高速主轴系统非线性动力学建模与数值仿真

张正旺1, 李爱平1, 刘雪梅1, 谢 楠2, 周 莉1

(1. 同济大学现代制造技术研究所 上海,201804) (2. 同济大学中德工程学院 上海,201804)

摘要为了深入分析主轴-刀柄系统的非线性动力学特性,以高速切削机床的主轴-刀柄系统为研究对象,综合考虑 主轴-刀柄结合面及角接触球轴承非线性接触力,基于铁木辛柯梁理论建立了包含转动惯量、剪切变形及偏心质量 影响的主轴-刀柄系统有限元动力学模型。对该模型进行数值计算的结果表明,由于主轴-刀柄结合面及支承轴承 处非线性接触力的存在,主轴-刀柄振动系统具有非常复杂的周期运动、倍周期运动和混沌运动,倍周期分岔是主 轴-刀柄系统通向混沌的主要道路。系统在某些偏心量下经历几次倍周期分岔最终会产生混沌运动,应在实际设 计过程中尽量避开该参数区域。

关键词 主轴-刀柄系统;有限元;铁木辛柯梁;非线性;混沌 中图分类号 TG5

引 言

主轴-刀柄系统是数控机床的核心部件之一,其 动力学特性直接影响切削稳定性、加工精度、表面粗 糙度和生产效率,因此,围绕主轴-刀柄系统动力学 特性的研究与分析一直受到企业界及学术界的广泛 关注。近年来,国内外学者在主轴-刀柄系统刀尖点 频响函数、主轴-刀柄结合面动态特性及主轴-刀柄 系统动力学等方面进行了广泛研究。主轴-刀柄系 统刀尖点频响函数是绘制切削稳定性耳垂图的必需 参数,是衡量和评价数控机床切削稳定性的重要指 标。针对实际的机床主轴系统,一般可以利用振动 试验来获得刀尖点频响函数,但该方法比较费时费 力,汪博等[1-2]提出了一种半理论法,采用理论与试 验相结合的方法预测主轴系统刀尖点频响函数。主 轴-刀柄系统结合面对主轴系统动力学特性有着非 常显著的影响,学者们在主轴-刀柄系统结合面建 模、参数识别、考虑结合面的动态特性分析等方面做 了大量的工作。汪博等[3]采用有限元法建立了主轴 动力学模型,对比分析了结合面特性对该主轴系统 固有特性和刀尖点频响函数的影响规律。马宇箭 等[4] 根据刚度影响因子的概念,建立了主轴-刀柄锥 配合结合部动力学模型,利用结构动力学矩阵与频 率响应函数矩阵互逆的特性,识别出了结合部的动 力学模型参数。在主轴-刀柄系统动力学分析方面, 孙伟等^[5]采用有限元法对主轴系统静止及运转状态 下的动力学特性进行了对比分析。曹宏瑞等^[6]利用 Jones 轴承模型进行扩展建立滚动轴承非线性模 型,得到了主轴系统的非线性动力学模型。Gao Shanghan 等^[7-8]基于 Hertz 接触力模型,考虑支承 轴承非线性接触力,分析了主轴-轴承系统的非线性 动态响应。

随着科学技术的突飞猛进和经济发展的强大推动,高速切削技术以其高效率、高质量应用各类机械行业中,高速切削机床是实现高速加工的前提和基本条件。最适合高速运转的主轴形式是电主轴,电主轴由内装式电动机直接驱动,从而将机床主传动链的长度缩短为零,实现了机床的"零传动",由于没有了中间传动环节的外力作用,电主轴较普通主轴在高速运行时更为平稳,因此国内外高速切削机床的主轴部分一般都采用电主轴。图1为一高速切削机床主轴-刀柄系统的示意图,系统包括主轴、刀柄、前后角接触球轴承等零部件。

