第 34 卷第 5 期
2014 年 10 月

振动、测试与诊断
Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis

Vol. 34 No. 5
Oct. 2014

基于模糊自适应的高超声速机翼颤振的主动控制*

常 勇[1,2]， 王玉惠[1,2]， 卢广山[1]， 姜长生[1]
(1.南京航空航天大学自动化学院 南京，210016)(2.洛阳电光设备研究所光电控制技术重点实验室 洛阳，471009)

摘要 基于模糊自适应方法研究了高超声速机翼颤振的主动控制问题。首先，针对具有结构立方非线性和气动非线性的高超声速飞行器的二元机翼模型，分析系统的稳定性，得到系统的 Hopf 分叉点；然后，基于 T-S 模糊理论逼近系统非线性动态，设计了参数自适应律和模糊控制律，并应用 Lyapunov 理论证明系统所有信号一致最终有界；最后，通过仿真验证了所提出的主动控制算法的有效性。

关键词 高超声速；机翼颤振；主动控制；模糊自适应
中图分类号 O32；TB53

引 言

正在研制的新一代高超声速飞行器由于特殊的结构材料选择和气动布局而带来气动弹性新问题：如轻质低密度材料设计加上燃料质量设计系数的增大使得飞行器结构固有频率较低；刚体模态和弹性模型模态的耦合问题更为突出；气动加热环境下结构/气动静、动力学耦合问题更为复杂。高速飞行时，机翼作为飞行器的主要升力面，由于结构非线性和气动非线性的存在，在气流激励作用下机翼可能会发生颤振。机翼颤振是一种自激振动，当达到或大于一定的飞行速度时，颤振的持续发展可能会给飞行器带来灾难性后果。因此，在高超声速飞行器设计中，应考虑机翼颤振对飞行器飞行速度、操作性、飞行安全的影响[1]。

目前，关于亚声速、跨声速以及超声速机翼颤振均有不少的研究成果，而关于高超声速的机翼颤振问题的研究多集中于高超声速非定常气动力的计算和气动弹性稳定性分析方面。Librescu 等[2]应用活塞理论并采用 Lyapunov 函数法分析了含有立方结构和气动非线性机翼的颤振稳定性。文献[3]采用规范型直接法研究(高)超声速流中的机翼颤振，重点分析某些气动、结构和物理参数对颤振的影响。文献[4]将有限元的分析方法引入到此类问题，数值计算的结果表明，结构参数的大小对于颤振临界值和动力学稳定域都有相当的影响。

为了消除机翼振动和延缓颤振发生，研究学者一直在探索延缓和控制颤振的各种途径[5-7]。目前，围绕高超声速飞行器的机翼颤振的主动控制问题研究也已经开展，将 wash-out 滤波器技术与规范型直接方法相结合，研究机翼颤振的主动控制，通过选取适当的非线性增益系数，引入超临界 Hopf 分岔从而压制原有的亚临界 Hopf 分岔，增强飞行稳定性[8-9]。基于空间 Poincaré 截面并引入轨迹追踪技术，改进胞映射方法，用来分析初始条件对含双线性结构刚度因素的机翼颤振的影响，揭示极限环振动、多周期运动、混沌和发散等复杂运动类型[10]。

关于高超声速飞行器的机翼颤振控制问题的认识已不断提高，但仍然存在很大局限性，原因就在于关于控制系统设计，其典型做法是不断地对被控对象模型作出假设和简化，直到满足某种控制算法为止。面对高超声速飞行器机翼颤振的复杂动态特性和高性能控制要求，充分利用模糊控制[11]和自适应算法在处理复杂非线性控制问题的优势[12-13]，笔者引入模糊自适应控制算法研究高超声速飞行器机翼颤振主动控制问题。首先，通过对其在零平衡点的特征值进行分析，得到系统的 Hopf 分叉点，分析系统的颤振特性；然后，基于模糊自适应控制根据颤振过程的特性和系统参数的变化，设计参数自适应律，自动调整模糊控制器的规则和参数，在此基础上得到模糊自适应控制器，达到抑制颤振的目的，并增强

* 国家自然科学基金资助项目(11102080，61374212)；中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(NZ2012005)；航空科学基金资助项目(20135152047)
收稿日期：2012-08-31；修回日期：2012-11-28

