{EI}$；$J_x$ 为转动惯量；G 为剪切模量；I_p 为截面矩。

1.3　螺纹联轴器的有限元模型

实验与仿真中所用的柔性联轴器为螺纹联轴器。文献[9]认为其刚度具有三次非线特性，参考螺旋弹簧的特性，也常具有三次或者多次非线性刚度特性。鉴于此，在建立螺纹联轴器的有限元模型时，一方面将其简化为材料密度较低的空心轴段；另一方面考虑其存在高次非线性项（暂假定为 p 次）对传递弯矩和扭矩的影响，根据有限元法其非线性刚度项 $\boldsymbol{K}_n$ 表示为

$$\boldsymbol{K}_n=a\begin{bmatrix}(y_1-y_2)^p\\ (\theta_{y1}-\theta_{y2})^p\\ -(y_1-y_2)^p\\ -(\theta_{y1}-\theta_{y2})^p\\ (z_1-z_2)^p\\ (\theta_{z1}-\theta_{z2})^p\\ -(z_1-z_2)^p\\ -(\theta_{z1}-\theta_{z2})^p\end{bmatrix}\tag{5}$$

其中：a 为修正常数。

由于使用有限元法建模提高了计算精度，但涉及的自由度偏多，Runge-Kutta-Fehhberg 算法难以对这类多自由度系统求解，单纯的 Wilson-θ 法只能对多自由度线性方程求解，因此在 Wilson-θ 法的基础上加入 Newton-Raphson 迭代法，此时算法具有较快的收敛速度和较好的收敛性。当以位移为未知量使用 Wilson-θ[10] 和 Newton-Raphson 迭代法时，式(5)中的 $\boldsymbol{K}_n$ 项将作为每一增量时间的有效载荷项的一部分。同时，在计算每一增量时间的有效增量载荷时，式(5)又作为有效刚度矩阵的一部分，用 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{eff}}$ 表示为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{eff}}=a\frac{48EI}{L^3}\begin{bmatrix}\boldsymbol{k}_1 & 0\\ 0 & \boldsymbol{k}_2\end{bmatrix}\tag{6}$$

其中

$$\boldsymbol{k}_1=\begin{bmatrix}p(y_1-y_2)^{p-1} & 0 & -p(y_1-y_2)^{p-1} & 0\\ 0 & p(\theta_{y_1}-\theta_{y_2})^{p-1} & 0 & -p(\theta_{y_1}-\theta_{y_2})^{p-1}\\ -p(y_1-y_2)^{p-1} & 0 & p(y_1-y_2)^{p-1} & 0\\ 0 & -p(\theta_{y_1}-\theta_{y_2})^{p-1} & 0 & p(\theta_{y_1}-\theta_{y_2})^{p-1}\end{bmatrix}\tag{7}$$

$$\boldsymbol{k}_2=\begin{bmatrix}p(z_1-z_2)^{p-1} & 0 & -p(z_1-z_2)^{p-1} & 0\\ 0 & p(\theta_{z_1}-\theta_{z_2})^{p-1} & 0 & -p(\theta_{z_1}-\theta_{z_2})^{p-1}\\ -p(z_1-z_2)^{p-1} & 0 & p(z_1-z_2)^{p-1} & 0\\ 0 & -p(\theta_{z_1}-\theta_{z_2})^{p-1} & 0 & p(\theta_{z_1}-\theta_{z_2})^{p-1}\end{bmatrix}\tag{8}$$

1.4　由螺纹联轴器引起的不对中力和力矩

如图 1 所示的悬臂转子模型，由于联轴器不对中，造成转子系统的中心线与电机转轴所在的水平面的夹角为 α，电机的转矩 T 和两个转子的不平衡力的切向分量 Q_{t1} 和 Q_{t2} 都将直接作用于转子的旋转运动，建立系统的欧拉运动方程[4]，得到

$$T\cos\alpha-\sum_{i=1}^{2}Q_{ti}e_i=\varepsilon_R\sum_{i=1}^{2}I_{Ri}\tag{9}$$

其中：I_{Ri} 为第 i 个转子的极转动惯量。

转子的偏心以及柔性联轴器的不对中造成的弯距在 y 和 z 方向的分量将作用在转子与电机连接处的节点上，式(9)变为

$$\begin{cases}T_y=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\mathrm{Re}\left[-\mathrm{j}J_{2n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2n\omega_M t}\right]\\ T_z=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\mathrm{Re}\left[-\mathrm{j}L_{2n}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2n\omega_M t}\right]\end{cases}\tag{11}$$