处于高速旋转状态的主轴-刀柄系统是一个包 含多种复杂因素的强非线性系统,而在目前国内外 主轴-刀柄系统的动态特性研究中,很少综合考虑转 动惯量、剪切变形、偏心量、主轴-刀柄结合面非线性

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51005169);上海市"十二五"基础性研究重点资助项目(12JC1408700/11JC1413200) 收稿日期:2013-04-17;修回日期:2013-09-12



图 1 主轴-刀柄系统示意图 Fig. 1 Schematic of spindle-holder system

特性及角接触球轴承非线性接触力等因素对高速切 削机床主轴-刀柄系统振动响应的影响。现代制造 业对数控机床高速、高精度的要求使得人们有必要 对高速切削机床主轴-刀柄系统的非线性动态特性 进行深入分析和研究,为了更为精确地反映实际主 轴-刀柄系统的振动特性,文中以高速切削机床的主 轴-刀柄系统为研究对象,依据包含转动惯量、剪切 变形影响的铁木辛柯梁理论,得到铁木辛柯有限元 梁单元的单元刚度矩阵和单元质量矩阵;综合考虑 主轴-刀柄系统有限元动力学模型,并分析当偏心 质量与转速变化时主轴-刀柄系统的非线性动力学 特性。

1 主轴-刀柄系统的动力学模型

为了将结合面和轴承产生的非线性接触力耦合 到主轴-刀柄系统的有限元动力学模型,以主轴-刀 柄结合面及轴承支撑处为分界点,将图1所示的整 个系统划分为4个有限元单元,6个节点,得到如图 2所示主轴-刀柄系统的有限元模型。其中,刀柄部 分为一个单元,主轴部分划分为3个单元,节点2和 节点3为主轴-刀柄结合面处的耦合节点,节点2和 节点5为后轴承支承点。节点2和节点3承受 来自主轴-刀柄结合面的非线性接触力,节点4和节 点5承受来自轴承的非线性接触力。图2标识了节



图 2 主轴-刀柄系统有限元模型 Fig. 2 The finite element model of the spindle-holder system 点 2,3,4,5 承受的径向非线性接触力,切向非线性接触力与此类似。

1.1 铁木辛柯有限元梁单元

传统主轴系统有限元建模一般采用欧拉-贝努 利梁,忽略了转动惯量及剪切变形对系统的影响。 对于高速旋转的电主轴系统而言,忽略转动惯量及 剪切变形得到的动力学分析结果与实际工况会有一 定的偏差,为了更为真实地反映主轴系统的实际工 况,文中采用考虑了转动惯量及剪切变形的铁木辛 柯梁单元。文中采用的铁木辛柯梁单元如图 3 所 示,该单元共 2 个节点,每个节点有 2 个移动自由度 和 2 个转动自由度,整个单元共 8 个自由度。为简 化分析,假设梁单元的横界面为大小均匀的圆形 截面。



Fig. 3 Timoshenko beam element

由于引入了转动惯量及剪切变形,铁木辛柯梁 的总横向挠曲 W 可视为等于由弯曲引起的挠曲 W。 及由剪切变形引起的挠曲 W。之和,即

$$W = W_{\rm b} + W_{\rm s} \tag{1}$$

设铁木辛柯梁单元的弯曲挠曲位移函数为

$$W_{\rm b} = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 \tag{2}$$

其中:a0,a1,a2,a3为待定系数。

铁木辛柯梁单元的边界条件为:当z=0时, W_{b} = x_{1} , $-\frac{\partial W_{b}}{\partial z} = \varphi_{x_{1}}$; 当z=l时, $W_{b} = x_{2}$, $-\frac{\partial W_{b}}{\partial z} =$ φ_{x_2} .

