

栓接结合部迟滞非线性建模与辨识方法^{*}

李 玲¹, 蔡安江¹, 阮晓光¹, 蔡力钢²

(1. 西安建筑科技大学机电工程学院 西安, 710055)

(2. 北京工业大学机械工程与应用电子技术学院 北京, 100124)

摘要 由于栓接结合部是导致结构发生复杂非线性特性的主要因素,而对栓接结合部的传统处理方法往往忽略结合部的非线性特性或采用等效线性化的数学方法来建模,造成无法准确分析和研究栓接结合部的非线性动力行为。通过实验研究结合部上微凸体间相互挤压、搓动引起的能量耗损机理,运用 Iwan 模型描述栓接结合部的迟滞非线性现象。在准静态条件下获得力-位移实验数据,利用无约束非线性优化方法和 Newton 迭代法辨识出 Iwan 模型中的未知参数,从而获得随外载荷幅值变化下的迟滞非线性特性,并与实验结果进行比较。结果表明,利用 Iwan 模型能够准确反映出栓接结合部所表现出的能量迟滞机理和非线性行为。

关键词 栓接结合部;迟滞非线性;Iwan 模型;参数辨识

中图分类号 TH113; TB123

引 言

栓接结合部的存在造成了结构局部刚度和阻尼的不连续。在振动环境下,结合部在切向可能发生相对滑移,在法向可能发生间隙分离和冲击碰撞。滑移形式既包括只发生在结合部局部区域上的微观尺度上的滑移,又有结合部整体相对运动的宏观尺度上的滑动。间隙和碰撞形式也既包括微观尺度上的拍击,还有宏观尺度上的分离碰撞。黏着-滑动和间隙-碰撞是栓接结合部在振动环境下两种典型的非线性行为^[1]。针对栓接结合部的非线性结构动力学问题,通常是基于线性化思想,要么忽略螺栓结合部特性,要么将连接等效为线性弹簧和线性阻尼单元组合的形式,然后采用模型修正、实验辨识等方法给出弹簧单元和阻尼单元的参数^[2-3]。这种方法忽略了螺栓结合部的非线性本质,而简单地将复杂的黏着-滑动和间隙-碰撞行为的效果用线性化的刚度和阻尼来模拟,从而使得该方法必须立足于实验,且通常适用范围也只是对应于实验条件,无法满足面向设计的动力学预测的要求^[4]。此外,等效线性化的方法不能够描述结合部能量耗散的机理,无法解释实验观测中大量复杂的非线性响应现象。因此,更合理地连接结构动力学分析必须建立在非线性连接动力学模型的基础上。

Iwan 模型是首先是由 Iwan 于 1966 年提

出^[5-6],后经 Segalman^[7-8], Royston^[9], Song 等^[1,10]的发展,将其应用在栓接结合部中。Segalman 从唯象模拟的角度出发,阐述结合部的非线性动力学模型应是一种低维的、能充分反映结合部粘滑行为机理等的易于计算的数学模型。Royston 通过 Iwan 模型分析和数值模拟了栓接结合部的特性。Song 等^[11]提出一种改进的 Iwan 模型,用于模拟连接面上随外载荷非线性变化的粘滑行为。Quinn 等^[12]利用串联的 Iwan 模型等效栓接结合部的黏着-滑动和间隙-碰撞的非线性现象。Ivan 等^[13]基于 Kragelsky-Demkin 理论模型建立了栓接结合部的本构模型。

笔者运用 Iwan 模型描述栓接结合部的迟滞非线性行为,通过实验研究结合部上微凸体间相互挤压、搓动引起的能量耗损现象。通过在准静态条件下获得的力-位移实验数据进行参数辨识,获得随外载荷幅值变化下的迟滞非线性特性,并与实验结果进行比较。结果表明,利用 Iwan 模型能够反映出栓接结合部所表现出的能量迟滞机理和非线性行为。

1 Iwan 模型

1.1 本构方程

典型的 Iwan 模型是由一系列弹簧-滑块单元组

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51305327);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20136120120020);陕西省自然科学基金资助项目(2014JQ7270)。

