# 立铣加工系统建模及参数辨识方法。

刘 宇, 李天翔, 张义民, 戴 丽, 吕春梅

(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳,110819)

**摘要** 针对立铣加工系统动力学建模问题,笔者提出了一种立铣刀与刀柄结合部的模型。建立了坐标系,定义了 子结构及结合部的导纳函数。采用包含了线性刚度和扭转刚度及相应阻尼项的刚度矩阵表征结合部。采用导纳 综合法分析了其耦合导纳函数。研究了基于遗传算法辨识模型刚度和阻尼参数的方法,算例及试验研究结果表明 遗传算法辨识模型参数准确,与试验测试一致性较好。

关键词 遗传算法; 立铣; 建模; 参数识别; 导纳综合 中图分类号 TP113.1

## 引 言

随着高速加工技术的需求和发展,近几年来铣 削加工系统的建模和动力学预测研究一直是一个热 点问题。由于高速机床普遍采用的电主轴结构复 杂,刀柄-刀具以及刀柄与主轴间的结合面特性复杂 导致铣削加工系统难以准确建模,其动力学特性主 要依靠实验获得。许多研究表明,机床的静刚度中 30%~50%决定于结合部的刚度特性;机床上出现 的振动问题有 60%以上源自结合部;机床的阻尼 90%以上来源于结合部<sup>[1]</sup>。对于结合部进行动力学 建模和分析具有重要意义。

赵宏林等<sup>[1]</sup>研究了简单结合状态和多平面结合 状态下阻尼的解析表达式以及多子结构结合中刚性 结合和柔性结合的计算方法。Schmitz 等<sup>[2]</sup>首先采 用导纳综合法研究主轴-刀柄-刀具系统多子结构结 合的问题。杨红平等<sup>[3-5]</sup>研究了神经网络、粒子群算 法等在平面结合方向刚度建模中的应用。以上研究 主要是对平面结合部进行的建模及参数辨识研究。

立铣加工系统中,刀具与刀柄之间的结合是一种圆柱面结合部。铣刀符合梁的动力学特性,一般 作为梁构件进行建模。Mohammad 等<sup>[6-11]</sup>研究了 立铣加工系统中动力学模型,采用子结构方法将刀 具和刀柄等进行结合。刀具、刀柄、主轴之间以单点 柔性结合中,仅考虑结合点横向刚度和阻尼模型被 证明不能准确表征主轴系统的动力学特征<sup>[10]</sup>。以 两点柔性结合,每个结合点仅考虑结合点横向刚度 和阻尼的模型能够表征主轴系统动力学特征<sup>[12]</sup>,但 其模型参数不易获得。

主轴系统单点柔性结合,并考虑结合点线性刚 度、扭转刚度以及相应的阻尼项的模型能够表征主 轴动力学特征,并且具有工程价值,可通过参数辨识 理论获得其模型参数。

### 1 结合部柔性连接建模

### 1.1 主轴子结构划分及坐标系

刀具在加工过程中除了受到横向力外,还受到弯 矩的作用,相应的刀具刀尖点具有挠度和转角两个自 由度。刀具与刀柄在2点柔性结合,点2。和点2。分 别表示刀具和刀柄上的对应点,结合后两点重合。

刀具与刀柄结合简化为一个线性弹簧-阻尼系 统和一个扭转弹簧-阻尼系统组成,如图1所示。



#### 1.2 导纳函数定义

定义1点原点(驱动点)位移导纳为

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51105067,51135003);"高档数控机床与基础制造装备"科技重大专项课题资助项目 (2013ZX04011011) 收稿日期:2012-12-20;修回日期:2013-02-24

$$\boldsymbol{R}_{11} = \begin{bmatrix} h_{11} & l_{11} \\ n_{11} & p_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{f_1} & \frac{x_1}{m_1} \\ \frac{\theta_1}{f_1} & \frac{\theta_1}{m_1} \end{bmatrix}$$
(1)

1点跨点(传递)位移导纳为

$$\mathbf{R}_{12a} = \begin{bmatrix} h_{12a} & l_{12a} \\ n_{12a} & p_{12a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{f_{2a}} & \frac{x_1}{m_{2a}} \\ \frac{\theta_1}{f_{2a}} & \frac{\theta_1}{m_{2a}} \end{bmatrix}$$
(2)

2a 点原点(驱动点)位移导纳为

$$\mathbf{R}_{2a2a} = \begin{bmatrix} h_{2a2a} & l_{2a2a} \\ n_{2a2a} & p_{2a2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{2a}}{f_{2a}} & \frac{x_{2a}}{m_{2a}} \\ \frac{\theta_{2a}}{f_{2a}} & \frac{\theta_{2a}}{m_{2a}} \end{bmatrix}$$
(3)