结合式(2)和铁木辛柯梁单元的边界条件,可得

$$W_{b} = x_{1} - \varphi_{x_{1}} z + \frac{1}{l^{2}} (-3x_{1} + 2l\varphi_{x_{1}} + 3x_{2} + l\varphi_{x_{2}}) z^{2} + \frac{1}{l^{3}} (2x_{1} - l\varphi_{x_{1}} - 2x_{2} - l\varphi_{x_{2}}) z^{3}$$
(3)

同理可得

$$W_{s} = y_{1} - \varphi_{y_{1}} z + \frac{1}{l^{2}} (-3y_{1} + 2l\varphi_{y_{1}} + 3y_{2} + l\varphi_{y_{2}}) z^{2} + \frac{1}{l^{3}} (2y_{1} - l\varphi_{y_{1}} - 2y_{2} - l\varphi_{y_{2}}) z^{3}$$
(4)

则铁木辛柯梁单元由弯曲变形与剪切变形引起的总应变能为

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{t} EI \left(\frac{\partial^{2} W_{b}}{\partial z^{2}}\right)^{2} \mathrm{d}z + \frac{1}{2} \int_{0}^{t} \chi GA \left(\frac{\partial W_{s}}{\partial z}\right)^{2} \mathrm{d}z$$
(5)

其中: E 为弹性模量; I 为转动惯量; G 为剪切模量; A 为横截面积; χ 为剪切变形系数。

$$\boldsymbol{M}_{e} = \frac{ml}{420} \begin{vmatrix} 156 + 36\mu & -22 - 3\mu & 54 - 36\mu \\ -22 - 3\mu & 4 + 4\mu & -13 + 3\mu \\ 54 - 36\mu & -13 + 3\mu & 156 + 36\mu \\ 13 - 3\mu & -3 - \mu & 22 + 3\mu \\ 156 & -22 & 54 \\ -22 & 4 & -13 \\ 54 & -13 & 156 \\ 13 & -3 & 22 \end{vmatrix}$$

其中: $\mu = 14\rho^2/l^2$ 。

1.2 主轴-刀柄系统有限元动力学模型

将各单元的质量矩阵和刚度矩阵采用刚度叠加 法组合得到总体质量矩阵 *M* 和总体刚度矩阵 *K*,则 主轴-刀柄系统的有限元振动方程可表示为

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{\ddot{X}} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{\dot{X}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{X} = \boldsymbol{F}$$
(10)

$$\boldsymbol{X} = (x_1, y_1, \varphi_{x_1}, \varphi_{y_1}, x_2, y_2, \varphi_{x_2}, \varphi_{y_2}, \cdots,$$
$$x_6, y_6, \varphi_r, \varphi_{y_1}, x_6, y_6, \varphi_r, \varphi_{y_1})^{\mathrm{T}}$$
(11)

 $x_{6}, y_{6}, \varphi_{x_{6}}, \varphi_{y_{6}}, x_{6}, y_{6}, \varphi_{x_{6}}, \varphi_{y_{6}})^{T}$ (11) 其中: x_{i}, y_{i} 为第i个节点的移动自由度; $\varphi_{x_{i}}, \varphi_{y_{i}}$ 为 第i个节点的转动自由度。

C为阻尼矩阵,采用比例阻尼,即将整体阻尼矩 阵简化为质量矩阵 M 和刚度矩阵 K 的线性组合

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{M} + \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{K} \tag{12}$$

其中:α,β为不依赖于频率的常数。

F 为外力矩阵,且

$$\mathbf{F} = (\cdots, m_2 e\omega^2 \cos \omega t - f_{x_2}, m_2 e\omega^2 \sin \omega t - f_{y_2}, \cdots,$$

根据文献[9]

$$\chi = \frac{6(1+\nu)}{7+6\nu} \tag{6}$$

其中: , 为泊松比。

铁木辛柯梁单元由转动惯量引起的总动能为 $T = \frac{1}{2} \int_{0}^{t} m \left(\frac{\partial W_{\rm b}}{\partial t} + \frac{\partial W_{\rm s}}{\partial t} \right)^{2} \mathrm{d}z + \frac{1}{2} \int_{0}^{t} m \rho^{2} \left(\frac{\partial^{2} W_{\rm b}}{\partial z \partial t} \right) \mathrm{d}z$ (7)