收稿日期:2012-11-01;修回日期:2012-12-27

合(串联或并联)的方式来描述结合部上渐进的多尺度行为。如图 1 所示,将栓接结合部等效为无质量系统,并将模型等效为 n 个弹簧-滑块单元(即 Jenkins 单元)并联。 $u(t)$ 表示 Iwan 模型整体位移, $x(t, \varphi)$ 表示 Jenkins 单元的位移, φ_i 为每个 Jenkins 单元上发生滑移时的临界力。根据文献[5-6],每个 Jenkins 单元的刚度 k_i 和长度 l_i 分别取相等的值 k 和 $l_i/n, i=1, 2, \dots, n$, 各 Jenkins 单元上的临界摩擦力 φ_i 不相等。Iwan 模型的本构方程^[8]为

$$F(t) = \int_0^\infty \rho(\varphi) [u(t) - x(t, \varphi)] d\varphi \quad (1)$$

滑动位移为

$$\dot{x}(t, \varphi) = \begin{cases} \dot{u} \| u(t) - x(t, \varphi) \| = \varphi & (\dot{u} [u(t) - x(t, \varphi)] > 0) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\varphi = \varphi' / k; \rho(\varphi) = k^2 \rho(k\varphi), x(t, \varphi) = x'(t, \varphi), \rho(\varphi)$ 表示 Jenkins 单元的密度分布, 确保 $\| u(t) - x(t, \varphi) \| \leq \varphi$ 。

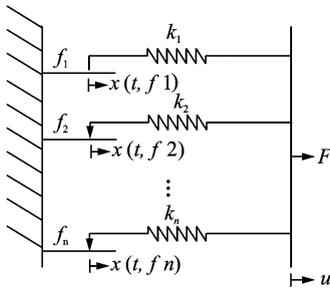


图 1 Iwan 模型
Fig.1 Iwan Model

通过 Dirac delta 函数, $\rho(\varphi)$ ^[7] 表示为

$$\rho(\varphi) = R\varphi^\lambda [H(\varphi) - H(\varphi - \varphi_{\max})] + S\delta(\varphi - \varphi_{\max}) \quad (3)$$

其中: φ_{\max} 数值上等于 u_s ; 系数 S 表示在区间 $[u_s, F_s]$ 上单调牵引特性曲线的斜率下降为零时的一个定值; $H(\cdot)$ 表示 Heaviside step 函数; λ 为需要辨识的无量纲参数; δ 表示 Dirac delta 函数。

设宏观滑移下每个 Jenkins 单元的滑移量为

$$\varphi = u(t) - x(t, \varphi) \quad (4)$$

根据式(1), 对于整个 Jenkins 单元宏观滑移的作用力^[8] F_s 可表示为

$$F_s = \int_0^\infty \varphi \rho(\varphi) d\varphi = \int_0^{\varphi_{\max}} R\varphi^{\lambda+1} d\varphi + S\varphi_{\max} = \frac{R\varphi_{\max}^{\lambda+2}}{\lambda+2} + S\varphi_{\max} = \varphi_{\max} \frac{R\varphi_{\max}^{\lambda+1}}{\lambda+1} \left[\frac{\lambda+1}{\lambda+2} + \beta \right] \quad (5)$$

$$\beta = \frac{S(\lambda+1)}{R\varphi_{\max}^{\lambda+1}} \quad (0 \leq \beta < \infty) \quad (6)$$

根据式(5)可得

$$R = \frac{F_s(\lambda+1)}{\varphi_{\max}^{\lambda+2} \left[(\lambda+1)/(\lambda+2) + \beta \right]} \quad (7)$$

根据式(6)可得

$$S = \frac{\beta R \varphi_{\max}^{\lambda+1}}{\lambda+1} = \frac{\beta \varphi_{\max}^{\lambda+1}}{\lambda+1} \cdot \frac{F_s(\lambda+1)}{\varphi_{\max}^{\lambda+2} \left[(\lambda+1)/(\lambda+2) + \beta \right]} = \frac{F_s}{\varphi_{\max}^{\lambda+2}} \cdot \frac{\beta}{\left[(\lambda+1)/(\lambda+2) + \beta \right]} \quad (8)$$