其中

$$\begin{cases}J_{2n}=(-1)^{n+1}\omega_M^2B_{2n}\tan\alpha\cos\beta\sum\limits_{i=1}^{2}(I_{Ri}+m_ie_i^2)\\ L_{2n}=(-1)^{n+1}\omega_M^2B_{2n}\tan\alpha\sin\beta\sum\limits_{i=1}^{2}(I_{Ri}+m_ie_i^2)\end{cases}\tag{11}$$

受质量偏心和联轴器角度不对中的影响,其不对中力表示为

$$F=\mathrm{Re}[\boldsymbol{U}_R e^{j\omega_R t}]+\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{Re}[\boldsymbol{H}_{2n}e^{j2n\omega_M t}] \tag{12}$$

其中

$$\begin{cases}\boldsymbol{U}_R=[0,\cdots,F_u,-jF_u,0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{H}_{2n}=[0,\cdots,0,-jJ_{2n},-jL_{2n}]^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{13}$$

2 实验与仿真研究

2.1 螺纹联轴器-转子实验台的构建

利用Bently RK-4转子实验台构建图1中所示螺纹联轴器-转子实验台,如图3所示。研究时把电机部分从系统中分离出去,对图3所示系统进行轴段划分,各段的参数如表1所示。其中,系统划分为16个轴段,故计算模型有17个节点。第1轴段为螺纹联轴器,密度为1 600 kg/m³,其他轴段密度为7 850 kg/m³。联轴器和轴的弹性模量分别为2.05 GPa和210 GPa。轴承所在位置(即支撑节点)为3号和11号节点,支撑刚度为6×10^6 N/m,支撑阻尼为6×10^4 N·s/m。偏心质量位于7号节点和14号节点,偏心量分别为$m_4=2\times10^{-5}$ m和$m_{14}=1\times10^{-5}$ m,初始偏心相位均为0°。

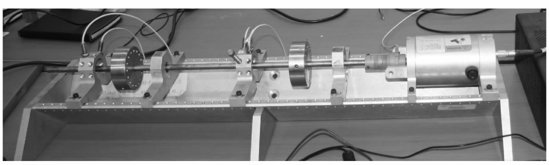


图3 螺纹联轴器-转子实验台构架图

Fig. 3 The general view of the experimental coupling-rotor system

表1 轴段单元的参数

Tab. 1 The lengths and the diameters of the segments

轴段编号	长度/mm	外径/mm	内径/mm
1	50	12.5	5
2	50	5	0
3	50	5	0
4	50	5	0
5	40	5	0
6	10	40	0
7	10	40	0
8	40	5	0
9	50	5	0
10	50	5	0
11	50	5	0
12	40	5	0
13	10	40	0
14	10	40	0
15	40	5	0
16	50	5	0

2.2 利用仿真与实验确定螺纹联轴器关键性参数

笔者建立的螺纹联轴器模型含有两个关键性参数a和p,见式(5)~(8),参数a修正常数,在研究的过程中其值可以根据不同工况予以改变。选择两种工况(600 r/min,1 200 r/min)进行分析,待确定参数为a_{600},$a_{1\,200}$和p。取某一不对中角度值$p=1$,2,3,4以及不同的a值进行数值计算,将仿真得到的节点轴心轨迹与实验的轴心轨迹进行对比,观察轴心轨迹的重合情况。