颤振主动控制系统对环境变化的适应能力。

1 高超声速二元机翼的非线性模型

考虑高超声速流中机翼模型结构立方非线性和气动非线性的耦合严重性，以沉浮位移 h 和俯仰角 α 为状态量，二元机翼的运动微分方程[14]为

$$\begin{cases} m\ddot{h}(t)+S_\alpha\ddot{\alpha}(t)+c_h\dot{h}(t)+K_h h(t)=L_{EA}(t) \\ S_\alpha\ddot{h}(t)+I_\alpha\ddot{\alpha}(t)+c_\alpha\dot{\alpha}(t)+K_\alpha\alpha(t)+ \\ \delta_s\hat{K}_\alpha\alpha^3(t)=M_{EA}(t) \end{cases} \tag{1}$$

其中：m 为机翼总质量(kg)；S_α 为单位展长机翼关于弹性轴的质量静矩(kg·m^2)；I_α 为单位铰链关于弹性轴的质量惯矩(kg·m^2)；c_h，c_α 分别为结构关于沉浮和俯仰的无量纲黏性阻尼系数；K_h，K_α 分别为结构关于沉浮和俯仰的刚度系数，其量纲分别为(N/m)，(N·m/rad)；$\hat{K}_\alpha$ 为非线性俯仰刚度系数(N·m/rad)；δ_s 为无量纲非线性俯仰刚度的跟踪量；L_{EA} 为气动力(N)；M_{EA} 为气动力矩(N·m)。

基于活塞理论[15]给出高超声速非定常气动力，并引入无量纲量 $\tau=U_\infty t/b$，$\xi=h/b$，$\omega_h=\sqrt{K_h/m}$，$\omega_\alpha=\sqrt{K_\alpha/I_\alpha}$，$\bar{\omega}=\omega_h/\omega_\alpha$，$\mu=m/(4\rho b^2)$，$V=U_\infty/(b\omega_\alpha)$。其中：$U_\infty$ 表示未受扰气流速度(m/s)；b 为机翼半弦长(m)；ρ 为空气密度(kg/m^3)。结合式(1)，可得机翼颤振系统的无量纲运动方程为

$$\ddot{\xi}(\tau)+\chi_\alpha\ddot{\alpha}(\tau)+2\xi_h\frac{\bar{\omega}}{V}\dot{\xi}(\tau)+\left(\frac{\bar{\omega}}{V}\right)^2\xi(\tau)=l_{EA}(\tau) \tag{2}$$

$$\frac{\chi_\alpha}{r_\alpha^2}\ddot{\xi}(\tau)+\ddot{\alpha}(\tau)+2\xi_\alpha\frac{1}{V}\dot{\alpha}(\tau)+\frac{1}{V^2}\alpha(\tau)+\frac{e}{V^2}\alpha^3(\tau)=m_{EA}(\tau) \tag{3}$$

$$l_{EA}(\tau)=-\frac{\lambda}{\mu M_a}\left[\alpha(\tau)+\dot{\xi}(\tau)+(1-x_0)\dot{\alpha}(\tau)\right] \tag{4}$$

$$m_{EA}(\tau)=\frac{\lambda}{\mu M_a r_\alpha^2}\left[(1-x_0)\alpha(\tau)+(1-x_0)\dot{\xi}(\tau)+(4/3-2x_0+x_0^2)\dot{\alpha}(\tau)\right] \tag{5}$$

其中：χ_α 为单位展长机翼关于弹性轴的质量静矩；ξ_h，ξ_α 分别为沉浮和俯仰阻尼比；r_α 为单位铰链关于弹性轴的质量惯矩；l_{EA}，m_{EA} 分别为气动力和气动力矩；λ 为气动修正因子；M_a 为飞行马赫数；μ 为质量参数；x_0 为从机翼前缘到弹性轴的无量纲距离。

若定义状态空间变量 $\boldsymbol{x}=(\xi,\alpha,\dot{\xi},\dot{\alpha})^{\mathrm{T}}$，则高超声速机翼颤振的非线性动力学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1=x_3 \\ \dot{x}_2=x_4 \\ \dot{x}_3=a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+a_4x_4+a_5x_2^3+u \\ \dot{x}_4=b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3+b_4x_4+b_5x_2^3 \end{cases} \tag{6}$$