将 $\rho(\varphi)$ 代入式(1), 得到

$$F(t) = \int_0^{u_{\max}} \rho(\varphi) [u(t) - x(t, \varphi)] d\varphi + \int_{u_{\max}}^\infty \rho(\varphi) d\varphi = \int_0^{\varphi_{\max}} R\varphi^\lambda [u(t) - x(t, \varphi)] d\varphi + S[u(\varphi_{\max}) - x(t, \varphi_{\max})] \quad (9)$$

当 $t=0$ 时, 在 Jenkins 单元没有滑移现象 ($x(t, \varphi)=0$), 即在很小外力作用下栓接结合部的准静态刚度可表示为

$$K_T = \int_0^\infty \rho(\varphi) d\varphi = \frac{R\varphi_{\max}^{\lambda+1}}{\lambda+1} + S = \frac{R\varphi_{\max}^{\lambda+1}}{\lambda+1} (1 + \beta) = \frac{F_s(\beta+1)}{\varphi_{\max} \left[(\lambda+1)/(\lambda+2) + \beta \right]} \quad (10)$$

根据式(10)可将 φ_{\max} 表示为

$$\varphi_{\max} = \frac{F_s(\beta+1)}{K_T \left[(\lambda+1)/(\lambda+2) + \beta \right]} \quad (11)$$

因为 λ 和 β 为无量纲, F_s 能够直接被测量或计算出来, 所以对所建立的栓接结合部模型需通过参数辨识的方法获取未知参数 λ, β, F_s 和 φ_{\max} 。

1.2 迟滞曲线

当 $k=1$ 时, Iwan 模型就是 Masing 模型, 所以 Masing 模型可以被 Iwan 模型所替代, 即栓接结合部的迟滞非线性模型遵循 Masing 准则: a. 卸荷或重新加荷时力-位移(应力-应变)曲线形状与初始加载曲线相同, 但扩大两倍; b. 每一循环加载曲线起始点的切线斜率(正切模量)等于初始加载曲线起始点的切线斜率。

根据 Masing 准则以及式(3)和式(9), 可得

$$f(s) = \frac{F(s\varphi_{\max})}{F_s} = \frac{s(\beta\lambda + 2\beta + \lambda + 2 - s^{\lambda+1})}{\beta\lambda + 2\beta + \lambda + 1} \quad (12)$$

其中: $s = u/\varphi_{\max}$, 表示位于迟滞环的最大位移处; λ 和 β 为无量纲参数需通过实验数据进行辨识。

根据 Masing 准则, 整个过程的力-变形关系如图 2 所示, 上曲线可以通过 (x_0, f_0) 表示为

$$f_u(s) = f(s_0) - 2f \left[(s_0 - s)/2 \right] \quad (13)$$

Masing 准则表明, 切向载荷从 $-F_0$ 一直增加, 上下曲线的相互关系为

$$f_d(s) = -f_u(-s) \quad (14)$$

下曲线可表示为

$$f_d(s) = -f(s_0) + 2f[(s_0 - s)/2] \quad (15)$$

根据式(12),(13)和式(15)获得栓接结合部迟滞曲线。

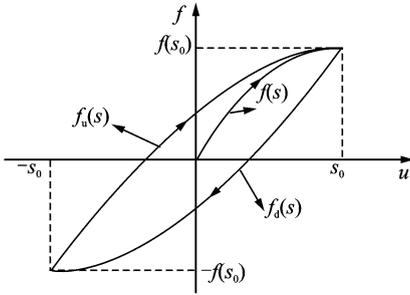


图2 遵循 Masing 假设的迟滞环

Fig. 2 Schematic of a hysteresis loop which obeys Masing's hypothesis

2 参数辨识

外加幅值为 F_0 的正弦力 ($F(t) = F_0 \sin(\omega t)$) 代入式(9)求解非线性积分方程的难度较大,所以采用 $u(t) = u_0 \sin(t)$ 求解整个周期的能量耗散和幅值 F_0 。