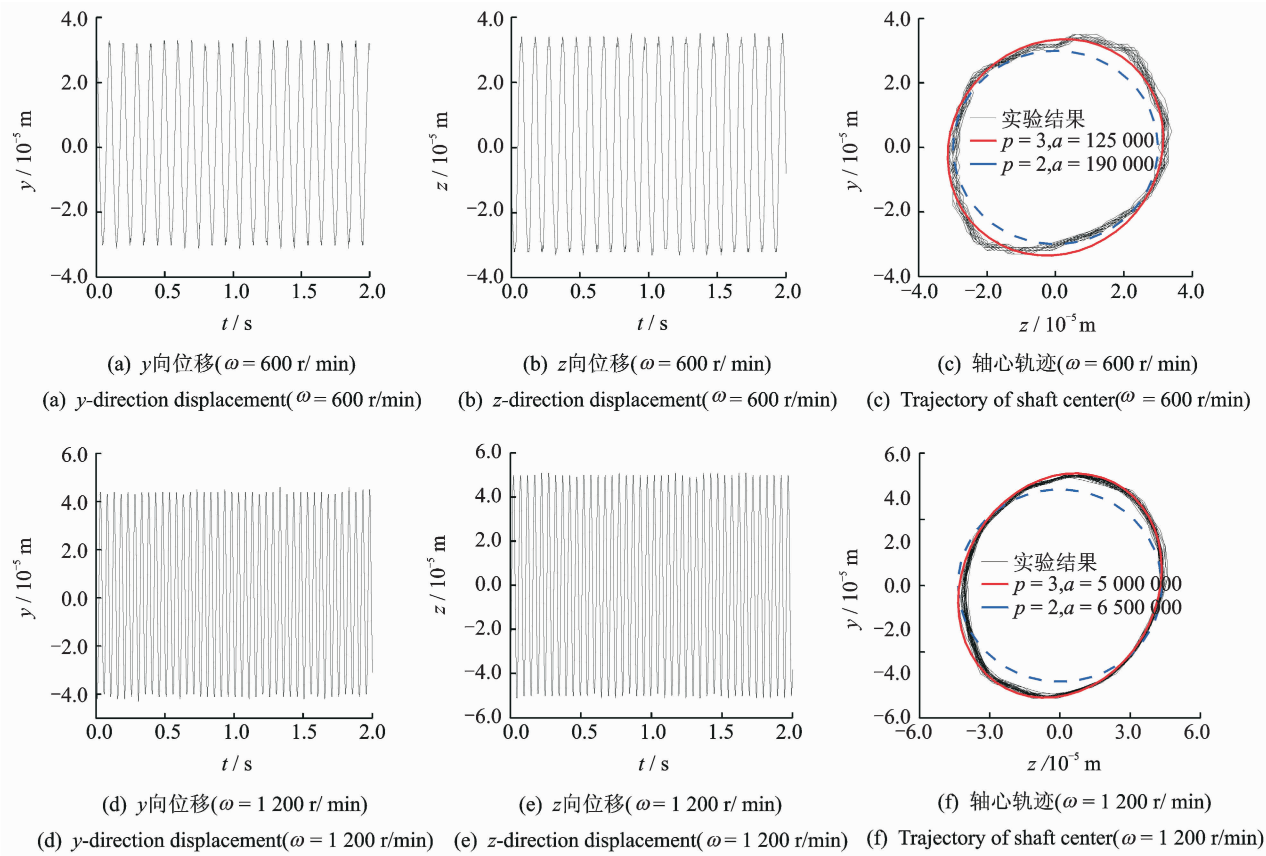
现给系统中一微弱不对中角度$\alpha=0.25°$,一方面做该不对中角度下的实验研究,另一方面取$p=1,2,3,4$及不同a值进行仿真。当所有节点每个步长的实验响应值的平方和与所有节点每个仿真步长的响应值的平方和之差最小时,得出最佳p,a值。经过多次修正参数值后发现:$p=2$时a的最佳值分别为$a_{600}=1.9\times10^5$,$a_{1\,200}=6.5\times10^5$;$p=3$时a的最佳值分别为$a_{600}=1.25\times10^5$,$a_{1\,200}=4\times10^5$。图4为12号节点(距联轴器始端的距离为450 mm)的仿真结果与实验结果的吻合情况。