据相关有限元理论,结合式(5),(7),求得铁木 辛柯梁的单元刚度矩阵 K_e和单元质量矩阵 M_e为

| | 12 | -6 | -12 | -6 | 0 | 0 | 0 | 0] |
|-------------------------------------|-----|----|-----|----|-------------|----------------|---------------|--------------|
| $\mathbf{K}_{e} = \frac{EI}{l^{3}}$ | -6 | 4 | 6 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | -12 | 6 | 12 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | -6 | 2 | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 36 ξ | - 3 <i>Ę</i> - | — 36 ξ | -3ξ |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -3ξ | 4ξ | 3 ξ | $-\xi$ |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -36ξ | 3 ξ | 36 ξ | 3 ξ |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -3ξ | $-\xi$ | 3 <i>Ę</i> | 4 ξ] |
| | | | | | | | | (8) |

其中: $\xi = \chi GAl^2/30EI$ 。

| $13 - 3\mu$ | 156 | -22 | 54 | 13 | | | | |
|---|-----|-----|-----|----|-----|--|--|--|
| $-3 - \mu$ | -22 | 4 | -13 | -3 | | | | |
| $22 + 3\mu$ | 54 | -13 | 156 | 22 | | | | |
| $4 + 4\mu$ | 13 | -3 | 22 | 4 | (0) | | | |
| 13 | 156 | -22 | 54 | 13 | (9) | | | |
| -3 | -22 | 4 | -13 | -3 | | | | |
| 22 | 54 | -13 | 156 | 22 | | | | |
| 4 | 13 | -3 | 22 | 4 | | | | |
| $m_3 e \omega^2 \cos \omega t - f_{x_3}$, $m_3 e \omega^2 \sin \omega t - f_{y_3}$,, | | | | | | | | |
| $m_4 e \omega^2 \cos \omega t - f_{x_4}$, $m_4 e \omega^2 \sin \omega t - f_{y_4}$, \cdots , | | | | | | | | |
| $m_5 e \omega^2 \cos \omega t - f_{x_5}$, $m_5 e \omega^2 \sin \omega t - f_{y_5}$, \cdots) ^T | | | | | | | | |

(13)

其中: $m_i(i=1,...,6)$ 为节点质量;e为主轴-刀柄系 统的偏心量; ω 为圆频率,且 $\omega=2\pi n/60,n$ 为主轴-刀柄系统运行时的转速; $f_{x_2}, f_{y_2}, f_{x_3}, f_{y_3}$ 分别为节 点 2 和节点 3 处主轴-刀柄结合面的径向和切向非 线性接触力; $f_{x_4}, f_{y_4}, f_{x_5}, f_{y_5}$ 分别为节点 4 和节点 5 处角接触球轴承的径向和切向非线性接触力。

1.3 角接触球轴承非线性接触力

高速电主轴常采用角接触球轴承作为支承轴承,在高速运行过程中由于球滚动体离心力等惯性效应的作用,轴承内部的动态载荷、动态变形等动力 学状态参数以及轴承对转子支承的动态刚度等性能参数都会发生显著的变化。轴承的接触力与转轴的 轴心轨迹有关,并具有非光滑、非线性特性。根据文 献[7],节点4和节点5支承轴承的径向和切向非线 性接触力可表示为