Jenkins 单元的位移变化量为 $x(t, \varphi) = u_0 - \varphi$, 对于 $u_0 \leq \varphi_{\max}$, 每周期的能量耗散为 $4(u_0 - \varphi)\varphi$ 。每周期的净耗散量为

$$D = \int_0^{u_0} 4[u(t) - x(t, \varphi)]\varphi \rho(\varphi) d\varphi \quad (16)$$

式(16)描述的栓接结合部能量耗散并没假设是在小位移下的结果,根据式(9)和 $u_0 < \varphi_{\max}$ 得到每周能量耗散为

$$D = \frac{4Ru_0^{\lambda+3}}{(\lambda+3)(\lambda+2)} = \gamma^{\lambda+3} \frac{4R\varphi_{\max}^{\lambda+3}}{(\lambda+3)(\lambda+2)} = \frac{4\gamma^{\lambda+3} F_s^2 (\beta+1)(\lambda+1)}{K_T [(\lambda+1)/(\lambda+2) + \beta]^2 (\lambda+3)(\lambda+2)} \quad (17)$$

其中: $\gamma = u_0 / \varphi_{\max}$ 。

假设在每个周期内,作用力 F_0 所产生的最大位移为 φ_{\max} , 则

$$F_0 = \int_0^{u_0} \varphi \rho(\varphi) d\varphi + u_0 \int_{u_0}^{\varphi_{\max}} \rho(\varphi) d\varphi = \frac{Ru_0^{\lambda+2}}{\lambda+2} + u_0 S + u_0 R \frac{\varphi_{\max}^{\lambda+1}}{\lambda+1} - \frac{Ru_0^{\lambda+2}}{\lambda+1} = u_0 \left(S + R \frac{\varphi_{\max}^{\lambda+1}}{\lambda+1} \right) - \frac{Ru_0^{\lambda+2}}{(\lambda+2)(\lambda+1)} \quad (18)$$

根据式(5),(11)和式(18)可得

$$F_0 = u_0 \left[\frac{F_s \beta}{\varphi_{\max} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda+2} + \beta \right)} + \frac{\varphi_{\max}^{\lambda+1} F_s (\lambda+1)}{(\lambda+1) \varphi_{\max}^{\lambda+2} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda+2} + \beta \right)} \right] -$$

$$\frac{F_s (\lambda+1)}{\varphi_{\max}^{\lambda+2} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda+2} + \beta \right)} \cdot \frac{u_0^{\lambda+2}}{(\lambda+2)(\lambda+1)} \quad (19)$$

对式(19)无量纲化后,得到

$$\frac{F_0}{F_s} = \gamma \frac{(\beta+1) - \frac{\gamma^{\lambda+1}}{(\lambda+2)}}{\beta + \frac{(\lambda+1)}{(\lambda+2)}} \quad (20)$$

根据式(17)和式(20),可得

$$\frac{\partial \ln(D)}{\partial \ln(F_0/F_s)} = \frac{\partial D / \partial u_0}{D} / \frac{\partial F_0 / \partial u_0}{F_0} = (\chi+3) \frac{(\beta+1) - \gamma^{\chi+1}/(\chi+2)}{\beta - \gamma^{\chi+1} + 1} \quad (21)$$

根据式(21),当 u_0 趋近于零, $F_0 \approx u_0 K_T$ 时,则

$$\frac{\partial \ln(D)}{\partial \ln(F_0)} = \chi + 3 \quad (22)$$

当 u_0 趋近于 φ_{\max} , $F_0 \approx F_s$ 时,则

$$\frac{\partial \ln(D)}{\partial \ln(F_0)} = \frac{(\chi+3) [\beta + (\chi+1)/(\chi+2)]}{\beta} \quad (23)$$

根据式(19)得到最大幅值振动时的割线刚度为

$$K(r) = \frac{F_0}{u_0} = K_T \left[1 - \frac{r^{\chi+1}}{(\chi+2)(\beta+1)} \right] \quad (24)$$