从图4可以看到:在转速为600 r/min及1.2 kr/min以下、$p=3$,$a_{600}=1.25\times10^5$,$a_{1\,200}=4\times10^5$时,仿真与实验得到的轴心轨迹吻合最好。进口的Bently RK-4转子实验台精度较高,数值解与与实验数据能够吻合实属不易。这也说明在含有螺纹联轴器的转子系统中,采用单轴分析法忽略了联轴器的影响以及采用整体分析法简单地将其简化为轴段单元都不能反映螺纹联轴器的真实特性。

2.3 螺纹联轴器-转子系统的不对中故障分析

取螺纹联轴器的两个最佳参数值对包含螺纹联轴器的转子系统出现不对中故障时进行仿真。当$\omega_M=600$ r/min时,图5为$\alpha=3°$,12号节点的y,z方向位移随时间变化的曲线及轴心轨迹图。图6为$\alpha=1°,2°,5°$,时,12号节点的轴心轨迹图。图7为$\omega_M=600$ r/min,$\alpha=1°,2°,3°,4°,5°$时,12号节点的FFT结果。图8为$\alpha=3°$,$\omega_M=1\,200$ r/min时,所有节点的快速傅里叶变换结果。

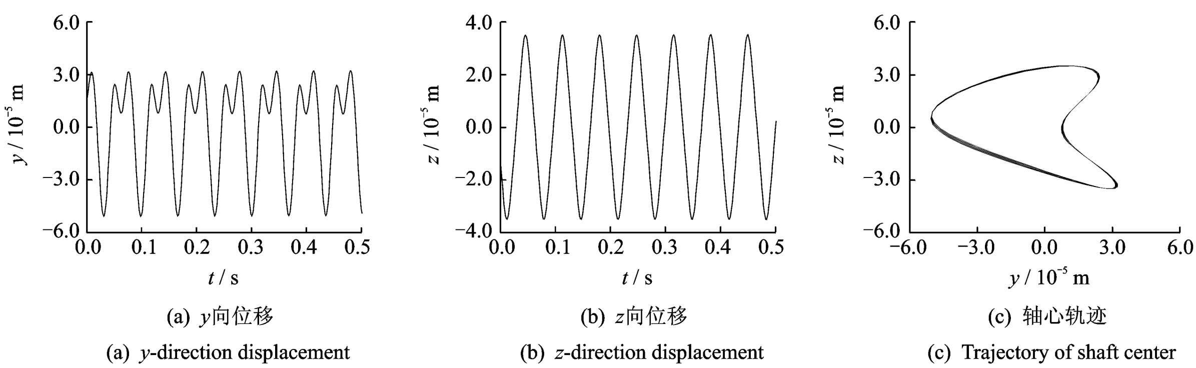
从图5和图6可以看出,随着不对中角度的增加,12号节点的轴心轨迹越来越不规范,系统越来



(a) y向位移(ω = 600 r/ min)
(a) y-direction displacement(ω = 600 r/min)
(b) z向位移(ω = 600 r/ min)
(b) z-direction displacement(ω = 600 r/min)
(c) 轴心轨迹(ω = 600 r/ min)
(c) Trajectory of shaft center(ω = 600 r/min)
(d) y向位移(ω = 1 200 r/ min)
(d) y-direction displacement(ω = 1 200 r/min)
(e) z向位移(ω = 1 200 r/ min)
(e) z-direction displacement(ω = 1 200 r/min)
(f) 轴心轨迹(ω = 1 200 r/ min)
(f) Trajectory of shaft center(ω = 1 200 r/min)

图 4　仿真与实验对比分析(12 号节点)