2a 点跨点(传递)位移导纳为

$$\boldsymbol{R}_{2a1} = \begin{bmatrix} h_{2a1} & l_{2a1} \\ n_{2a1} & p_{2a1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{2a}}{f_1} & \frac{x_{2a}}{m_1} \\ \frac{\theta_{2a}}{f_1} & \frac{\theta_{2a}}{m_1} \end{bmatrix}$$
(4)

对于刀柄子,其2b点原点(驱动点)导纳为

$$\mathbf{R}_{2b2b} = \begin{bmatrix} h_{2b2b} & l_{2b2b} \\ n_{2b2b} & p_{2b2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{2b}}{f_{2b}} & \frac{x_{2b}}{m_{2b}} \\ \frac{\theta_{2b}}{f_{2b}} & \frac{\theta_{2b}}{m_{2b}} \end{bmatrix}$$
(5)

其中: $x_i$ ,  $f_i$ ,  $\theta_i$ ,  $m_i$  分别表示 i 点处的横向位移, 横向力, 转角和弯矩;  $h_{ij}$ 中 i 表示位移导纳的坐标, j表示激励的坐标。

### 1.3 刚度矩阵

柔性结合点复刚度矩阵为

$$\mathbf{K}_{c} = \begin{bmatrix} k_{1} + i * \boldsymbol{\omega} c_{1} & 0 \\ 0 & k_{2} + i * \boldsymbol{\omega} c_{2} \end{bmatrix}$$

#### 1.4 导纳综合法计算耦合结构位移导纳

由导纳综合法可以得两个子结构,柔性耦合后 其位移导纳如式(6)所示<sup>[2]</sup>。

$$\boldsymbol{G}_{11} = \boldsymbol{R}_{11} - \boldsymbol{R}_{12a} (\boldsymbol{R}_{2a2a} + \boldsymbol{R}_{2b2b} + \boldsymbol{K}_{c}^{-1})^{-1} \boldsymbol{R}_{2a1} = \begin{bmatrix} H_{11} & L_{11} \\ N_{11} & P_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{1}'}{f_{1}'} & \frac{x_{1}'}{m_{1}'} \\ \frac{\theta_{1}'}{f_{1}'} & \frac{\theta_{1}'}{m_{1}'} \end{bmatrix}$$
(6)

其中:H11为G11的第1行第1列元素。

### 2 遗传算法参数辨识

#### 2.1 优化问题

采用遗传算法进行参数优化,变量个数共4个,

 $k_1, c_1, k_2, c_2$ 。由式(6)知,为了辨识参数,必须事先 获得  $R_{11}, R_{12a}, R_{2a1}, R_{2a2a}, R_{2b2b}$ 以及  $H_{11}$ 。

进行模型辨识之前,采用梁理论或有限元方法 获得 **R**<sub>11</sub>,**R**<sub>12a</sub>,**R**<sub>2a1</sub>,**R**<sub>2a2a</sub>位移导纳。铣刀柄位移导 纳函数 **R**<sub>2b2b</sub>和 H<sub>11</sub>通过试验方法获得。各位移导纳 是关于频率的函数,测试和理论分析获得的导纳函 数必须具有相同的维数,及频率的间距相同。

#### 2.2 遗传算法构造过程

遗传算法决策变量即 4 个优化参数。一般根据 结构特征估计刚度的范围为[1×10<sup>6</sup>,1×10<sup>9</sup>],阻 尼比的范围为[0,100]。

优化目标函数的输入是位移导纳数组, $R_{11}$ ,  $R_{12a}$ , $R_{2a1}$ , $R_{2a2a}$ , $R_{2b2b}$ 和 $H_{11}$ 以及频率向量 $\omega$ 。输出 为优化目标。

由式(6)得优化目标为 | abs(H<sub>11</sub>-H<sub>11\_ga</sub>) |,其 中 | • | 是取向量的模。

适应度函数选择目标函数相同。编码方式采用 浮点数编码,种群尺寸为20。选择运算采用随机均 匀分布算子。交叉运算使用算数交叉算子,交叉率 0.8。变异运算使用运行变异,变异率0.01。

### 3 算 例

为验证方法的正确性,采用可用梁理论求解的 仿真刀柄和刀具。直径为d=12 mm,密度 7 800 kg/m<sup>3</sup>,弹性模量为E=200 Gpa,泊松比为 0.3,阻 尼因子  $\eta=0.02$  的长度为  $l_2=118.92 \text{ mm}$  自由-自 由圆柱 a 和长度为  $l_1=50.90 \text{ mm}$  的固定-自由圆 柱 b,如图 2 所示。