通常有两种辨识方法,一种是采用手动的方法,另一种是自动编程实现的辨识方法^[8]。手动方法直观,但不具有鲁棒性,所以采用编程的手段实现参数辨识。主要思路为根据式(17),(20),利用 Matlab 优化工具箱中的 fminsearch 函数推导 $\lambda(K_T)$ 和 $\beta(K_T)$, 获得栓接结合部在外界力的作用下每个迟滞环的能量耗散。根据式(20),(24)求 $F_s, K_T, \lambda(K_T)$ 和 $\beta(K_T)$, 利用 Newton 迭代法辨识 K_T 。

3 算例

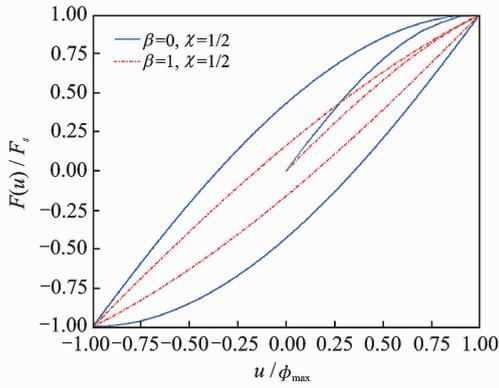
3.1 迟滞模型仿真

根据式(12),(13)和式(15),已知 $s_0 = 1, s = -1 : 0.002 : 1$ 。当 $\beta = 0, \chi = 1/2$ 和 $\beta = 1, \chi = 1/2$ 时,仿真结果如图 3(a)所示。当 $\beta = -1/2, \chi = 1$ 和 $\beta = 1/2, \chi = -1/2$ 时,仿真结果如图 3(b)所示的。每组封闭的迟滞环是由 $f(s), f_d(s)$ 和 $f_u(s)$ 3 段曲线组成,由于参数不同,从而表现出不同的迟滞特性。迟滞环的面积大小表示能量的耗散程度。迟滞环面积越大,能量耗散就越多,反之越少。