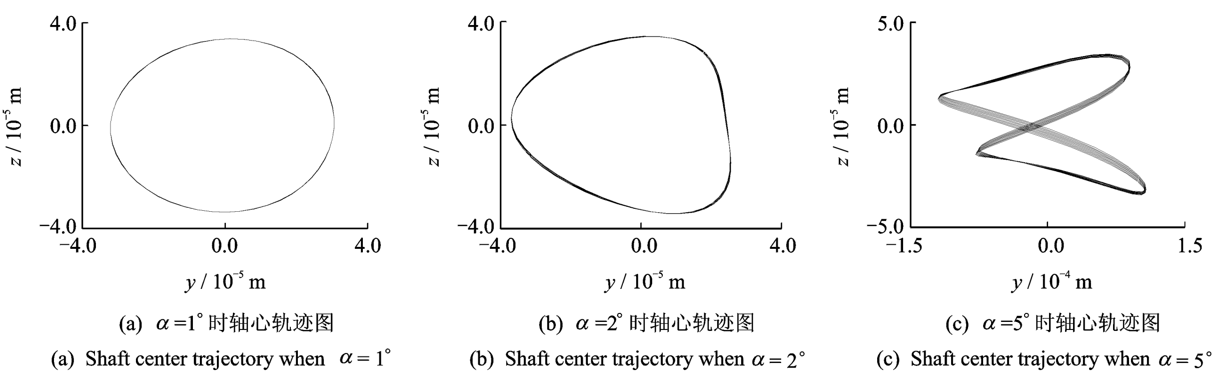
Fig. 4　The simulation results and the experimental result of node 12＃



(a) y向位移
(a) y-direction displacement
(b) z向位移
(b) z-direction displacement
(c) 轴心轨迹
(c) Trajectory of shaft center

图 5　12 号节点运动规律(ω_M＝ 600 r/min，α＝3°)

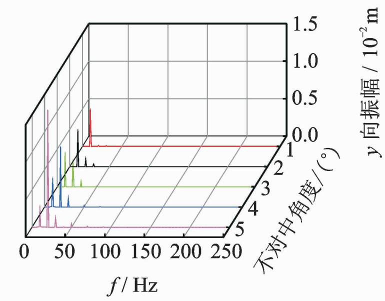
Fig. 5　The vibration signal of node 12 when ω_M＝600 r/min，α＝3°



(a) α =1° 时轴心轨迹图
(a) Shaft center trajectory when α = 1°
(b) α =2° 时轴心轨迹图
(b) Shaft center trajectory when α = 2°
(c) α =5° 时轴心轨迹图
(c) Shaft center trajectory when α = 5°

图 6　不对中时，12 号节点的轴心轨迹图(ω_M＝600 r/min)

Fig. 6　The shaft center trajectory of node 12＃ when ω_M＝600 r/min



(a) y向振幅

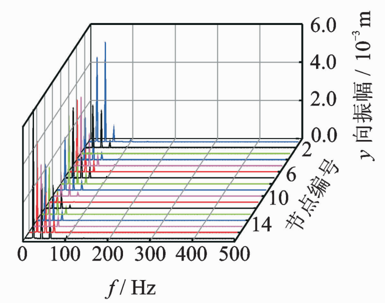
(a) y-direction amplitude

(b) z向振幅

(b) z-direction amplitude

图 7　12 号节点的 FFT 结果

Fig. 7　The vibration responses (node 12＃) when $\omega_M=600$ r/min, $\alpha=3°$



(a) y向振幅

(a) y-direction amplitude

(b) z向振幅

(b) z-direction amplitude

图 8　全节点的 FFT 结果($\omega_M=1\ 200$ r/min, $\alpha=3°$)

Fig. 8　The vibration responses when $\omega_M=1\ 200$ r/min, $\alpha=3°$

越不稳定；尤其 y 向(即垂直方向)变化最为明显。这主要是由于转子系统出现不对中故障时，重力方向与轴向存在一定角度，螺纹联轴器对其极为敏感，造成激振力变化较大，这与图 7 显示的频率随振幅变化规律相吻合。从图 7 可以看出，随着不对中角度的增加，两个方向的 2 倍频、3 倍频、5 倍频响应越来越明显。仿真表明，$\omega_M=600$ r/min 时系统的不对中角度不宜超过 2°，当 $\alpha=3°$ 时，轴心轨迹发生明显变化，不再是较规律的圆形或椭圆形。当 $\alpha=7°$ 时，该系统彻底无法正常运行。从图 8 可以看出，在系统出现不对中时，不同位置系统的响应不尽相同，轴承附近运动较为稳定。对比图 7 和图 8 中频率振幅值的大小可以看出，在相同不对中角度下，转速越高，系统振动越来越明显。