固定-自由圆柱 b,则有<sup>[2]</sup>

$$h_{\rm 2b2b} = \frac{-c_1}{\lambda^3 c_8} \tag{7}$$

$$n_{2b2b} = l_{2b2b} \frac{c_1}{\lambda^2 c_8}$$
(8)

$$p_{\rm 2b2b} = \frac{c_5}{\lambda c_8} \tag{9}$$

图 3 所示为固定-自由悬臂梁 b 的 2b 点位移导 纳实部和虚部,其固有频率为 3 281 Hz。



图 3 点 2b 驱动点位移导纳 h<sub>2b2b</sub> Fig. 3 The receptance(h<sub>2b2b</sub>)of driving point(point 2b)

两端自由圆柱梁 *a* 的各位移导纳计算如表 1 所示。其中:  $c_3 = \sin(\lambda l_1) - \sinh(\lambda l_1)$ ;  $c_4 = \cos(\lambda l_2) \cosh(\lambda l_2)$ ;  $c_6 = \sin(\lambda l_2) + \sinh(\lambda l_2)$ ;  $c_7 = EI$ ( $\cos(\lambda l_2) \cosh(\lambda l_2) - 1$ )。

	表 1	两端自由梁位移导纳	
Tab. 1	The	receptance of the free-fee bear	n

名称	$h_{ m 2a2a}$	$n_{2\mathrm{a}2\mathrm{a}}$	$h_{ m 12a}$	$n_{ m 12a}$	$p_{2a2a}$
		$l_{\rm 2a2a}$	$h_{ m 2al}$	$l_{2\mathrm{a}1}$	
公式	$\frac{-c_1}{\lambda^3 c_7}$	$\frac{-c_2}{\lambda^2 c_7}$	$\frac{c_3}{\lambda^3 c_7}$	$\frac{c_4}{\lambda^2 c_7}$	$\frac{c_5}{\lambda c_7}$
名称	$l_{12a}$	$p_{12a}$	$h_{11}$	$n_{11}$	$p_{11}$
	$n_{ m 2a1}$	$p_{2\mathrm{al}}$		$l_{11}$	
公式	$\frac{-c_4}{\lambda^2 c_7}$	$\frac{c_6}{\lambda c_7}$	$\frac{-c_1}{\lambda^3 c_7}$	$\frac{c_2}{\lambda^2 c_7}$	$\frac{c_5}{\lambda c_7}$

图 4 所示为固定-自由悬臂梁 b 的 2b 点位移导 纳实部和虚部,其固有频率为 3 821 Hz。圆柱梁 a 和 b 结合后  $l = l_1 + l_2$ ,可按式(7) 计算其 1 点位移 导纳  $H_{11}$ 。基于 Matlab 编写优化目标函数,在函 数中各位移导纳函数,刚度矩阵作为输入参数,计算 由刚度矩阵 K 初值获得的  $H_{11_{GA}}$ 。函数输出为  $H_{11_{GA}}$ 与  $H_{11}$ 幅值之差的模。



图 4 点 1 驱动点位移导纳 h<sub>11</sub>



利用遗传算法工具箱 Gatool,设定优化参数个 数为 4, $k_1$ , $k_2$  初值范围为[1×10<sup>5</sup>,1×10<sup>8</sup>]N/m, $c_1$ 和  $c_2$  的范围为[0 100]Ns<sup>2</sup>/m, 经过 50 次优化后获 得优化后参数  $k_1 = 97$  062 227 N/m; $c_1 = 18.633$ Ns<sup>2</sup>/m; $k_2 = 95$  978 423 N/m; $c_2 = 10.399$  Ns<sup>2</sup>/m。 适应度值变化如图 5 所示,目标函数输入当前误差 为 5.53×10<sup>-5</sup>。



图 5 适应度随优化次数变化



将遗传算法优化得到的4个参数代入式(6),按 照导纳综合法结果与梁理论计算末端位移导纳结果 比较,如图6所示。其固有频率附近局部如图7,8 所示。由结果可知,采用线性弹簧和扭转弹簧的模 型能够表征刀具与刀柄结合的动力性特征。遗传算 法对参数辨识的结果非常好,收敛性好。

### 4 试 验

在铣钻床 Z7030 上进行试验, 刀柄为莫氏 3 号



图 6 遗传算法果比较









弹簧夹套铣刀柄。在 45 号钢长为 169.82 mm 的圆 棒下端粘贴三轴加速度传感器 356A24,使用模态力 锤 086C01 进行激励。试验装置如图 9 所示。