其中：$u\in\mathscr{R}$ 为控制舵面偏转角；

$a_1=-\dfrac{\bar{\omega}^2r_\alpha^2}{V^2(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$a_2=\dfrac{\mu M_a\chi_\alpha r_\alpha^2-V^2\lambda[(1-x_0)\chi_\alpha+r_\alpha^2]}{\mu M_aV^2(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$a_3=-\dfrac{2\mu M_a\xi_h\bar{\omega}r_\alpha^2+V\lambda[(1-x_0)\chi_\alpha+r_\alpha^2]}{\mu M_aV(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$a_4=$
$\dfrac{2\mu M_a\xi_\alpha\chi_\alpha r_\alpha^2-V\lambda[(x_0^2-2x_0+4/3)\chi_\alpha+(1-x_0)r_\alpha^2]}{\mu M_aV(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$a_5=\dfrac{e\chi_\alpha r_\alpha^2}{V^2(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$b_1=\dfrac{\bar{\omega}^2\chi_\alpha}{V^2(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$b_2=-\dfrac{\mu M_ar_\alpha^2-V^2\lambda(1-x_0+\chi_\alpha)}{\mu M_aV^2(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$b_3=\dfrac{2\mu M_a\xi_h\bar{\omega}\chi_\alpha+V\lambda(1-x_0+\chi_\alpha)}{\mu M_aV(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$b_4=$
$\dfrac{-2\mu M_a\xi_\alpha r_\alpha^2+V\lambda[(x_0^2-2x_0+4/3)+(1-x_0)\chi_\alpha]}{\mu M_aV(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

$b_5=-\dfrac{er_\alpha^2}{V^2(r_\alpha^2-\chi_\alpha^2)}$；

参数取值为 $\lambda=1$，$\mu=50$，$\chi_\alpha=0.25$，$r_\alpha^2=0.5$，$e=20$，$\bar{\omega}=1.0$，$x_0=0.5$，$\zeta_\alpha=0.1$，$\zeta_h=0$。

2 高超声速机翼颤振稳定性分析

不考虑控制输入 u 的作用，令式(6)的 $\dot{\boldsymbol{x}}=0$，得 $\boldsymbol{o}(0,0,0,0)$ 是系统的平衡点，系统在平衡点 $\boldsymbol{o}(0,0,0,0)$ 处的 Jacobi 矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{bmatrix} \tag{7}$$

其相应的特征方程为

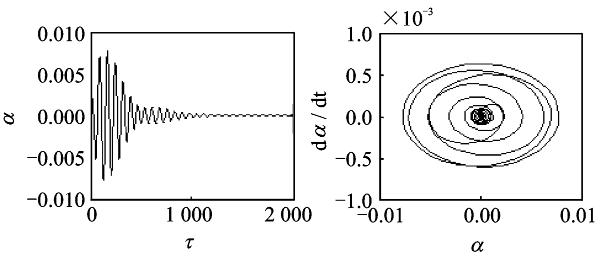
$$\lambda^4+n_1\lambda^3+n_2\lambda^2+n_3\lambda+n_4=0 \tag{8}$$

其中：$n_1=-(a_3+b_4)$；$n_2=a_3b_4-a_4b_3-b_2-a_1$；$n_3=a_1b_4-a_4b_1+a_3b_2-a_2b_3$；$n_4=a_1b_2-a_2b_1$。

根据稳定性定理可知，式(8)具有一对纯虚根时

且其余两个根具有负实部则系统在此临界速度下将发生 Hopf 分叉，对应的速度即为颤振速度 V_F。当高超声速飞行器以马赫数大于 5 的速度飞行时，系统会呈现出极为复杂的运动形式，故考察 $Ma=15$ 时对应的 Hopf 分叉点。利用 Routh-Hurwith 判据进行计算，得到 $Ma=15$ 时的 Hopf 分叉点速度 $V_F=13.887\ 453$。笔者仅对 $Ma=15$ 的颤振进行控制器设计，对于其他马赫数的情况，用类似的方法设计，此处不再赘述。

由以上分析可知，$Ma=15$ 时的颤振速度 $V_F=13.887\ 453$，且该分叉点为超临界分叉点[16]。此时对俯仰角的时间历程和相图进行数值仿真，假定初始条件 $\boldsymbol{x}_0=[0,0.001,0,0]^{\mathrm{T}}$，仿真结果如图 1～3 所示。无量纲沉浮位移 ξ 的时间历程和相图与俯仰角的状态类似，此处省略。

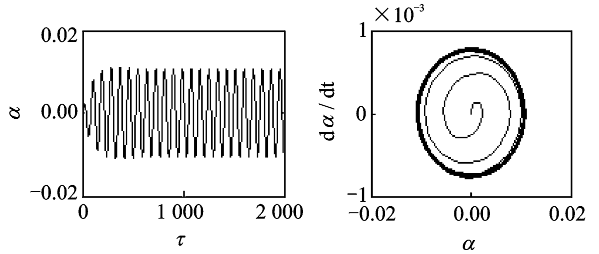


(a) α-τ 仿真图　　(b) $\dot{\alpha}$-α相图

(a) The plot of α-τ　　(b) The phase plot of $\dot{\alpha}$-α

图 1　机翼颤振仿真图($V=12.247\ 453$)