$$\begin{cases} f_{x_4} = -c_{b1}\dot{x}_4 - \sum_{i=1}^{N_b} k_{b1} [x_4 \cos \bar{\omega}_i + y_4 \sin \bar{\omega}_i - \gamma]^{3/2} + \cos \bar{\omega}_i \\ f_{y_4} = -c_{b1}\dot{y}_4 - \sum_{i=1}^{N_b} k_{b1} [x_4 \cos \bar{\omega}_i + y_4 \sin \bar{\omega}_i - \gamma]^{3/2} + \sin \bar{\omega}_i \\ f_{x_5} = -c_{b2}\dot{x}_5 - \sum_{i=1}^{N_b} k_{b2} [x_5 \cos \bar{\omega}_i + y_5 \sin \bar{\omega}_i - \gamma]^{3/2} + \cos \bar{\omega}_i \\ f_{y_5} = -c_{b2}\dot{y}_5 - \sum_{i=1}^{N_b} k_{b2} [x_5 \cos \bar{\omega}_i + y_5 \sin \bar{\omega}_i - \gamma]^{3/2} + \sin \bar{\omega}_i \end{cases}$$

其中:k_{b1},k_{b2}为滚动轴承内圈和单个滚子间的接触 刚度;c_{b1},c_{b2}为接触阻尼;ω_i为第 i 个滚子的方位 角;γ为轴承的初始游隙。

1.4 主轴-刀柄结合面非线性接触力

德国 Aachen 工业大学研制的空心短锥(hollow short kegel,简称 HSK)刀柄近年来在高速切削 机床上得到普遍应用,被认为是目前最适用于高速 切削的刀柄形式之一。HSK 刀柄利用锥面、端面 两个面同时接触实现双面定位,可以为主轴-刀柄系 统在轴向和径向刚度及定位精度等方面提供优异的 性能。但由于主轴与刀柄的设计常采用非对称结 构,主轴-刀柄系统中存在不可避免的偏心质量,当 主轴高速旋转时,偏心质量成为主要的激振源,便整 个主轴-刀柄系统产生自激振动,导致主轴和刀柄的 弹性结合面处呈现出非常复杂的非线性特性。同 时,由于离心力作用,主轴刀柄安装锥面间隙在高转 速下也将发生变化。笔者在前期工作中[10] 基于非 参数化与有限元对主轴-刀柄结合面的非线性动态 参数进行了识别,得出当偏心量为 0.02 mm,转速 为 24 000 r • min⁻¹时,某一主轴-HSK 刀柄结合面 非线性接触力可表示为

$$\begin{cases} f_{x_2} \approx 8.52 \times 10^{10} x_2 - 2.37 \times 10^{13} x_2 \dot{x}_2 + \\ 4.64 \times 10^{18} x_2^3 + 3725.88 \dot{x}_2 \\ f_{y_2} \approx 1.43 \times 10^8 y_2 - 6.75 \times 10^{10} y_2 \dot{y}_2 + \\ 9.29 \times 10^{15} y_2^3 + 201.63 \dot{y}_2 \\ f_{x_3} \approx -8.52 \times 10^{10} x_3 + 2.37 \times 10^{13} x_3 \dot{x}_3 - \\ 4.64 \times 10^{18} x_3^3 - 3725.88 \dot{x}_3 \\ f_{y_3} \approx -1.43 \times 10^8 y_3 + 6.75 \times 10^{10} y_3 \dot{y}_3 - \\ 9.29 \times 10^{15} y_3^3 - 201.63 \dot{y}_3 \end{cases}$$

采用相似方法可得到其他偏心量和转速状况下

的主轴-HSK 刀柄结合面非线性接触力。

2 数值仿真结果与讨论

针对主轴-刀柄系统的强非线性特性,利用 Mathematica软件,采用数值仿真方法分析算例系 统在控制参数变化下的振动响应。算例采用文献 [10]中的主轴-刀柄系统,模型的相关尺寸同该文 献,计算时取轴承的初始游隙 $\gamma = -0.01$,即角接触 球轴承有预紧力存在,取泊松比 $\nu = 0.3$,其它角接 触球轴承非线性接触力的参数与文献[7]相同。采 用四阶定步长 Runge-Kutta 法对式(10)进行数值积 分。数值计算结果以分岔图、刀柄中心轨迹图、刀柄 中心 Pioncaré 映射图等形式表示。