3　结束语

利用螺纹联轴器对不对中较为敏感这一特性，基于有限元法建立了螺纹联轴器-转子系统不对中模型，得到系统的质量矩阵、阻尼矩阵、陀螺力矩阵和刚度矩阵等。在求解的过程中，将螺纹联轴器的高次非线性特性表示为每一增量时间的有效载荷项和有效刚度矩阵的一部分。通过给系统一个微弱不对中角度 $\alpha=0.25°$，在不同的转速下进行仿真与实验对比，得到螺纹联轴器的关键性特性参数。实验所用的螺纹联轴器当 $\omega_M=600$ r/min 时，$p=3$，$a_{600}=1.25\times10^5$，当 $\omega_M=1\ 200$ r/min 时，$p=3$，$a_{1\ 200}=4\times10^5$。对该系统的不对中故障进行仿真，进一步说明了螺纹联轴器对其不对中故障极为敏感。本研究的不足在于仅对特定型号的转子实验台上特定的联轴器进行研究，缺乏具有普适性的模型。

参　考　文　献

[1]　韩清凯，于涛，王德友，等. 故障转子系统的非线性振动分析与诊断方法[M]. 北京：科学出版社，2010：7-9.

[2]　Redmond I. Study of a misaligned flexibly coupled

shaft system having nonlinear bearings and cyclic coupling stiffness-theoretical model and analysis[J]. Journal of Sound and Vibration，2010，329(6)：700-720.

[3] Lee Y S，Lee C W. Modelling and vibration analysis of misaligned rotor-ball bearing systems[J]. Journal of Sound and Vibration，1999，224(1)：17-32.

[4] Xu M，Marangoni R D. Vibration analysis of a motor-flexible coupling-rotor system subject to misalignment and unbalance，part I：theoretical model and analysis [J]. Journal of Sound and Vibration，1994，76(5)：663-679.

[5] 孙超，韩捷，关惠玲，等. 齿式联轴器联接不对中振动机理及特征分析[J]. 振动、测试与诊断，2004，24(3)：229-231.
Sun Chao，Han Jie，Guan Huiling，et al. Analysis of force，motion and vibration of gear coupling with misalignment[J]. Journal of Vibration，Measurement & Diagnosis，2004，24(3)：229-231. (in Chinese)

[6] Sarkar S，Wandi A，Neogy S，et al. Finite element analysis of misaligned rotors on oil-film bearings[J]. Sadhana，2010，35(1)：45-61.

[7] 刘占生，赵广，龙鑫. 转子系统联轴器不对中研究综述[J]. 汽轮机技术，2007，49(5)：321-325.
Liu Zhansheng，Zhao Guang，Long Xin. Survey of the research on coupling with misalignment of rotary machinery[J]. Turbine Technology，2007，49(5)：321-325. (in Chinese)

[8] 姚红良，李鹤，李小彭，等. 旋转机械局部故障力的模型诊断及瞬时故障力识别[J]. 机械工程学报，2007(1)：120-124.
Yao Hongliang，Li He，Li Xiaopeng，et al. Diagnosis of local fault and identification of transient fault force in rotating machinery[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering，2007(1)：120-124. (in Chinese)

[9] 马建敏，韩平畴. 柔性联轴器刚度非线性对扭转振动的影响[J]. 振动与冲击，2005(4)：6-8.
Ma Jianmin，Han Pingchou. Influence of nonlinear stiffness of flexible coupling on torsional vibration[J]. Journal of Vibration and Shock，2005(4)：6-8. (in Chinese)

[10] 张义民. 机械振动[M]. 北京：清华大学出版社，2007：239-240.

第一作者简介：李凌轩，1984 年 11 月生，博士、讲师。主要研究方向为转子动力学、振动利用工程和复杂网络。曾发表《基于 ANSYS 分析客运列车固有振动特性对人的影响》(《振动与冲击》2011 年第 1 期)等论文。
E-mail：lingxuan@mail.neu.edu.cn