Fig. 1　Airfoil responses at $V=12.247\ 453$



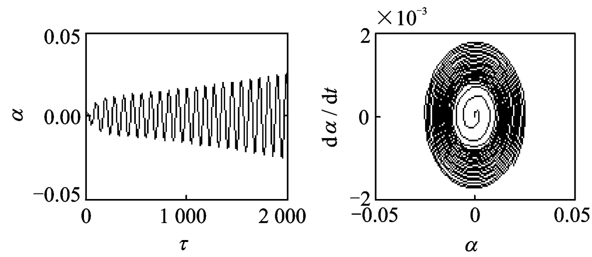
(a) α-τ 仿真图　　(b) $\dot{\alpha}$-α相图

(a) The plot of α-τ　　(b) The phase plot of $\dot{\alpha}$-α

图 2　机翼颤振临界状态仿真图($V=V_F=13.887\ 453$)

Fig. 2　Airfoil responses at $V=V_F=13.887\ 453$

由图 1 可知，在流速 V 低于颤振速度 V_F 时，系统的平衡点稳定，系统最终运动状态收敛于原点。当流速增加处于临界分叉点处时，系统状态的时间历程产生等幅振荡，而相图则为极限环运动，如图 2 所示。若振幅很小，极限环振荡对系统稳定性影响不大，若振幅较大则对高超声速飞行器的稳定性很不利，一旦受到阵风干扰或其他小扰动，可能会导致整个飞行器失控，后果不堪设想。由图 3 可知，当流速 V 略大于临界颤振速度时，飞行器机翼已经处于失控状态，这可能会酿成灾难性事故。基于以上分析，下文将引入控制算法实现对颤振的有效抑制。



(a) α-τ 仿真图　　(b) $\dot{\alpha}$-α相图

(a) The plot of α-τ　　(b) The phase plot of $\dot{\alpha}$-α

图 3　机翼颤振仿真图($V=14.121\ 205$)

Fig. 3　Airfoil responses at $V=14.121\ 205$

3　基于模糊自适应的颤振主动控制系统设计

定义系统的输出 $y=\alpha=x_2$，则机翼颤振系统的非线性动态方程还可表示为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})u\\ y=h(\boldsymbol{x})\end{cases}\tag{9}$$

其中：$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=[x_3,x_4,a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+a_4x_4+a_5x_2^3,b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3+b_4x_4+b_5x_2^3]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=[0,0,1,0]^{\mathrm{T}}$；$h(\boldsymbol{x})=x_2$。

根据非线性系统相对度的概念，由于 $L_gh(\boldsymbol{x})=L_gL_fh(\boldsymbol{x})=0$，$L_gL_f^2h(\boldsymbol{x})=b_3\neq 0$，则系统(9)具有相对度 $d=3$，y 的 3 阶导数可写为

$$y^{(d)}=\alpha(\boldsymbol{x})+\beta(\boldsymbol{x})u$$

其中：$\alpha(x)=L_f^dh(\boldsymbol{x})=(a_1b_3+b_1b_4)x_1+(a_2b_3+b_2b_4)x_2+(b_1+a_3b_3+b_3b_4)x_3+(b_2+a_4b_3+b_4^2)x_4+(a_5b_3+b_5)\cdot x_2^3+3b_5x_2^2x_4$；$\beta(\boldsymbol{x})=L_gL_f^{d-1}h(\boldsymbol{x})=b_3$。

颤振主动控制器设计方案为首先采用 T-S 模糊系统估计非线性函数 $\alpha(\boldsymbol{x})$，设计参数自适应律在线调节模糊系统参数，然后设计自适应控制器保证系统所有信号一致最终有界，且输出 y 渐进跟踪参考信号 r。文中采用的间接模糊自适应颤振主动控制方案如图 4 所示。需要注意的是，由于 $\beta(\boldsymbol{x})$为常值，因此无须采用模糊系统对其进行估计。

当采用 T-S 模糊系统估计系统的非线性时，$\alpha(\boldsymbol{x})$的估计函数可表示为

$$\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{\theta}_\alpha^{\mathrm{T}}\varphi_\alpha(\boldsymbol{x})$$

其中：$\boldsymbol{\theta}_\alpha$ 为模糊参数向量；$\varphi_\alpha(\boldsymbol{x})$为模糊基函数。

通过设计自适应律调节 $\boldsymbol{\theta}_\alpha$，使 $\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})$不断逼近