当偏心量 e=0 时,主轴-刀柄系统随转速 n 变 化的分岔图如图 4 所示,可以看出,此时系统响应以 周期运动为主。



图 5 为偏心量 e=0.05 mm 时主轴-刀柄系统 响应随转速变化的分岔图。从图中可见,随着转速 的变化,主轴-刀柄系统存在着周期运动、倍周期运 动和混沌运动等复杂的运动形式:在转速相对较低 (n<35 620 r • min⁻¹)的情况下,系统响应主要以 周期运动为主。图 6 和图 7 分别为转速 n = 34 000 r • min⁻¹时的刀柄中心轨迹图和 Pioncaré 映射图。图 6 中刀柄中心轨迹图表现为一个封闭曲 线。图 7 中 Pioncaré 图表现为一个单个的点,说明 系统此时处于周期运动。随着转速的继续增加,系 统进入倍周期运动。图 8 和图 9 分别为转速度 n= 41 000 r • min⁻¹时的刀柄中心轨迹图和 Pioncaré 映射图。图 8 中刀柄中心轨迹图表现为两个封闭曲 线。图 9 中 Pioncaré 图表现为两个单个的点,说明 系统此时处于倍周期运动。随着转速的不断增加, 系统依次出现了4倍周期运动、8倍周期运动、16倍 周期运动等复杂运动,这是典型的倍周期分岔,其 中每次分岔都是一个点一分为二,新分离出的两个 点的距离逐渐拉开,然后又进行新的分岔。随着转 速的进一步增加, 倍周期分岔最终导致了混沌的发 生。在转速大约到 75 600 r • min⁻¹时, 已经显示 了混沌的出现。图 10 和图 11 分别为转速 n = 76 000 r • min⁻¹时刀柄中心轨迹图和 Pioncaré 映 射图。图 10 中刀柄中心轨迹图表现为非常复杂的 看似杂乱的曲线。图 11 中 Pioncaré 图则表现为大 量密密麻麻的单个点,说明系统此时处于混沌运动。













图 7 Pioncaré 映射图 $(n=34\ 000\ r\cdot min^{-1})$ Fig. 7 Pioncaré map $(n=34\ 000\ r\cdot min^{-1})$



图 8 刀柄中心轨迹图(n=41 000 r • min⁻¹) Fig. 8 Phase portrait of holder (n=41 000 r • min⁻¹)



图 9 Pioncaré 映射图 $(n=41\ 000\ r\cdot min^{-1})$ Fig. 9 Pioncaré map $(n=41\ 000\ r\cdot min^{-1})$



图 10 刀柄中心轨迹图(n=76 000 r • min⁻¹)





图 11 Pioncaré 映射图(n=76 000 r・min⁻¹) Fig. 11 Pioncaré map (n=76 000 r・min⁻¹)

当偏心量 e=0.14 mm 时,系统随转速 n 变化的分岔图如图 12 所示,可以看出,此时系统响应也是以周期运动为主。

图 13 为 n=76 500 r • min⁻¹时主轴-刀柄系统 响应随偏心量变化的分岔图。可见,偏心量较小时 (e<0.016),系统响应为周期运动,随着偏心量的增 加,系统逐渐进入混沌运动,随着偏心量的进一步增 加,系统又重新回复到周期运动。



Fig. 12 Bifurcation diagram (e=0.14 mm)



Fig. 13 Bifurcation diagram ($n=76500 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$)

3 结 论

 由于主轴-刀柄结合面及支承轴承处非线性 接触力的存在,主轴-刀柄系统的振动具有复杂的非 线性特性,随着控制参数的变化,系统出现了周期运 动、倍周期运动及混沌运动。

2)当偏心量过小和过大时,主轴-刀柄系统响应 主要表现为周期运动,不会出现混沌运动,但在某些 偏心量下随着转速的变化系统会产生混沌运动;在特 定转速下混沌运动会随偏心量的变化出现或消失,偏 心量是主轴-刀柄系统产生混沌运动的主要原因。