根据仿真图(3)可知,利用 Iwan 模型可以模拟栓接结合部的迟滞非线性特性,通过各参数的不同取值表达不同的迟滞特性。

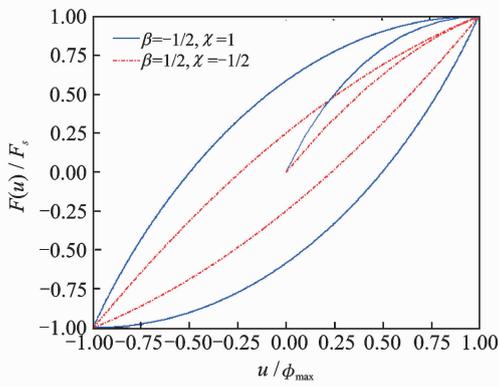
3.2 参数辨识

如图 4 所示的连接梁,梁 A 和梁 B 由两段尺



(a) $\beta=0, \chi=1/2$ 和 $\beta=1, \chi=1/2$

(a) $\beta=0, \chi=1/2$ and $\beta=1, \chi=1/2$



(b) $\beta=-1/2, \chi=1$ 和 $\beta=1/2, \chi=-1/2$

(b) $\beta=-1/2, \chi=1$ and $\beta=1/2, \chi=-1/2$

图 3 不同参数下栓接结合部迟滞曲线

Fig. 3 Hysteresis curve of bolted joints in different parameters

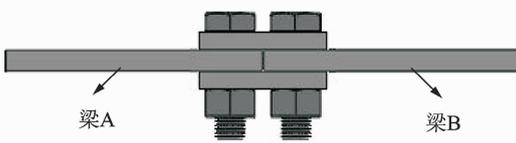
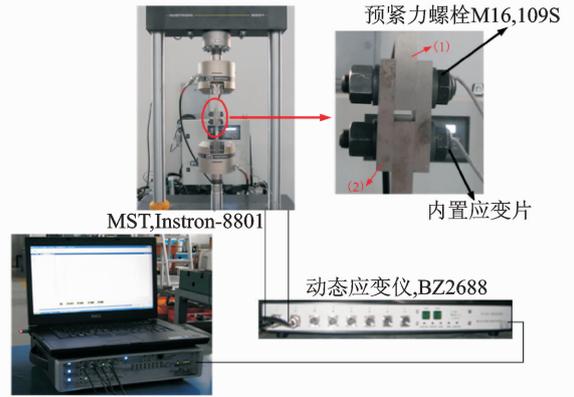


图 4 连接梁

Fig. 4 Jointed beam

寸、材料相同的短梁通过高强度螺栓 M16(10.9S) 连接,利用 INSTRON8801 拉伸实验机进行准静态拉压实验,研究在不同预紧力下栓接结合部的迟滞非线性特性。利用如图 5 所示的实验原理搭建实验平台,利用 MTS 拉伸试验机获取连接梁在准静态条件下的力-位移实验数据,通过建立的 Iwan 模型辨识栓接结合部非线性特性参数。动态应变仪用以获取高强度螺栓预紧力的大小。已知 $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$, 正弦力 $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$, 波形开始相位为 0, 相位角增量为 0, 频率为 0.02 Hz, 滑移作用力为 $F_s = 1\ 000\ \text{kN}$, $u_0 = 0.1\ \text{mm}$, 在此仅以螺栓预紧力 30 kN 为例。图 6 为获得的正弦力曲线。



测试系统

图 5 实验原理

Fig. 5 Experimental principle

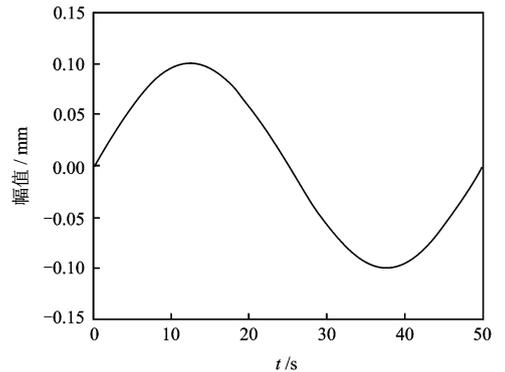


图 6 激振幅值为 0.1 mm 时正弦力曲线

Fig. 6 Sinusoidal force curve of specimen at vibration amplitude is 0.1 mm

根据式(17),(21)和式(24),运用 Matlab 优化工具箱中的 fminsearch 函数和 Newton 迭代法辨识 Iwan 模型中的未知参数(F_s, K_T, β, χ),结果如图 7 所示。可知,每周期能量耗散与力幅值的双对数成近线性关系。图 8 为利用 Iwan 模型仿真出的迟滞环与实验结果比较,说明 Iwan 模型能够反映栓接结合部随外载荷幅值变化而发生迟滞非线性变化的特征。

4 结 论

- 1) 栓接结合部具有复杂的非线性力学行为,利用 Iwan 模型能够反映出栓接结合部随外载荷幅值变化而发生迟滞非线性变化的特征,且能够描述结合部的物理机理。
- 2) 在准静态的拉压实验中,栓接结合部微观粘滑引起的阻尼是幅变非线性的,通过建立的 Iwan 模型能够反映出这种能量迟滞机理和非线性行为。
- 3) 利用无约束非线性优化(fminsearch 函数)