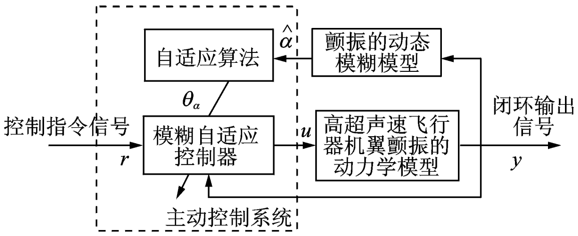


图 4 高超声速机翼颤振的主动控制系统

Fig. 4 The block diagram of active control system for hypersonic airfoil flutter

$\alpha(\boldsymbol{x})$。

$$\alpha(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{\theta}_\alpha^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})+w_\alpha(\boldsymbol{x})$$

其中：$w_\alpha(\boldsymbol{x})$为模糊系统逼近误差，并假设

$$W_\alpha(\boldsymbol{x})\geqslant|w_\alpha(\boldsymbol{x})| \tag{10}$$

其中：$W_\alpha(\boldsymbol{x})$称为误差界。

参数估计误差定义为

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha=\boldsymbol{\theta}_\alpha-\boldsymbol{\theta}_\alpha^*$$

跟踪误差定义为

$$e=r-y \tag{11}$$

设计如下自适应控制律

$$u=u_{ce}+u_{si} \tag{12}$$

其中：u_{ce}为确定性等价控制项；u_{si}为滑模控制项，其具体表达式将在后文的设计中给出。

确定性等价控制设计为

$$u_{ce}=\frac{1}{\beta(\boldsymbol{x})}\{-\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})+v\} \tag{13}$$

其中：$v=r^{(d)}+\gamma e_s+\bar{e}_s$；$\gamma>0$ 为设计参数。

e_s 为跟踪误差 e 的度量，定义为

$$e_s=\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}[e,\dot{e},\cdots,e^{(d-1)}]^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

其中：$\boldsymbol{K}=[k_0,k_1,\cdots,k_{d-2},1]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{K}$ 的取值应使 $L(s)=s^{d-1}+k_{d-2}s^{d-2}+\cdots+k_1s+k_0$ 的根均在左半平面，且定义 $\bar{e}_s=\dot{e}_s-e^{(d)}$。

控制目标是当 $t\to\infty$时，$e_s\to0$，此时 $e\to0$，即 $y\to r$。

设计参数自适应律如下

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_\alpha=-(\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\varphi}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})+\eta_\alpha\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})e_s \tag{15}$$

其中：$\eta_\alpha>0$ 为设计参数。

基于自适应算法(15)，给出如下定理。

定理 1 对高超声速机翼颤振系统(9)，若采用控制律(12)，以及参数自适应律(15)，则有如下结论成立：a. 输入信号 u，u_{ce}，u_{si}是有界的；b. 参数 $\boldsymbol{\theta}_\alpha$ 是有界的；c. $\lim_{t\to\infty}e=0$。

证明：考虑如下的 Lyapunov 函数

$$V=\frac{1}{2}e_s^2+\frac{1}{2}\eta_\alpha\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha \tag{16}$$

其中：$\eta_\alpha>0$ 为设计参数。

式(16)对时间的导数为

$$\dot{V}=e_s\dot{e}_s+\eta_\alpha\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_\alpha \tag{17}$$

跟踪误差的 d 阶导数为

$$e^{(d)}=r^{(d)}-\alpha(\boldsymbol{x})-\beta(\boldsymbol{x})u(t) \tag{18}$$

将 $u=u_{ce}+u_{si}$和式(13)代入上式，得

$$e^{(d)}=r^{(d)}-\alpha(\boldsymbol{x})-(-\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})+v)-\beta(\boldsymbol{x})u_{si} \tag{19}$$

又

$$r^{(d)}-\alpha(\boldsymbol{x})=r^{(d)}-\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})-\alpha(\boldsymbol{x})+\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})=$$
$$(-\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})+v)-\alpha(\boldsymbol{x})+\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})-\gamma e_s-\bar{e}_s \tag{20}$$

则式(19)可重写为

$$e^{(d)}=(\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})-\alpha(\boldsymbol{x}))-\gamma e_s-\bar{e}_s-\beta(\boldsymbol{x})u_{si} \tag{21}$$

又 $\bar{e}_s=\dot{e}_s-e^{(d)}$，则

$$\dot{e}_s=-\gamma e_s+(\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})-\alpha(\boldsymbol{x}))-\beta(\boldsymbol{x})u_{si} \tag{22}$$