3)倍周期分岔是主轴-刀柄系统通向混沌的主要道路,系统在某些偏心量下经历几次倍周期分岔最终会产生混沌运动,应在实际设计过程中尽量避开该参数区域,或采用基于系统设计的混沌控制方法对系统进行混沌控制,以确保主轴-刀柄系统的稳定工作。

参考文献

- [1] 汪博,孙伟,闻邦椿. 用半理论法预测主轴系统刀尖点频响函数[J]. 振动、测试与诊断,2012,32(1):23-27.
 Wang Bo, Sun Wei, Wen Bangchun. Semi-theoretical method for prediction of spindle system tool point frequency response Function[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(1):23-27. (in Chinese)
- [2] Faraji G M, Madoliat R. New continuous dynamic coupling for three component modeling of tool-holderspindle structure of machine tools with modified effected tool damping[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2012, 134(2): 1-19.
- [3] 汪博,孙伟,太兴宇,等. 主轴系统结合面对主轴系统 动力学特性的影响分析[J]. 振动与冲击,2011,30 (10):231-235.

Wang Bo, Sun Wei, Tai Xingyu, et al. Effect of interfaces on dynamic characteristics of a spindle system [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(10): 231-235. (in Chinese) [4] 马宇箭,唐小琦,毛宽民,等.数控机床主轴刀柄锥配 合结合部动力学建模[J].华中科技大学学报:自然科 学版,2011,39(1):75-77.

Ma Yujian, Tang Xiaoqi, Mao Kuanming, et al. Dynamics model for the conical joint of spindle and tool holder on NC machine tools[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science, 2011, 39(1): 75-77. (in Chinese)

[5] 孙伟,汪博,闻邦椿. 高速主轴系统静止及运转状态下动力学特性对比分析[J]. 机械工程学报,2012,48
 (11):146-152.

Sun Wei, Wang Bo, Wen Bangchun. Comparative analysis of dynamics characteristics for static and operation state of high-speed spindle system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(11): 146-152. (in Chinese)

- [6] 曹宏瑞,李兵,何正嘉. 高速主轴动力学建模及高速效应分析[J]. 振动工程学报,2012,25(2):103-109.
 Cao Hongrui, Li Bing, He Zhengjia. Dynamic model ing of high- speed spindles and analysis of high- speed ef fects[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(2):103-109. (in Chinese)
- [7] Gao Shanghan, Meng G. Unstable islands and bifurcation analysis in a spindle milling system supported by ball bearings[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2011, 225(3): 235-251.
- [8] 张伟刚,高尚晗,龙新华,等. 机床主轴-滚动轴承系统非 线性动力学分析[J]. 振动与冲击,2008,27(9): 72-75. Zhang Weigang, Gao Shanghan, Long Xinhua, et al. Nonlinear analysis for a machine-tool spindle system supported with ball bearing[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(9): 72-75. (in Chinese)
- [9] Cowper G R. The shear coefficient in Timoshenko's beam theory[J]. Journal of Applied Mechanics, 1966, 33(2): 335-340.
- [10] 张正旺,李爱平,刘雪梅,等. 基于非参数化与有限元的主轴刀柄结合面非线性参数识别[J]. 同济大学学报:自然科学版,2013,41(9):1417-1422.
 Zhang Zhengwang, Li Aiping, Liu Xuemei, et al. Nonlinear parameter identification of spindle holder interface by nonparametric identification technique and finite element method[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(9): 1417-1422. (in Chinese)



第一作者简介:张正旺,男,1974年2月 生,博士研究生。主要研究方向为机械 结构力学。曾发表《基于非参数化与有 限元的主轴刀柄结合面非线性参数识别 (《同济大学学报:自然科学版》2013年 第41卷第9期)等论文。 E-mail:newang@126.com。