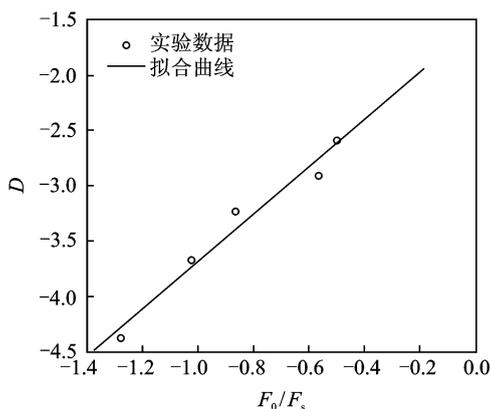


图7 每周期能量耗散与力幅值的双对数图

Fig. 7 Log-log plot of dissipation per cycle versus force amplitude

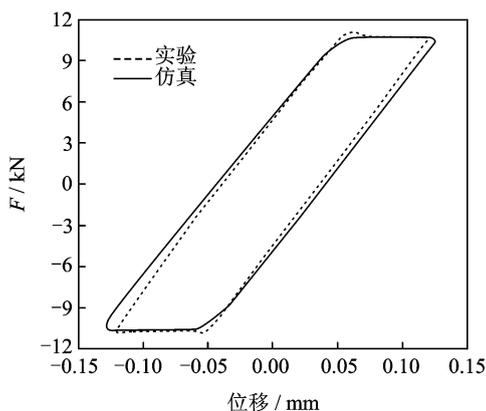


图8 预紧力为30 kN时实验与仿真结果比较

Fig. 8 Comparison of force-displacement hysteresis cycles for experimental and simulation method ($X=0.1$ mm, $f=30$ kN)

和 Newton 迭代法能够辨识出 Iwan 模型中的未知参数,通过将 Iwan 模型以非线性弹簧的形式组合而成的连接单元,能够有效地和现有有限元动力计算程序接合,可应用于非线性动力学分析中。

4) 实验研究表明,利用 Iwan 模型和论文所提出的辨识方法能很好地预测栓接结合部的迟滞非线性特征,仿真与实验结果基本一致。

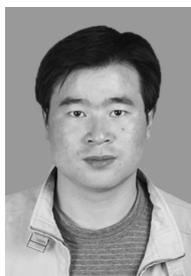
参 考 文 献

- [1] Song Y. Modeling, identification and simulation of dynamics of structures with joints and interfaces[D]. Urbana: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2004.
- [2] Celić D, Boltežar M. Identification of the dynamic properties of joints using frequency-response functions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 317:158-174.
- [3] 蔡力钢,李玲,郭铁能,等. 基于不完备频响函数辨识

结合部参数的研究[J]. 振动工程学报, 2011, 24(4): 345-350.

Cai Ligang, Li Ling, Guo Tieneng, et al. Identifying mechanical joint dynamic parameters based on incomplete frequency response functions [J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(4):345-350. (in Chinese)

- [4] Segalman D J, Paez T, Smallwood D, et al. Status and integrated road-map for joints modeling research [R]. California: Sandia National Laboratories, 2003.
- [5] Iwan W D. A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response [J]. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers Journal of Applied Mechanics, 1966, 33: 893-900.
- [6] Iwan W D. On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems [J]. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers Journal of Applied Mechanics, 1967, 34: 612-617.
- [7] Segalman D J. Modeling joint friction in structural dynamics [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2005, 13: 430-453.
- [8] Segalman D J. A four-parameter iwan model for lap-type joints [J]. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers Journal of Applied Mechanics, 2005, 72:752-760.
- [9] Royston T J. Leveraging the equivalence of hysteresis models from different fields for analysis and numerical simulation of jointed structures [J]. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2008, 3: 1-8.
- [10] Song Y, McFarland D M, Bergman L A, et al. Effect of pressure distribution on energy dissipation in a mechanical lap joint [J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 2005, 43(2): 420-425.
- [11] Shirayev O V, Page S M, Pettit C L, et al. Parameter estimation and investigation of a bolted joint model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307:680-697.
- [12] Miller J D, Quinn D D. A two-sided interface model for dissipation in structural systems with frictional joints [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 321:201-219.
- [13] Ivan I A, Eric A B. On the Iwan models for lap-type bolted joints [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2011, 46:347-356.



第一作者简介:李玲,男,1981年7月生,博士、讲师。主要研究方向为数字化设计与制造、振动信号处理与参数辨识方法。曾发表《机械结合部动态刚度辨识与实验研究》(《振动工程学报》2012年第25卷第5期)等论文。
E-mail:lee-liling@163.com