由于理想逼近参数 $\boldsymbol{\theta}_\alpha^*$ 为常数，则有$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_\alpha=\dot{\boldsymbol{\theta}}_\alpha$，将自适应律(15)代入式(17)，有

$$\dot{V}=-\gamma e_s^2+(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})-w_\alpha(\boldsymbol{x}))e_s-\beta(\boldsymbol{x})u_{si}e_s-$$
$$\eta_\alpha\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha^{\mathrm{T}}(\varphi_\alpha(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\varphi}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})+\eta_\alpha I)^{-1}\varphi_\alpha(\boldsymbol{x})e_s=$$
$$-\gamma e_s^2-w_\alpha(\boldsymbol{x})e_s-\beta(\boldsymbol{x})u_{si}e_s+$$
$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}-\eta_\alpha(\varphi_\alpha(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\varphi}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})+\eta_\alpha\boldsymbol{I})^{-1})\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})e_s \tag{23}$$

为确保式(23)小于等于零，定义滑模控制 u_{si}为

$$u_{si}=\frac{W_\alpha(\boldsymbol{x})}{\beta(\boldsymbol{x})}\mathrm{sgn}(e_s) \tag{24}$$

其中

$$\mathrm{sgn}(e_s)=\begin{cases}1 & (e_s>0)\\ -1 & (e_s<0)\end{cases} \tag{25}$$

由于

$$-w_\alpha(\boldsymbol{x})e_s\leqslant|w_\alpha(\boldsymbol{x})||e_s| \tag{26}$$

则有

$$\dot{V}\leqslant-\gamma e_s^2+|w_\alpha(\boldsymbol{x})||e_s|-e_s\mathrm{sgn}(e_s)W_\alpha(\boldsymbol{x})+$$
$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}-\eta_\alpha(\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\varphi}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})+\eta_\alpha\boldsymbol{I})^{-1})\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})e_s \tag{27}$$

因$|e_s|=e_s\mathrm{sgn}(e_s)$(除 $e_s=0$ 外)，又$|w_\alpha(\boldsymbol{x})|\leqslant W_\alpha(\boldsymbol{x})$，则有

$$|w_\alpha(\boldsymbol{x})||e_s|-e_s\mathrm{sgn}(e_s)W_\alpha(\boldsymbol{x})=$$
$$|e_s|(|w_\alpha(\boldsymbol{x})|-W_\alpha(\boldsymbol{x}))\leqslant0 \tag{28}$$

若设计 $\eta_\alpha\geqslant10^2\max[|\varphi_{\alpha mn}|]_{m,n=1,\cdots,l_\alpha}$，其中$[\boldsymbol{\varphi}_{\alpha mn}]_{m,n=1,\cdots,l_\alpha}=\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\varphi}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$，$\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})\in R^{l_\alpha\times1}$，则有

$$(\boldsymbol{I}-\eta_\alpha(\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\varphi}_\alpha^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})+\eta_\alpha\boldsymbol{I})^{-1})\doteq0 \tag{29}$$

此时，式(23)可写为

$$\dot{V}\leqslant-\gamma e_s^2$$

因为 $\gamma e_s^2\geqslant0$，故证明了跟踪误差度量 e_s 和参数

误差 $\tilde{\theta}_\alpha$ 均关于时间 t 是非增的。由于 V 正定，$\dot{V} \leqslant -\gamma e_s^2$，故 e_s 有界，又 r 及其导数 $\dot{r}, \cdots, r^{(d-1)}$ 有界，则 $y, \dot{y}, \cdots, y^{(d-1)}$ 有界。

从前面的分析可以得出如下结论：

1）由 e_s 和 r 及其导数 $\dot{r}, \cdots, r^{(d-1)}$ 有界、$y, \dot{y}, \cdots, y^{(d-1)}$ 有界，则状态 $\boldsymbol{x}$ 有界；又 $\hat{\alpha}(\boldsymbol{x})$ 有界，则 u_{ce}，u_{si} 有界，即 u 有界。

2）由于 V 正定，$\dot{V} \leqslant -\gamma e_s^2$，故 θ_α 有界。

3）由于

$$\int_0^\infty \gamma e_s^2 \mathrm{d}t \leqslant -\int_0^\infty \dot{V} \mathrm{d}t = V(0) - V(\infty) \tag{30}$$