试验获得的刀尖点位移导纳函数与遗传算法预测获得的模型在[0~1000]Hz 范围内如图 10 所示。辨识获得的第1阶固有频率为 291 Hz,试验结果为 275 Hz。固有频率偏差主要由于测试误差引起,刀具的自由固有频率达到 3 281 Hz,其误差可接受。







图 9 试验装置 Fig. 9 Test device





### 5 结 论

1)针对立铣刀,刀柄结合部提出一种动力学模型。该模型在结合点具有线性刚度、扭转刚度以及相应的阻尼。算例研究表明,该模型适用于刀尖、刀柄结合部建模及刀尖点位移导纳的计算。

2)基于遗传算法编写了 Matlab 程序,辨识获
 得了立铣刀刀柄结合部刚度和阻尼值。结果表明算
 法收敛速度快,精度高。

 3)遗传算法辨识结果与试验测试结果比较,证 明其准确度是可接受的。

### 参考文献

- 赵宏林,丁庆新,曾鸣. 机床结合部特性的理论解析及应用[J]. 机械工程学报,2008,44(12):208-214.
   Zhao Honglin, Ding Qingxin, Zeng Ming. Theoretic analysis on and application of behaviors of machine tool joints[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008,44(12):208-214. (in Chinese)
- [2] Schmitz T L, Simith K S. Machining dynamics-frequency response to improved productivity [M]. New York: Springer Science Business Media, LLC, 2009: 58-97.
- [3] 杨红平,傅卫平,王雯,等.结合面法向和切向接触刚度 的 MPSO-BP 神经网络算法的建模[J]. 仪器仪表学 报,2012,33(8):1856-1861.

Yang Hongping, Fu Weiping, Wang Wen, et al. Machine joints normal and tangential contact stiffness modeling based on MPSO-BP neural network algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012,33(8):1856-1861. (in Chinese)

 [4] 温淑花,张学良,倪润堂.机械结合面切向接触阻尼的 神经网络结构化建模[J].农业机械学报,2002,33(1): 87-89.

Wen Shuhua, Zhang Xueliang, Ni Runtang. Modelling of tangential contact damping in machine joints using neural network[J]. Transaction of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2002, 33, (1): 87-89. (in Chinese)

[5] 杨红平,傅卫平,师彪,等.基于改进粒子群和神经网络的机械结合面法向刚度建模[J].农业机械学报,2011, 42(3):259-264.

Yang Hongping, Fu Weiping, Shi Biao, et al. Modeling of machined joints normal stiffness using modified PSO-BP neural network algorithm[J]. Transaction of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(3):259-264. (in Chinese)

- [6] 汪博,孙伟,闻邦椿. 用半理论法预测主轴系统刀尖点频响函数[J]. 振动、测试与诊断,2012,32(1):23-27.
  Wang Bo, Sun Wei, Wen Bangchun. Semi-theoretical method for prediction of spindle system tool point frequency response function in Chinese[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012,32(1):23-27. (in Chinese)
- [7] 张学良,徐格宁,温淑花.机械结合面静动态特性研究
   回顾及展望[J].太原重型机械学院学报,2002,23(3):
   276-281.

Zhang Xueliang, Xu Gening, Wen Shuhua. Review and prospect of the research on the static and dynamic characteristics of machine joint surfaces[J]. Journal of Taiyuan Heavy Machinery Institute, 2002, 23(3):276-281. (in Chinese)

- [8] Movahhedy M R, Gerami J M. Prediction of spindle dynamics in milling by sub-structure coupling[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 46(3-4):243-251.
- [9] Schmitz T, Duncan G S. Three-component receptance coupling substructure analysis for tool point dynamics prediction[J]. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2005,127(4):781-790.
- [10] Park S S, Altintas Y, Movahhedy M. Receptance coupling for end mills[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003,43(1):889-896.
- [11] Budak E. Analytical models for high performance milling. Part I: cutting forces, structural deformations and tolerance integrity [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 46 (12-13): 1478-1488.
- [12] Schmitz T L, Donalson R R. Predicting high-speed machining dynamics by substructure analysis [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2000, 49 (1):303-308.



第一作者简介:刘宇,男,1980年5月 生,博士、副教授。主要研究方向为机械 系统动力学、振动测试与诊断、运动控制 技术。曾发表《基于导纳综合法的立铣 加工刀尖点动态特性预测研究》(《东北 大学学报:自然科学版》2013年第34卷 第8期)等论文。

E-mail: yuliu@me. neu. edu. cn