这表明 $e_s \in L_2$（$L_2 = \{z(t): \int_0^\infty z^2(t)\mathrm{d}t < \infty\}$），因此 $V(0)$ 和 $V(\infty)$ 是有界的。由式(22)知 $\dot{e}_s$ 有界，又 e_s 有界，$e_s \in L_2$；由 Barbalat's 引理知，$\lim_{t\to\infty} e_s = 0$，即 $\lim_{t\to\infty} e = 0$。证毕。

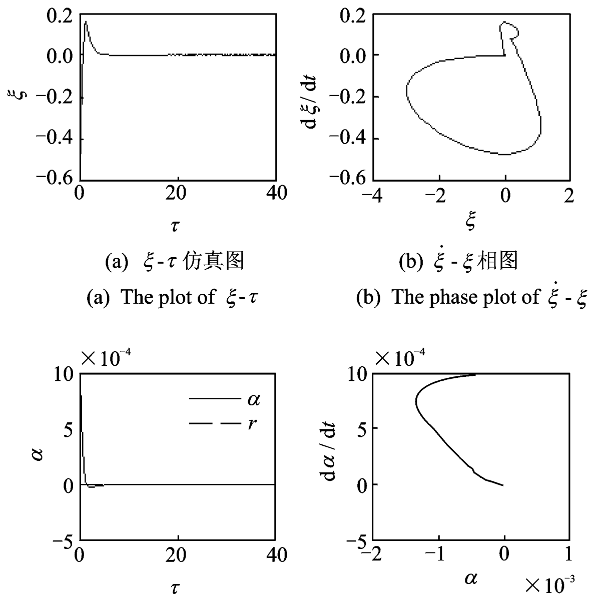
为避免抖振，实际应用中式(24)的符号函数 sgn(·)用饱和函数 sat(·)来代替。

4　仿真分析

为验证文中所提出的模糊自适应主动控制算法的有效性，考虑飞行器作高超声速巡航飞行（Ma=15），流速 $V = 14.121\ 205 > V_F$。由图 3 的分析可知，此时机翼颤振持续发散，危害很大。为此，采用模糊控制律(12)，(13)和(24)，自适应律(15)设计高超声速机翼颤振的模糊自适应主动控制系统。

颤振系统(9)的相对度为 3，给出控制器设计参数 $\beta_0 = 0.5$，$k_0 = 100$，$k_1 = 20$，$\gamma = 2$。由于要求 $\eta_\alpha \geqslant 10^2 \max[|\varphi_{\alpha mn}|]_{m,n=1,\cdots,l_\alpha}$，因此这里选取 $\eta_\alpha = 500$，采用 T-S 模糊系统逼近系统非线性动态 $\alpha(\boldsymbol{x})$。由于 x_2 是系统非线性关键变量，设定 x_2 的隶属度函数中心为 −1，0.5，0，0.5，1，宽度为 0.5，得 5 条模糊规则。另外，为了抑制颤振，选择参考信号 $r = 0$。图 5 为施加模糊自适应控制后机翼运动的动态仿真图。

由图 5 可以看出，在施加控制后机翼的沉浮位移 ξ 和俯仰角 α 的时间历程均能快速收敛至稳态，相应的相图表明了系统的平衡点稳定。由此说明，本应发散的系统状态在施加控制后能快速稳定，验证了所提主动控制算法的有效性，避免了颤振持续振荡带来的危害。图 6 给出了参数 $\boldsymbol{\theta}_\alpha$ 的响应仿真图，结果说明参数 $\boldsymbol{\theta}_\alpha$ 一致最终有界，为控制器在参数变化时正常工作提供了必要的保证。



(a) ξ-τ 仿真图　(a) The plot of ξ-τ

(b) $\dot{\xi}$-ξ 相图　(b) The phase plot of $\dot{\xi}$-ξ

(c) α-τ 仿真图　(c) The plot of α-τ

(d) $\dot{\alpha}$-α 仿真图　(d) The phase plot of $\dot{\alpha}$-α

图 5　加入控制后系统仿真图

Fig. 5　The system simulation plot under the control

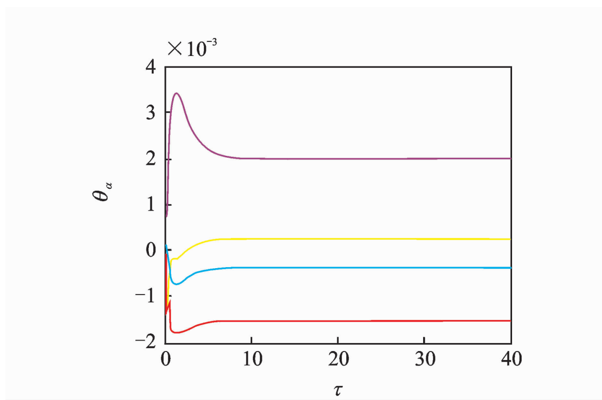


图 6　参数 $\boldsymbol{\theta}_\alpha$ 的仿真图

Fig. 6　The simulation plot of $\boldsymbol{\theta}_\alpha$

5　结束语

针对高超声速机翼颤振的非线性特点，笔者分析了不同流速时颤振的稳定性。根据颤振特点，选取非线性关键变量，采用模糊模型逼近系统非线性动态，设计逼近参数的自适应律和模糊自适应控制律，保证系统跟踪误差快速收敛，其余信号一致最终有界。仿真结果表明，所设计的控制器可有效抑制机翼颤振，这为解决高超声速机翼颤振主动控制系统的工程实现提供了有价值的参考。

参　考　文　献

[1]　Wu Zhigang, Yang Chao. Flight loads and dynamics

of flexible air vehicles[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2004, 17(1):17-22.

[2] Librescu L, Chiocchia G. Implications of cubic physical/aerodynamic non-linearities on the character of the flutter instability boundary[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2003, 38(2):173-199.

[3] 丁千，王冬立. 用规范型直接法研究结构立方非线性机翼的颤振[J]. 飞行力学，2005，23(3)：85-88.
Ding Qian, Wang Dongli. Study on flutter of an airfoil with cubic non-linearity using normal form direct method[J]. Flight Dynamics, 2005, 23(3): 85-88. (in Chinese)

[4] Wang Xiaojun, Qiu Zhiping. Interval finite element analysis of wing flutter[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(2):134-140.

[5] Heeg J, Gilbert M G, Pototzky A S, et al. Active control of aerothermoelastic effects for a conceptual hypersonic aircraft[J]. Journal of Aircraft, 1993, 30(4): 453-458.

[6] 侯志伟，陈仁文，徐志伟，等. 压电纤维复合材料在结构减振中的应用[J]. 振动、测试与诊断，2010，30(1)：51-54.
Hou Zhiwei, Chen Renwen, Xu Zhiwei, et al. Application of macro-fiber composite to structural vibration suppression[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(1):51-54. (in Chinese)

[7] Chen Yanmao, Liu Jike. Homotopy analysis method for limit cycle oscillations of an airfoil with cubic nonlinearities[J]. Journal of Vibration and Control, 2010, 16(2):163-179.

[8] Ding Qian, Wang Dongli. Flutter control of a two-dimensional airfoil using wash-out filter technique[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2005, 18(2): 130-137.

[9] Zheng Guoyong, Yang Yiren. Chaotic motions and limit cycle flutter of two-dimensional wing in supersonic flow[J]. ACTA Mechanic Solida Sinica, 2008, 21(5):441-448.

[10] 丁千，陈予恕. 用胞映射法分析双线性结构刚度的机翼颤振[J]. 空气动力学学报，2002，20(2)：123-132.
Ding Qian, Chen Yushu. Analysis of an aeroelastic system with bilinear stiffness using the cell mapping method[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2002, 20(2): 123-132. (in Chinese)

[11] Takagi T, Sugeno M, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, 1985, 15(1):116-132.

[12] Wang Yuhui, Wu Qingxian, Jiang Changsheng, et al. Reentry attitude tracking control based on fuzzy feedforward for reusable launch vehicle[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2009, 7(4):503-511.

[13] Passino K M. Biomimicry for optimization, control, and automation[M]. London: Springer-Verlag, 2005: 443-486.

[14] 郑国勇. 结构非线性超音速颤振系统的复杂响应研究[D]. 成都：西南交通大学，2008.

[15] Ashley H, Zartarian G. Piston theory-a new aerodynamic tool for the aeroelastician [J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1956, 23(12): 1109-1118.

[16] Librescu L, Chiocchia G. Implications of cubic physical/aerodynamic non-linearities on the character of the flutter instability boundary [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2003, 38(2):173-199.

第一作者简介：常勇，男，1970 年 3 月生，博士研究生。主要研究方向为飞行控制、火力控制等。曾发表《参数微扰激光超混沌系统模糊模型》(《强激光与粒子束》2012 年第 24 卷第 9 期)等论文。
E-mail：changyong_nuaa@163.com.

通信作者简介：王玉惠，女，1980 年 2 月生，博士、副教授、硕士生导师。主要研究方向为飞行控制和火力控制。
E-mail：wangyh@nuaa.edu.cn